

# **Doppelbrechung in Faserresonatoren**

MASTERARBEIT

an der

FAKULTÄT DER MATHEMATIK, INFORMATIK UND PHYSIK

der

LEOPOLD-FRANZENS UNIVERSITÄT INNSBRUCK

vorgelegt von

**KLEMENS SCHÜPPERT**

durchgeführt am Institut für Experimentalphysik

unter der Leitung von  
Univ.-Prof. Dr. Rainer Blatt

NOVEMBER 2012



## **Kurzfassung**

Diese Arbeit beschreibt den Aufbau und die Eigenschaften von optischen Resonatoren, die aus speziell angefertigten Glasfasern bestehen. Insbesondere wird auf die Ursache und Auswirkungen der Doppelbrechung dieser sogenannten Faserresonatoren eingegangen.

Das Thema wird motiviert durch die Anwendung als eine Quantenschnittstelle zwischen fliegenden und stationären Qubits. In diesem Fall soll eine Übertragung eines Quantenzustandes vom Elektronenzustand eines gefangenen Ions als stationärer Speicher auf die Polarisation eines Photons als transportables Qubit und umgekehrt realisiert werden. Für diesen Prozess ist es von Vorteil, die Doppelbrechung im optischen Resonator so kontrollieren zu können, dass die Verstimmung der Doppelbrechung zu vernachlässigen ist.

Durch die theoretische Beschreibung des Versuchsaufbaus werden die Messungen und ihre Resultate verständlich. Es wird gezeigt, dass die Verstimmung der zwei Polarisationsmoden durch eine Differenz der Brechungsindizes in den Spiegeloberflächen entsteht. Mit einer zusätzlichen Messung an einem modifizierten Versuchsaufbau wird die Problematik der Faserresonatoren gelöst und die Interpretation der vorherigen Resultate mit der direkten Aufnahme der transversal-elektromagnetischen Resonatormode weiter bestätigt.

Schlussendlich kann aus den Messungen geschlossen werden, dass die Spiegeloberfläche der Glasfasern eine nicht homogene Verteilung der Doppelbrechung besitzt. Jedoch ist es durch die Wahl der richtigen Fasern und der richtigen Ausrichtung dieser möglich, die Doppelbrechung zu minimieren. So kann der Faserresonator als Schnittstelle zwischen verschiedenen Quanteninformationsträgern verwendet werden.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Faserresonator-QED Experiment</b>	<b>5</b>
2.1	Motivation für Faserresonatoren . . . . .	6
2.2	Theoretisches Grundkonzept . . . . .	7
2.2.1	Jaynes-Cummings Modell . . . . .	7
2.2.2	Erzeugung von Einzelphotonen . . . . .	9
2.2.3	Übertragung eines Zustands . . . . .	11
2.3	Aufbau des Experiments . . . . .	14
2.3.1	Ionenfalle . . . . .	14
2.3.2	Faserresonator . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Theoretische Beschreibung von Resonatormoden</b>	<b>19</b>
3.1	Gauß-Strahl . . . . .	19
3.2	Strahlenverlauf im Faserresonator . . . . .	22
3.2.1	Stabilitätskriterium . . . . .	22
3.2.2	Modenvolumen im Faserresonator . . . . .	23
3.2.3	Kopplung zwischen Faser und Resonator . . . . .	24
3.2.4	Transmission eines Resonators . . . . .	25
3.3	Doppelbrechung in Faserresonatoren . . . . .	28
3.3.1	Funktionsprinzip hochreflektierender Beschichtungen . . . . .	28
3.3.2	Doppelbrechung . . . . .	30
3.3.3	Polarisationsmoden in Resonatoren . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Finesse von Faserresonatoren</b>	<b>35</b>
4.1	Versuchsaufbau . . . . .	35
4.2	Messprinzip der Finesse . . . . .	36
4.3	Erzeugung der Seitenbänder . . . . .	36
4.4	Messung der FWHM . . . . .	37
4.5	Messung der Länge . . . . .	37
4.6	Berechnung der Finesse . . . . .	39
4.7	Messergebnisse der Finesse . . . . .	40

<b>5</b>	<b>Doppelbrechung in Faserresonatoren</b>	<b>41</b>
5.1	Messung der Verstimmung durch Doppelbrechung . . . . .	41
5.2	Vergleich der Messergebnisse mit Substratspiegeln . . . . .	42
5.3	Interpretation der Messung und ihre Problematik . . . . .	43
5.4	Modifizierter Versuchsaufbau . . . . .	43
5.5	Messung mit modifiziertem Versuchsaufbau . . . . .	45
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>47</b>
<b>A</b>	<b>Matlab Routine für Finesse Berechnung</b>	<b>49</b>
<b>B</b>	<b>Messungen der Finesse</b>	<b>53</b>
<b>C</b>	<b>Messungen von Doppelbrechungen</b>	<b>55</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>57</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Die ursprüngliche Idee eines Quantencomputers ist auf Richard Feynman [1] und David Deutsch [2] zurückzuführen. Während ein Bit, die kleinste Informationseinheit eines klassischen Computers, die Werte 0 und 1 annehmen kann, arbeitet ein Quantencomputer mit sogenannten Qubits. Ein Qubit kann dabei in einer Superposition aus zwei Quantenzuständen sein. Durch diese Superpositionszustände erhöht sich der Informationsgehalt eines Qubits gegenüber dem klassischen Bit.

Dieser erhöhte Informationsgehalt wird von Algorithmen genutzt, um bestimmte Probleme effizienter zu lösen als es mit klassischen Computern möglich wäre. Beispiele dafür sind die Primfaktorzerlegung (Shoralgorithmus [3]) und das Durchsuchen von Datenbanken (Grover Algorithmus [4]). Durch eine Verschränkung von Qubits können außerdem neue Anwendungen realisiert werden. In der Quantenkryptographie werden zum Beispiel neue Verschlüsselungsmethoden wie die Protokolle BB84 [5] und E91 [6] ermöglicht.

Die größte Herausforderung ist es, das theoretische Konzept eines Quantencomputers in einem physikalischen System zu implementieren. Dazu gibt es viele verschiedene Ansätze [7] zum Beispiel mit Hilfe von Photonen [8] oder neutralen Atomen [9]. Als besonders erfolgreiches Quantensystem haben sich gespeicherte Ionen [10] in zahlreichen Experimenten [11–13] erwiesen. Als Qubit dienen dabei zwei elektronische Zustände eines Valenzelektrons der Ionen. Mithilfe von Lasern können die Qubits einzeln manipuliert werden. Die Operationen zwischen mehreren Qubits werden über die gemeinsame Schwingungsmode der gefangenen Ionenkette realisiert [10].

Viele Konzepte der Quanteninformationsverarbeitung und Quantenkommunikation benötigen ein Netzwerk aus mehreren Quantencomputern [14]. Dazu müssen folgende zwei Bedingungen [15] erfüllt werden: Die Information eines stationären Qubits muss auf ein bewegliches Qubit und umgekehrt übertragen werden können und das bewegliche Qubit muss zwischen verschiedenen Orten transportiert werden können. Als bewegliche Qubits bieten sich insbesondere Photonen an [16], da sie sich schnell und ungestört ausbreiten. Die Photonen können durch den Übergang zwischen verschiedenen elektronischen Zuständen im Ion erzeugt werden. Dabei bilden zwei orthogonale Polarisierungen des Photons ein Qubit. Für eine gezielte Übertragung zwischen stationären Qubits wird das Ion an die gewünschte Lichtmode gekoppelt. Dazu werden die gefangenen Ionen zwischen zwei Spiegeln positioniert, die einen optischen Resonator mit einer definierten Lichtmode bilden [17]. Mit diesem Aufbau kann das Qubit von einem Ion auf ein Photon im Resonator transferiert werden. Das Photon wird daraufhin durch einen Reso-

natorspiegel gezielt in die gewünschte Richtung transmittiert. Das System aus einem Quantenobjekt in einem Resonator wird im Rahmen der Hohlraum-Quantenelektrodynamik (englisch Cavity Quantum Electrodynamics, kurz CQED) beschrieben.

Für eine effiziente Quantenschnittstelle sollte die Kopplung des Ions an das Feld im Resonator stärker als alle dissipativen Effekte sein. In diesem Fall emittiert das Ion bevorzugt in die Lichtmode des Resonators. Diese sogenannte starke Kopplung wird durch einen möglichst kleinen optischen Resonator erzielt. Kleine optische Resonatoren, sogenannte Faserresonatoren, können aus Glasfasern gebaut werden, deren Enden die sonst üblichen Spiegel aus Glassubstraten ersetzen. Mithilfe eines Faserresonators wurde bereits das Regime starker Kopplung für neutrale Atome erreicht [18]. Ziel unserer Projektgruppe ist die Integration eines Faserresonators in eine Ionenfalle [19] und das Erreichen starker Kopplung zwischen gespeicherten Ionen und dem Resonatorfeld.

Faserresonatoren besitzen im Gegensatz zu optischen Resonatoren aus Glassubstraten eine messbare Doppelbrechung [20]: Die beiden orthogonalen Polarisationsmoden im Resonator haben unterschiedliche Frequenzen. Diese Aufspaltung der Polarisationsmoden erschwert die Anwendung des Faserresonator-Ion Systems als Quantenschnittstelle. In dieser Arbeit wird daher die Doppelbrechung in Faserresonatoren charakterisiert und es werden Methoden untersucht, wie sie miniert werden kann.

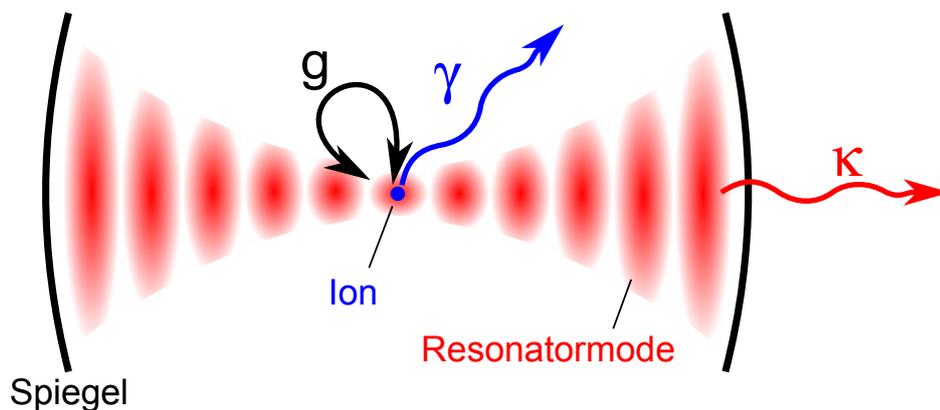
Zu Beginn der Arbeit wird das Faserresonator-Experiment aus unserer Projektgruppe vorgestellt. Dabei werden die physikalischen Prozesse zur Realisierung einer Quantenschnittstelle erläutert. Im zweiten Teil des Kapitels 2 werden dann der Aufbau und die Komponenten des Experiments beschrieben. Der theoretische Hintergrund der Lichtmoden im Faserresonator wird in Kapitel 3 erklärt. Insbesondere wird ein einfaches Modell zur Erklärung der Doppelbrechung in einem optischen Resonator gegeben. In Kapitel 4 werden die Finesse-Messungen an Faserresonatoren erklärt. Zwei Einzelmessungen zur Bestimmung der Finesse werden im Detail erläutert. Die Methoden und Hilfsmittel zur Messung der Transmissionskurven werden dabei veranschaulicht. Das gleiche Messprinzip wird nämlich in Kapitel 5 zur Bestimmung der Doppelbrechung verwendet. Die Ergebnisse werden anschließend unter Anwendung der in Kapitel 3 erklärten Theorie diskutiert. Mit einer leichten Modifikation des Versuchsaufbaus wird die erste Interpretation der Resultate bestätigt. Nach der Zusammenfassung der gewonnenen Erkenntnisse wird im Schlussteil ein Ausblick auf die möglichen Anwendungen gegeben.

# Kapitel 2

## Faserresonator-QED Experiment

Das Faserresonator Experiment ist der zweite Versuchsaufbau im Projekt der Hohlraum-Resonator Quantenelektrodynamik (CQED) in der Arbeitsgruppe von Professor Rainer Blatt an der Universität Innsbruck. Wie in der Einleitung, Kapitel 1, beschrieben, wird in diesem Projekt die Kopplung von gefangenen Ionen mit Photonen in einem Resonator untersucht. Ziel ist es, mithilfe der CQED eine Schnittstelle zwischen fliegenden Qubits (Photonen) und stationären Qubits (gefangene Ionen) zu realisieren. Dazu wird ein Ion in das Lichtfeld eines optischen Resonators gebracht. Abbildung 2.1 stellt die Quantenschnittstelle in einer schematischen Skizze dar.

Im Jahr 2008 baute Carlos Russo [21] einen Experimentaufbau mit einem optischen Resonator aus Spiegeln, die aus beschichteten Glassubstraten bestehen. Mit einem Abstand der Resonatorspiegel von 2 cm konnte die Ionenfalle innerhalb des Resonators integriert werden. In diesem Versuchsaufbau konnten 2009 gezielt Einzelphotonen erzeugt werden [22]. Unterabschnitt 2.2.2 erklärt den dafür notwendigen Prozess. Kürzlich wurde ein weiterer wichtiger Schritt in Richtung Quantenschnittstelle mit diesem Versuchsaufbau realisiert. Dabei wurden Photonen erzeugt, deren Polarisationszustand mit dem Zustand des Ions verschränkt waren [23].



**Abbildung 2.1: Ein Optischer Resonator mit Ion.** Das Ion befindet sich innerhalb der Lichtmode eines optischen Resonators. Dadurch sind Ion und Lichtfeld mit der Stärke  $g$  gekoppelt. Der elektronische Zustand des Ions zerfällt mit der Rate  $\gamma$ . Das Lichtfeld der Resonatormode hat die Zerfallskonstante  $\kappa$ .

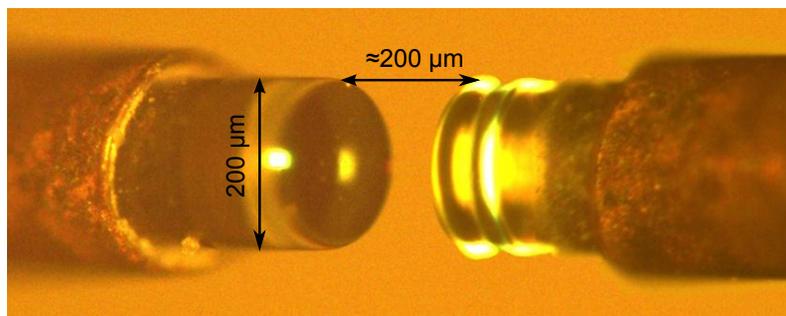
Zu Beginn motiviert der erste Abschnitt den Aufbau eines neuen Experiments in der CQED

Gruppe. Anhand der Versuche am ersten Experiment wird der Transfer eines Zustandes in Unterabschnitt 2.2.3 erläutert. Im letzten Abschnitt 2.3 wird der Versuchsaufbau des neuen Experiments mit den Faserresonatoren vorgestellt. Dabei wird hauptsächlich auf die Unterschiede zu den vorherigen Experimenten eingegangen.

## 2.1 Motivation für Faserresonatoren

Neben der Kopplungsstärke  $g$  zwischen Ion und Lichtfeld eines Resonators sind die Zerfallskonstanten des Ions  $\gamma$  und Resonators  $\kappa$  charakterisierend. In Abbildung 2.8 sind die Zerfälle im schematischen Versuchsaufbau eingezeichnet. Durch den spontanen Zerfall  $\gamma$  des Ions emittiert das Ion auch Licht in das Vakuumfeld. Verluste und Transmission der Spiegel rufen einen Zerfall des Lichtfeldes im Resonator  $\kappa$  hervor. Im ersten Versuchsaufbau sind die Größenordnungen der Zerfälle mit der Kopplung zwischen Ion und Lichtfeld im Resonator  $g \approx \kappa, \gamma$  ähnlich groß. Man spricht dabei von einer intermediären Kopplung.

Das Faserresonator-QED Experiment ersetzt, wie sich aus dem Namen schließen lässt, nun den optischen Resonator aus Substratspiegeln mit einem Faserresonator. Der Faserresonator besteht aus zwei gegenüberliegenden Glasfaserenden, siehe Abb. 2.2, die wie die Glassubstrate sphärisch geformt und mit einer hochreflektierenden Beschichtung versehen sind. Der genaue Herstellungsprozess solcher Glasfasern wird in Unterabschnitt 2.3.2 beschrieben. Der Durch-



**Abbildung 2.2:** Ein Faserresonator ist ein optischer Resonator, der aus speziell angefertigten Glasfaserenden besteht. Dieses Foto wurde unter einem Mikroskop aufgenommen und aus fünf einzelnen Bildern mit unterschiedlicher Tiefenschärfe zusammengesetzt.

messer der Fasern ist  $200 \mu\text{m}$ . Damit haben Faserresonatoren gegenüber den Substratspiegeln den Vorteil, dass sie näher an der Ionenfalle montiert werden können, vgl. Unterabschnitt 2.3.1. Ihr Modenvolumen wird so um etwa drei Größenordnungen kleiner als der Resonator im Experiment mit Substratspiegeln. Wie im folgenden Abschnitt 2.2 beschrieben, erhöht sich mit dem kleineren Volumen  $V$  des neuen Faserresonators die Kopplung  $g \propto 1/\sqrt{V}$  zwischen dem Ion und dem Lichtfeld. Die Zerfallskonstanten  $\gamma$  und  $\kappa$  bleiben dabei unverändert. Durch die Verkleinerung des Resonators soll so der Bereich der starken Kopplung  $g \gg \gamma, \kappa$  erreicht werden. Das Atom emittiert somit bevorzugt in die Mode des Resonators. Mithilfe der starken Kopplung kann die Effizienz einer Quantenschnittstelle verbessert werden. Weiters werden neue Experimente und Anwendungen ermöglicht. Zum Beispiel können sogenannte Rabi-Oszillationen zwischen Atom und Resonator beobachtet werden [24].

## 2.2 Theoretisches Grundkonzept

Im folgenden Abschnitt werden die physikalischen Prozesse beschrieben, die notwendig sind, um eine Quantenschnittstelle zu realisieren. Es wird mit einem einfachen Modell aus einem Zwei-Niveau-System in einem Hohlraum-Resonator, dem sogenannten Jaynes-Cummings Modell [25], gestartet. Für die Anwendung als Quantenschnittstelle muss dieses System erweitert werden, siehe Unterabschnitt 2.2.2. Das Prinzip des verwendeten Prozesses, um Quantenzustände von Kalziumionen auf Photonen und umgekehrt zu übertragen, wird im Unterabschnitt 2.2.3 erklärt.

### 2.2.1 Jaynes-Cummings Modell

Das Atom wird zu einem Zwei-Niveau-System vereinfacht, um die Wechselwirkung zwischen einem Atom und einem Lichtfeld in einem Resonator zu beschreiben. Die linke Seite der Abbildung 2.3 stellt dieses System mit dem Grundzustand  $|g\rangle$  und dem angeregten (excited) Zustand  $|e\rangle$  dar. Der Übergang zwischen den Energieniveaus im vereinfachten Atom hat eine Frequenz  $\omega_A$ . Somit ergibt sich jeweils ein Abstand  $\hbar\omega_A/2$  zwischen den Zuständen und dem Energienullpunkt  $E = 0$ . Der Hamiltonoperator für dieses Zwei-Niveau-System lautet

$$\hat{H}_A = \frac{\hbar\omega_A}{2} \hat{\sigma}_z \quad (2.1)$$

mit der Pauli-Matrix  $\hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ .

Der Resonator begrenzt das Lichtfeld auf eine Lichtmode mit der Frequenz  $\omega_C$ . Das Lichtfeld wird unter Vernachlässigung der Vakuumenergie  $\hbar\omega_C/2$  durch den Hamiltonoperator

$$\hat{H}_C = \hbar\omega_C (\hat{a}^\dagger \hat{a}) \quad (2.2)$$

mit dem Photonenerzeugungsoperator  $\hat{a}^\dagger$  und dem Photonenvernichtungsoperator  $\hat{a}$  beschrieben. Das System ist als harmonischer Oszillator in der rechten Bildhälfte von Abbildung 2.3 dargestellt.

Die Referenz [26] S. 353 ff zeigt in Kapitel V ausführlich die Herleitung des Hamiltonoperators

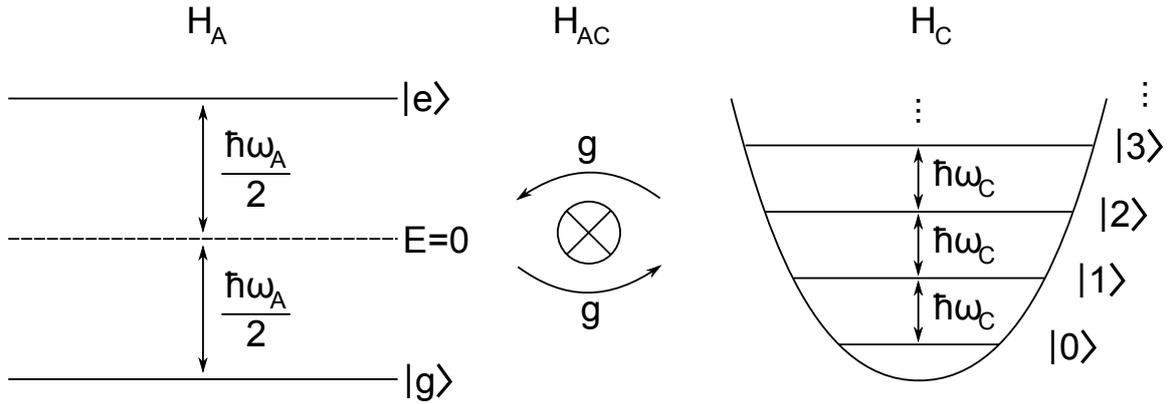
$$\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_C + \hat{H}_{AC} \quad (2.3)$$

für das Gesamtsystem, bestehend aus dem Zwei-Niveau-System  $\hat{H}_A$ , der Resonatormode  $\hat{H}_C$  und der Wechselwirkung  $\hat{H}_{AC}$  zwischen diesen beiden.

Weil die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons im Atom klein gegenüber der Wellenlänge des Lichtes ist ( $x_A \ll \lambda$ ), wird die Dipolnäherung angewandt. Somit ist die Wechselwirkung

$$\hat{H}_{AC} = -\hat{d} \cdot \hat{E} \quad (2.4)$$

das Produkt zwischen dem Dipolmoment  $\hat{d}$  des Zwei-Niveau-Systems und dem elektrischen Feld  $\hat{E}$  im Resonator. Das Dipolmoment wird mithilfe des Aufsteigeoperators  $\hat{\sigma}^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$



**Abbildung 2.3: Schematische Illustration** des Zwei-Niveau-Systems  $H_A$  und des Lichtfelds eines Resonators  $H_C$ . Beide Systeme koppeln über die Wechselwirkung  $H_{AC}$  mit der Stärke  $g$  miteinander. Der Übergang vom Grundzustand  $|g\rangle$  in den angeregten Zustand  $|e\rangle$  hat die Frequenz  $\omega_A$ . Das quantisierte Lichtfeld im Resonator mit Frequenz  $\omega_C$  wird als ein harmonischer Oszillator dargestellt.

und des Absteigeoperators  $\hat{\sigma}^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  im Zwei-Niveau-System zu

$$\hat{d} = \vec{\mu} (\hat{\sigma}^+ + \hat{\sigma}^-). \quad (2.5)$$

Der Vektor  $\vec{\mu}$  beschreibt dabei das Dipolmoment zwischen dem Grundzustand und dem angeregten Zustand. Das elektrische Feld mit Amplitude  $E_0$  wird wie die Lichtmode im Resonator quantisiert und lässt sich normiert im Volumen  $V$  der Resonatormode mit

$$\hat{E} = E_0 \vec{e} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) = \vec{e} \sqrt{\frac{\hbar \omega_c}{2 \epsilon_0 V}} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \quad (2.6)$$

beschreiben. Der Vektor  $\vec{e}$  gibt die Richtung der Polarisation an.  $\epsilon_0$  ist die Dielektrizitätskonstante und  $\hbar$  ist das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum.

Durch das Ausmultiplizieren von Gleichung 2.4 erhält man vier Terme mit den Operatoren  $\hat{\sigma}^+ \hat{a}$ ,  $\hat{\sigma}^+ \hat{a}^\dagger$ ,  $\hat{\sigma}^- \hat{a}$  und  $\hat{\sigma}^- \hat{a}^\dagger$ . Wenn der Unterschied der Frequenzen zwischen Atomübergang  $\omega_A$  und Resonator  $\omega_C$  klein ist,  $\Delta = \omega_A - \omega_C \approx 0$ , dominieren die beiden Energie erhaltenden Terme:

- $\hat{\sigma}^+ \hat{a}$  Absorption eines Photons durch Anregung des Zwei-Niveau-Systems
- $\hat{\sigma}^- \hat{a}^\dagger$  Emission eines Photons durch Übergang in den Grundzustand des Zwei-Niveau-Systems.

So können die nicht Energie erhaltenden Terme vernachlässigt werden. Mit dieser sogenannten Drehwellennäherung, [26] S. 357 f, vereinfacht sich die Wechselwirkung zu

$$\hat{H}_{AC} = \hbar g (\hat{\sigma}^+ \hat{a} + \hat{\sigma}^- \hat{a}^\dagger). \quad (2.7)$$

Die Konstante  $g$  beschreibt die Kopplungsstärke zwischen dem Zwei-Niveau-System und der Resonatormode

$$g = \sqrt{\frac{\mu^2 \omega}{2 \hbar \epsilon_0 V}}. \quad (2.8)$$

Wie in Abschnitt 2.1 bereits erwähnt, ist die Wurzel des Modenvolumens  $\sqrt{V}$  im Resonator indirekt proportional zur Kopplungsstärke  $g$  zwischen Atom und Licht.

Für die Anwendung als Quantenschnittstelle soll genau ein Photon erzeugt werden. Wenn ein Laser zur Anregung des Zwei-Niveau-Systems eingestrahlt wird, kann nach der Erzeugung des ersten Photons das Atom ein weiteres Mal angeregt werden. Somit ist es möglich, dass ungewollt mehrere Photonen erzeugt werden. Für die Erzeugung von Einzelphotonen wird das Atom zu einem Drei-Niveau-System erweitert. Mit einem Start- und Endzustand, die nicht direkt miteinander wechselwirken, wird sichergestellt, dass der Prozess nur einmal durchgeführt und somit nur ein einzelnes Photon erzeugt wird.

### 2.2.2 Erzeugung von Einzelphotonen

Das Jaynes-Cummings Modell wird zu einem  $\Lambda$ -förmigen Drei-Niveau System im Resonator mit den Zuständen S, P und D erweitert. Dadurch wird ermöglicht, gezielt einzelne Photonen zu erzeugen. Dafür ist es wichtig, dass kein direkter Übergang zwischen dem Anfangszustand S und dem Endzustand D möglich ist. Das große Lambda  $\Lambda$  illustriert die Übergänge der zwei energetisch niedrigeren Zuständen S und D mit dem angeregten Zustand P darüber, vgl. Abb. 2.4 a. Im Kalziumion ist dieses System mit dem Quadrupolübergang zwischen den Zuständen 4S und 3D verwirklicht. Der Zustand 3D ist durch den Quadrupolübergang deutlich langlebiger als der Zustand 4P mit den Dipolübergängen zwischen S  $\leftrightarrow$  P und P  $\leftrightarrow$  D. Dadurch ist der direkte Zerfall von Zustand 3D zu 4S für die Zeitskala der Experimente zu vernachlässigen.

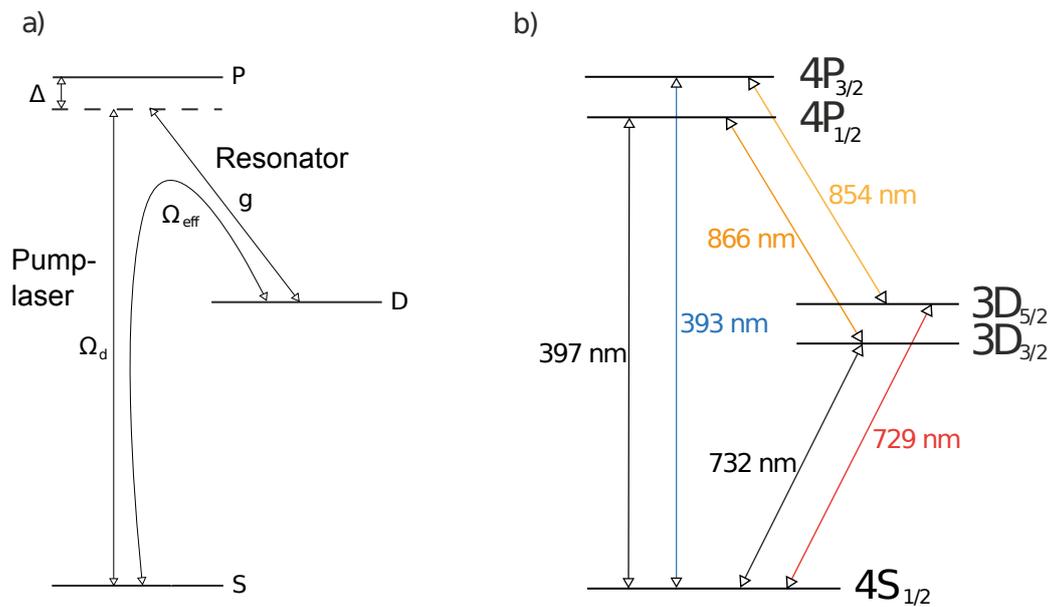
Ein Übergang vom Anfangszustand in den gewünschten Endzustand kann über die zwei Dipolübergänge realisiert werden. Dazu koppelt der Anfangszustand S über einen Pumplaser an den angeregten Zustand P mit der Rabi-Frequenz  $\Omega_d$ , siehe Abb. 2.4 a. Auf der anderen Seite der Abbildung 2.4 a koppelt der Resonator den Zustand P mit D über die Kopplungsstärke  $g$ . Beide Kopplungen sind um die Frequenz  $\Delta$  zu den eigentlichen Übergängen verstimmt, damit der kurzlebige Zustand P nicht angeregt wird.

Durch den Pumplaser mit der Rabi-Frequenz  $\Omega_d$  kann nun mithilfe des Resonators der Übergang zwischen dem Zustand S zu D getrieben werden. Im Fall von starker Kopplung  $g \gg \gamma$  oszilliert nun das System zwischen dem Zustand S ohne Photon und dem Zustand D mit Photon im Resonator. In der Realität muss aber der Zerfall der Lichtmode im Resonator

$$\kappa \approx \frac{c}{2L\mathcal{F}} \quad (2.9)$$

beachtet werden. Neben der Konstante  $c$ , der Lichtgeschwindigkeit, hängt der Resonatorzerfall von der Länge  $L$  und Finesse  $\mathcal{F}$  des Resonators ab. Die Oszillation zwischen den beiden Zuständen wird nun durch den Zerfall der Resonatormode  $\kappa$  gedämpft. Dadurch endet das System im Zustand D, wobei das Photon aus dem Resonator emittiert wird. Der Endzustand D koppelt nun ohne Photon im Resonator nicht weiter mit den anderen Zuständen. Eine weitere Photonerzeugung ist somit verhindert. Für den Fall mittlerer bis schwacher Kopplung  $g \lesssim \gamma$  erhält man einen exponentiellen Zerfall abhängig von  $\kappa$  des Photons im Resonator. Proportional dazu ist das Wellenpaket des Photons zeitlich asymmetrisch geformt.

Dieser Prozess wird als stimulierter Ramanübergang bezeichnet und wird in den Arbeiten [27] und [21] ausführlich diskutiert. Die Kopplung an einen optischen Resonator in einem Ramanprozess wurde erstmals mit neutralen Atomen realisiert [28].



**Abbildung 2.4:** **a** Das ideale Drei-Niveau-System in  $\Lambda$ -Form aus [29]. Der Übergang zwischen dem Zustand D und S ist ein Quadrupolübergang. Dadurch ist der Zustand D langlebig und dient als Qubit. Dieser verbotene Übergang wird über das  $\Lambda$ -System mit den zwei Dipolübergängen  $S \leftrightarrow P$  und  $P \leftrightarrow D$  mit den Rabi-Frequenzen  $\Omega_d$  und  $g$  getrieben. Die Dipolübergänge sind dabei um die Frequenz  $\Delta$  verstimmmt. **b** Feinstrukturaufspaltung im Kalziumion. Die Zustände D und P im Kalziumion spalten unter Berücksichtigung der Kopplung zwischen Spins und Bahndrehimpulse des Elektrons weiter auf. Mit den eingezeichneten Wellenlängen können die verschiedenen Übergänge getrieben werden. Es wurden zwei  $\Lambda$ -Systeme in unserer Gruppe verwendet: zwischen  $4S_{1/2}$  und  $3D_{5/2}$  über  $4P_{3/2}$  oder zwischen  $4S_{1/2}$  und  $3D_{5/2}$  über  $4P_{3/2}$ .

Das Bild 2.4 zeigt in Teil b das genauere Termschema des einfach ionisierten 40-Kalziumatoms, das unter Berücksichtigung der Feinstrukturaufspaltung fünf Zustände  $4P_{3/2}$ ,  $4P_{1/2}$ ,  $3D_{5/2}$ ,  $3D_{3/2}$  und  $4S_{1/2}$  aufweist. Außerdem sind alle nötigen Wellenlängen für die Manipulation des Kalziumions farblich gekennzeichnet. Der Resonator wird für den Übergang zwischen den Zuständen  $4P$  und  $3D$  verwendet, da für die infraroten Wellenlängen um 860 nm im Gegensatz zum ultravioletten Licht hochreflektierende Spiegel mit wenigen Verlusten verfügbar sind. In früheren CQED-Experimenten mit Kalzium 40 wurde der Ramanübergang zwischen  $4S_{1/2}$ ,  $3D_{3/2}$  über  $4P_{1/2}$  verwendet [30]. Inzwischen ist der Resonator aus Substratspiegeln des alten Experiments an den Übergang von  $4P_{3/2}$  auf  $3D_{5/2}$  mit der Wellenlänge 854 nm gekoppelt. Dies ist konsistent mit dem Qubit zwischen  $4S_{1/2}$  und  $3D_{5/2}$ , wie es bei Quanteninformationsexperimenten unserer Forschungsgruppe verwendet wird [31]. Genauere Informationen zu den in früheren Experimenten verwendeten Lasern, Prozessen und technischen Umsetzungen sind in den Arbeiten [27], [32], [21] und [29] zu finden.

Neben dem Ramanprozess gibt es eine weitere Möglichkeit, einzelne Photonen mit einem Drei-Niveau-System zu erzeugen. Dazu ist es notwendig, das Gesamtsystem in einem Eigenzustand zu präparieren, der keine Komponente des angeregten Zustandes  $P$  enthält und daher als Dunkelzustand bezeichnet wird. Solange das System langsamer geändert wird als  $g^2/\gamma$  (adiabatische Änderung), bleibt das System im präparierten Eigenzustand. Durch das adiabatische Ausschalten des Pumplasers kann so vom Zustand  $S$  in den Zustand  $D$  unter Aussendung eines Photons transferiert werden. Der Prozess wird als STIRAP (Stimulated Raman Adiabatic Passage) bezeichnet und ist in den Referenzen [33] und [34] genauer beschrieben. Das Wellenpaket des erzeugten Photons ist dabei zeitlich symmetrisch. Durch die symmetrische Form ist eine effektivere kohärente Absorption eines Photons mit umgekehrte STIRAP möglich. Ein Vergleich der Vorgänge zwischen STIRAP und dem Ramanübergang wird in der Diplomarbeit [27] anhand der Eigenschaften des ersten CQED-Experiments diskutiert.

### 2.2.3 Übertragung eines Zustands

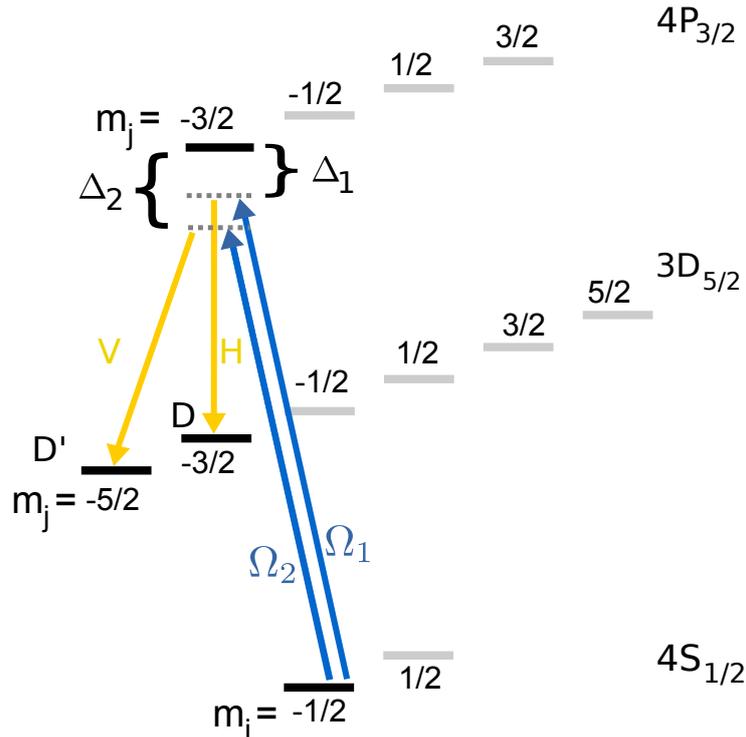
Soll nun ein Qubit vom Ion auf das Photon übertragen werden, muss die Superposition zwischen zwei elektronisch angeregten Zuständen des Valenzelektrons vom Kalziumion auf zwei orthogonale Polarisierungen des Photons überführt werden. Die verschiedenen Polarisationsmoden im Resonator müssen bestimmten Zuständen im Ion zugeordnet sein, um ein Photon mit der gewünschten Polarisation zu erzeugen. Hierfür wird die Zeemanaufspaltung des Ions genutzt. Mit einem Magnetfeld senkrecht zur Resonatorachse ist ein Photon im Resonator, das über den Übergang von  $4P_{3/2}$  mit  $m_j = -3/2$  zu  $3D_{5/2}$  mit  $m_j = -5/2$  erzeugt wird, senkrecht zum Magnetfeld gerichtet. Die Polarisation des Lichtes aus diesem Übergang wird als vertikal bezeichnet. Analog dazu besitzt das Licht des Übergangs von  $4P_{3/2}$  mit  $m_j = -3/2$  zu  $3D_{5/2}$  mit  $m_j = -3/2$  eine horizontale Polarisation. Bild 2.5 zeigt die Zeemanaufspaltung des Kalziumions mit den verwendeten Übergängen.

Im Folgenden wird anhand der Verschränkung eines Photons mit einem Ion [23] das Prinzip der Erzeugung von Einzelphotonen mit verschiedenen Polarisierungen gezeigt. Wie in der Abbildung 2.5 zu erkennen ist, werden mithilfe der zwei verschiedenen Frequenzen der Pumplaser die zwei Übergänge mit den zwei orthogonalen Polarisierungen getrieben. Durch die Pumplaser mit Rabi-Frequenzen  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$  kann so eine Verschränkung zwischen der Polarisation des erzeugten Photons mit dem Endzustand des Ions  $D$  oder  $D'$  erzeugt werden. Man erhält durch

Anpassen der Rabi-Frequenzen  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$  den verschränkten Zustand

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H, D\rangle + |V, D'\rangle) \quad (2.10)$$

des Gesamtsystems. In ähnlicher Weise können so Quantenzustände von stationären auf fliegende Qubits und umgekehrt transformiert werden. Die Übertragung eines Qubits wurde bereits mit gefangenen neutralen Atomen in optischen Resonatoren in der Gruppe von Prof. Rempe [35] gezeigt.



**Abbildung 2.5: Verschränkung zwischen Photon und Ion.** Das Ion ist im Anfangszustand S präpariert. Mithilfe der zwei Pumplaser  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$  werden zwei stimulierte Ramanübergänge mit unterschiedlichen Endzuständen D und D' durchgeführt. Durch die Zeemanaufspaltung besitzen die Endzustände unterschiedliche Energien abhängig von ihren Gesamtdrehimpuls  $m_j$ . Durch die verschiedenen Verstimmung  $\Delta_1$  und  $\Delta_2$  der Pumplaser können die Endzustände adressiert werden. Die Polarisation des Photons ist dabei abhängig vom Endzustand des Ions. Ion und Photon sind also verschränkt. Abbildung aus [23].

Es soll im Folgenden angenommen werden, dass der verwendete Resonator eine Verstimmung  $\Delta\nu = (\omega_H - \omega_V)/2\pi$  der Polarisationsmoden H und V aufgrund von Doppelbrechung besitzt, wie es in Abschnitt 3.3.3 diskutiert wird. Wegen der Verstimmung der Polarisationsmoden im Resonator unterscheiden sich nun aber die Frequenzen der Photonen je nach ihrer Polarisation. Durch die unterschiedlichen Frequenzen der horizontalen  $\omega_H$  und vertikalen Polarisation  $\omega_V$  entsteht eine Phasendifferenz abhängig von der Zeit  $t$  bzw. Länge der Flugstrecke  $x = ct$ . Damit ist die vorher erzeugte Verschränkung  $|\psi\rangle$  nun zeitabhängig

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H, D\rangle + e^{i\Delta\nu t/2\pi} |V, D'\rangle). \quad (2.11)$$

Für eine vollständige Verschränkung muss also der Phasenunterschied  $\Delta\nu t/2\pi$  bei der Messung berücksichtigt werden. Durch das Anpassen der Frequenzen der Pumplaser könnte die Verschränkung weiterhin zeitunabhängig bleiben. Jedoch würde dann der Zustand des Ions nach der Messung des Photons oszillieren. Das Problem des Phasenunterschieds wird verschoben, jedoch kann es nur durch Beachtung der Verstimmung  $\Delta\nu$  und Flugzeit  $t$  gelöst werden.

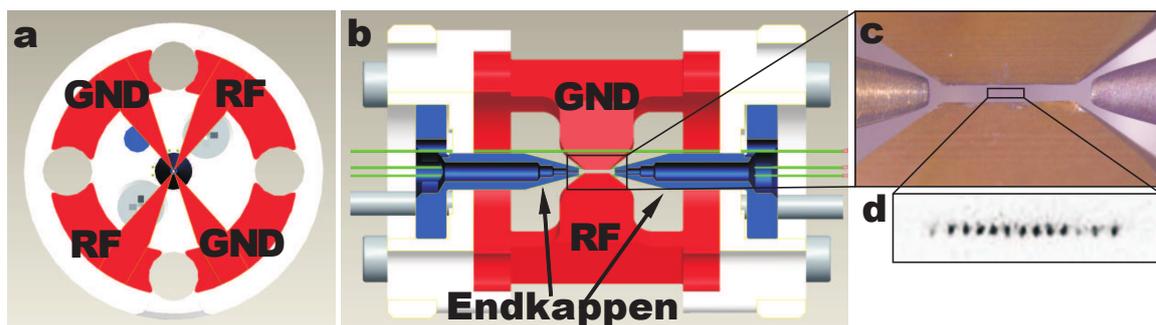
Analog zur Verschränkung muss der Phasenunterschied, der abhängig von der Ausbreitung des Photons ist, auch bei der Anwendung als Quantenschnittstelle berücksichtigt werden. Das heißt, es müssen zusätzlich die Verstimmung  $\Delta\nu$  und die Flugstrecke  $x$  bzw. -zeit  $t$  der Photonen beachtet werden. Eine genauere Untersuchung der Doppelbrechung ist also notwendig, um die Faserresonatoren als Quantenschnittstelle zu verwenden. Zur Vereinfachung wäre es von Vorteil, die Verstimmung  $\Delta\nu$  der Polarisationsmoden im Resonator zu minimieren.

## 2.3 Aufbau des Experiments

Das Faserresonator Experiment ist von der Doktorandin Birgit Brandstätter entworfen und aufgebaut worden. Es kann in zwei einzelne Systeme gegliedert werden. Der Faserresonator, der durch zwei Glasfaserenden gebildet wird, wird in Abschnitt 2.3.2 erläutert. Das weitere System ist die Ionenfalle, die es ermöglicht, ein einzelnes Ion im Resonator zu halten.

### 2.3.1 Ionenfalle

Ionenfallen ermöglichen, es einzelne Ionen zu fangen und bis zu mehreren Tagen zu halten. Dazu werden Ultrahochvakuen (UHV) im Bereich von  $10^{-10}$  mbar benötigt, um Stöße mit dem verbliebenen Hintergrundgas zu minimieren. Die verwendete Vakuumkammer ist auf die benötigten Eigenschaften wie optischer Zugang und Vakuumbedingungen angepasst. Für einen best möglichen optischen Zugang wird eine achtseitige Vakuumkammer aus Edelstahl gewählt. Um solch ein UHV bei Raumtemperatur zu erreichen, müssen die Bestandteile des Vakuums bei möglichst hohen Temperaturen ausgebacken werden. Dadurch lösen sich  $H_2O$  Moleküle von den Oberflächen, die das Vakuum beeinträchtigen würden. Der finale zweiwöchige Pumpprozess ist durch die Fasern und ihre Halterungen auf  $180\text{ }^\circ\text{C}$  limitiert. Deshalb werden die Edelstahlteile und die Vakuumfenster bei höheren Temperaturen  $400\text{ }^\circ\text{C}$  bzw.  $250\text{ }^\circ\text{C}$  davor separat ausgeheizt.



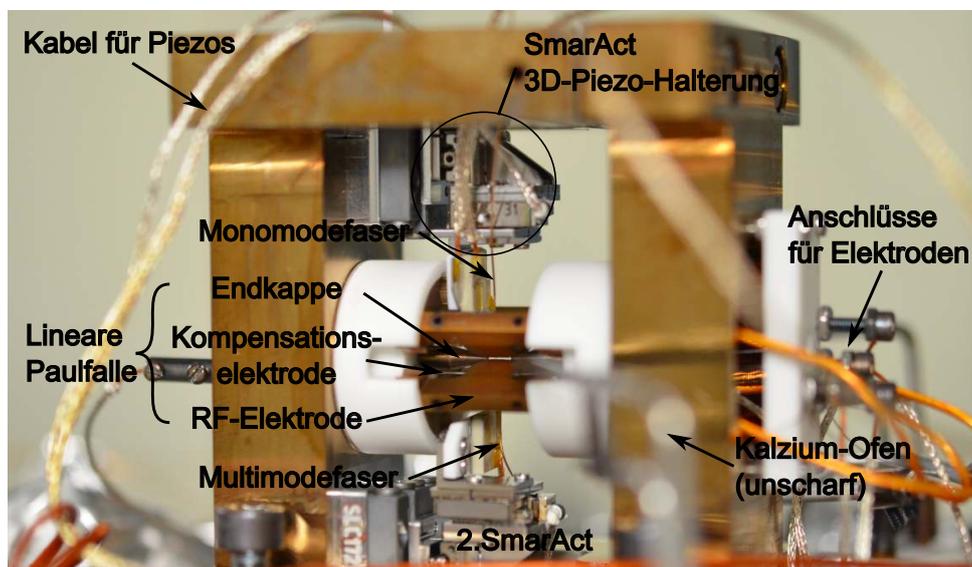
**Abbildung 2.6: Ionenfalle:** Schematischer Aufbau der linearen Paul Falle mit klingenförmigen RF-Elektroden (rot), Spitzenelektroden (blau) und Kompensationselektroden (grün). Bildabschnitt a ist in Richtung der Fallenachse. Teil b bildet die Falle im seitlichen Querschnitt ab. Bildabschnitt c ist ein reales Bild der RF-Elektroden und Endkappen. Bildabschnitt d vergrößert den Ausschnitt weiter und zeigt eine Aufnahme einer gefangenen Ionenkette. Bild aus [19].

Die Ionenfalle besteht aus vier klingenförmigen Edelstahlelektroden. Diese vier sogenannten RF-Elektroden, abwechselnd mit Erdung (GND) und Radiofrequenz (RF) belegt, vgl. Abb. 2.6 a, formen das Radiofrequenz-Potenzial in radialer Richtung um das Ion. Die beiden Spitzenelektroden, auch Endkappen in Abb. 2.6 b und c genannt, bilden das statische Fallenpotenzial in axialer Richtung. Diese Ionenfalle wird nach ihrem Erfinder als lineare Paulfalle [36] bezeichnet. In unserem Experiment wird eine modifizierte Version der in [37] und [38] beschriebenen Falle verwendet. Unsere Falle ist kleiner, damit die Faserenden näher zum Ion gebracht werden können. Der Abstand der RF-Elektroden ist zwischen  $170\text{ }\mu\text{m}$  und  $300\text{ }\mu\text{m}$ . Weiters ist zwischen den RF-Elektroden kein rechter Winkel, sondern es liegt eine Aufteilung der Winkel von  $120^\circ$  und  $60^\circ$  vor, wie es in in Abb. 2.6 a zu erkennen ist. Der größere Winkel ist notwendig, um genug Platz für die Montage der Fasern zu schaffen. Außerdem sind die Endkappen durchbohrt,

um weiteren optischen Zugang zu ermöglichen [39]. Zusätzlich sind vier Kompensationselektroden paarweise eingebaut. Je zwei Paare an Elektroden dienen zur Kompensation der Mikrobewegung des Ions [40]. Die Elektroden eines Paares können auch einzeln angesteuert werden. Damit ist es möglich, das Fallenpotenzial zu korrigieren, wenn das Potenzial durch Ladungen auf den Glasfaserenden gestört wird. Für weitere Details ist die technische Publikation unserer Gruppe über die Entwicklung der Faserresonatoren in Ionenfallen [19] heranzuziehen.

### 2.3.2 Faserresonator

Die optischen Faserresonatoren wurden in der Gruppe von J. Reichel [18] entwickelt. Eine Monomodefaser wird zum Einkoppeln und eine Multimodefaser zum Auskoppeln verwendet, siehe Abschnitt 3.2.3. Birgit Brandstätter stellte in Zusammenarbeit mit dieser Gruppe die Fasern für unser Experiment her. Die Faserenden sind auf verstellbaren Halterungen montiert, siehe Abb. 2.7. Diese Halterungen von SmarAct können durch Anlegen von elektrischen Spannungen über Piezos einige Millimeter in alle drei Raumrichtungen verschoben werden. Dadurch können die Fasern im Vakuum justiert werden. Dies ist bei unserem Experiment notwendig, da sich die Ausrichtung der Fasern beim Ausheizen ändert. Abbildung 2.7 zeigt ein Foto des Versuchsaufbaus innerhalb der Vakuumkammer. Die lineare Paulfalle hat ihre axiale Achse von links nach rechts und die Mono- und Multimodefaser werden von oben und unten in der Falle montiert. Beide Fasern sind auf zwei einzelnen 3D-Piezo-Halterungen befestigt. Dadurch können die Fasern auch im Bezug zur linearen Paulfalle ausgerichtet werden.



**Abbildung 2.7: Versuchsaufbau.** Die Ionenfalle mit Fasern ist auf dem Deckel der Vakuumkammer montiert. Die Bestandteile der Ionenfalle sind eingezeichnet. Auch die Fasern und ihre Halterungen sind beschriftet. Im Vordergrund ist einer der zwei Kalzium-Ofen unscharf zu erkennen.

Unser Experiment ist für Faserresonatoren mit einer Länge von etwa  $200\ \mu\text{m}$  entworfen worden. Für möglichst stabile Resonatoren, die dazu ein kleines Volumen für große Kopplungsstärken (vgl. Abschnitte 2.2 und 3.2) besitzen, werden dazu sphärisch geformte Spiegel mit Krümmungsradien von etwa der gleichen Länge wie der Resonator benötigt. Die Herstellung

solcher Faserenden wird in den folgenden Unterabschnitten erläutert. Zuerst wird beschrieben, wie aus einem ebenen Faserende die benötigten konkaven Flächen entstehen. Für die Funktion als Spiegel fehlt dem Faserende nur noch eine reflektierende Beschichtung. Die Herstellung solcher Beschichtungen wird im Anschluss beschrieben. Die Funktionsweise der Beschichtungen wird dagegen erst später in der Theorie im Unterabschnitt 3.3.1 erklärt.

### Herstellung der sphärischen Faserenden

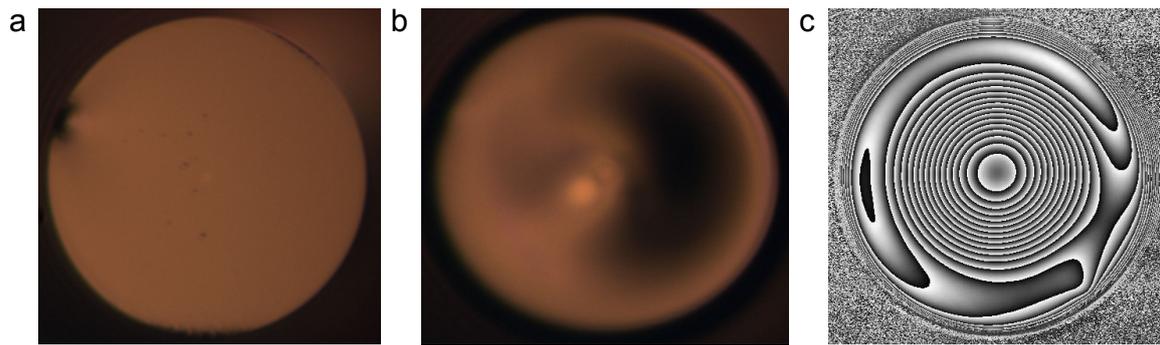
Glasfasern werden mithilfe eines Fasersplatters getrennt und erhalten dadurch ein ebenes Faserende, siehe Abb. 2.8 a. Für die Herstellung der konkaven Oberfläche eines Faserendes, das einer sphärischen Form genähert werden kann, wird ein fokussierter  $\text{CO}_2$ -Laser mit einem kurzen Puls hoher Intensität auf das ebene Faserende gestrahlt. Die Wellenlänge des  $\text{CO}_2$ -Lasers ist so hoch, dass das Licht an der Oberfläche der Faser absorbiert wird. Dabei erhitzt sich die Faser lokal so auf, dass das Material auf der fokussierten Stelle verdampft. Dieser Prozess wird als  $\text{CO}_2$ -Laser Ablation bezeichnet. Eine detaillierte Beschreibung mit Modellen und Berechnungen zu diesem Prozess ist in der Diplomarbeit [41] zu finden. Fasern, die mittels der  $\text{CO}_2$ -Laser Ablation hergestellt worden sind, wurden in verschiedenen Experimenten [18], [42] und [20] erfolgreich getestet.

Bei Experimenten mit neutralen Atomen [43] werden die Atome durch Dipolfallen mit Laserstrahlen gefangen, die auf wenige  $10\ \mu\text{m}$  fokussiert sind. Im Gegensatz dazu sind die Elektroden unserer Ionenfalle  $170\ \mu\text{m}$  entfernt. Die Faserenden können dabei nicht innerhalb der Elektroden platziert werden. Ladungen auf den dielektrischen Faserenden stören nämlich das Fallenpotenzial, sodass die Ionen in der Falle nicht mehr stabil gefangen werden können. Im Unterschied zu neutralen Atomen werden hier wegen der Ionenfalle also wesentlich längere Resonatoren benötigt.

Die Dauer, die Intensität und der Strahlradius der  $\text{CO}_2$ -Laser-Impulse müssen für die größeren Krümmungsradien der langen Resonatoren angepasst werden. Durch die Länge der Resonatoren ist der Durchmesser der Lichtmode auf den Spiegeln größer, vgl. Abschnitt 3.2. Deshalb werden auch größere Spiegeldurchmesser benötigt. Das heißt, auch der Strahlradius der  $\text{CO}_2$ -Laser-Impulse muss vergrößert werden. Für dieselbe Hitze zum Verdampfen des Faserendes muss daher aber auch die Intensität des  $\text{CO}_2$ -Lasers gesteigert werden. Wegen der höheren Laserenergie muss mehr Wärmeenergie nach einem Laser-Impuls abgeführt werden. Deshalb werden für eine verbesserte Wärmeableitung mit größerem Reservoir Glasfasern mit einem Manteldurchmesser von  $200\ \mu\text{m}$  statt den üblichen  $125\ \mu\text{m}$  verwendet.

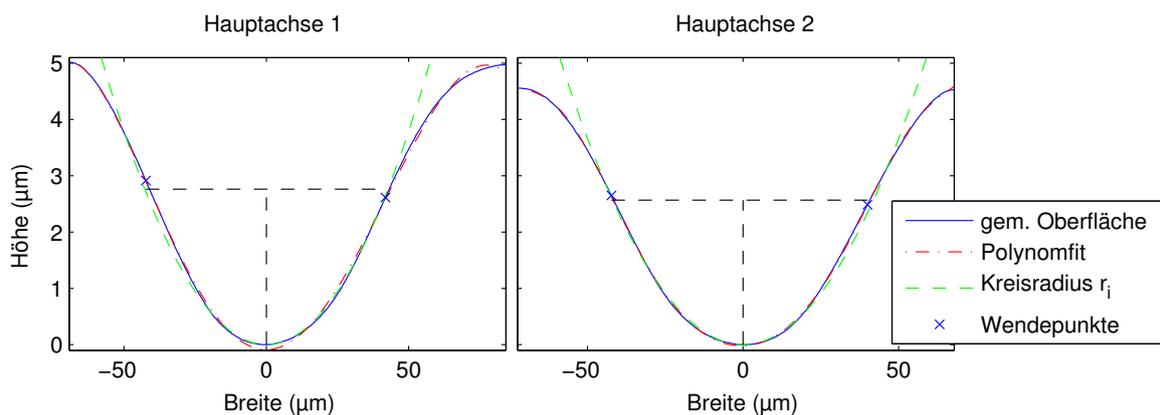
Nach der  $\text{CO}_2$ -Laser Ablation werden die Faserenden mithilfe von Interferenzmessungen charakterisiert, vgl. [19]. Durch die Ringe der Interferenzaufnahmen, siehe Abb. 2.8 c, ist es möglich, ein Tiefenprofil der Oberfläche zu bestimmen. Wegen der radialen Intensitätsverteilung des Gauß-förmigen Laserstrahls ist nun auch die Oberfläche des Faserendes, wie auf dem Foto in Abb. 2.8 b zu erahnen, in Form einer Gaußkurve abgetragen. Die Charakterisierung wird durch drei Parametern bestimmt.

Als erstes werden die Hauptachsen der nicht perfekt kreisförmigen Ablation bestimmt. Die Tiefenprofile aus den Interferenzmessungen werden entlang dieser Hauptachsen gegen den Abstand vom Mittelpunkt aufgetragen, siehe Abb. 2.9. Mithilfe eines Polynomfits werden die Wendepunkte der Oberfläche bestimmt. Der Abstand der Wendepunkte gibt den Durchmesser der Struktur an. Dieser Durchmesser der Struktur entspricht der Größe der sphärischen Form. Das



**Abbildung 2.8: Faserenden** a Monomodefaser mit ebenen Ende. b Faser nach CO<sub>2</sub>-Laser Ablation. c Faser nach CO<sub>2</sub>-Laser Ablation als Interferenzaufnahme. Bild aus [19].

Verhältnis der Durchmesser der beiden Hauptachsen ist ein Maß für die Abweichung zu einer perfekten Kreisform. Als letztes wird durch einen Fit eines Kreises zwischen den Wendepunkten der Krümmungsradius der Oberfläche bestimmt. Man erhält also den Krümmungsradius, den Durchmesser der Struktur und das Verhältnis der Hauptachsen für ein hergestelltes Faserende.



**Abbildung 2.9: Charakterisierung** der Spiegeloberflächen. Entlang der zwei Hauptachsen werden die Querschnitte der Oberfläche (blau) dargestellt. Durch einen Polynomfit (rot) werden die Wendepunkte ermittelt, die den Durchmesser der Struktur angeben. Mithilfe eines Kreisfits (grün) wird der Krümmungsradius des Spiegels bestimmt. Bild aus [19].

### Herstellung hoch reflektierender Beschichtungen

Die hochreflektierende Beschichtung wurde in Boulder, Colorado, bei der Firma ATFilms hergestellt. Die Reflexion ist für eine Wellenlänge um 860 nm optimiert (vgl. Übergang 4P zu 3D im Kalziumatom in Unterabschnitt 2.2.2). Der Herstellungsprozess ist mit dem Beschichtungsprozess von polierten Glassubstraten identisch. Unter Vakuum werden mittels eines Strahls von ionisierten Argonatomen Teilchen aus einem Festkörper herausgeschlagen. Diese Teilchen lagern sich auf den zu beschichteten Substraten, hier den Faserenden, ab. Der Ionenstrahl ist über die kinetische Energie und den Anzahl der Ionen einstellbar. Somit können bei dem sogenannten Ionenstrahl-Sputtern [44] enorm dichte und stabile Beschichtungen erreicht werden.

Für eine möglichst effektive Reflexion, wie in Unterabschnitt 3.3.1 erklärt, werden alternierend 19 Schichten aus Tantal(V)-oxid ( $\text{Ta}_2\text{O}_5$ ) und 18 Schichten aus Siliziumdioxid ( $\text{SiO}_2$ ) auf die Faserenden aufgetragen. Bei einem Beschichtungsprozess der Firma ATFilms war Platz für 52 Faserenden und sechs Glassubstraten für Referenzmessungen. Drei der sechs Glassubstrate wurden mit S1, S2 und S3 gekennzeichnet. Die Faserenden wurden in vier Blöcken zu je 13 Faserenden montiert. Daraus ergibt sich eine Namensgebung 1 bis 4 für den Block und römisch I bis XIII für eine einzelne Faser, z.B. Faser 4VI abgebildet in Abb. 2.8.

# Kapitel 3

## Theoretische Beschreibung von Resonatormoden

In diesem Kapitel wird der theoretische Hintergrund für die vorgenommenen Messungen in Kapitel 4 und 5 erklärt. Abschnitt 3.1 erläutert und motiviert die Gauß-Strahlen. Mit den Gauß-Strahlen kann der Strahlenverlauf im Versuchsaufbau insbesondere im Resonator in Abschnitt 3.2 beschrieben werden. Die Unterabschnitte 3.2.1 bis 3.2.4 erklären die Bedingungen für eine Transmission durch einen Resonator. Die Doppelbrechung, das eigentliche Thema der Masterarbeit, wird im letzten Abschnitt 3.3 ausführlich diskutiert.

### 3.1 Gauß-Strahl

Die Beschreibung des Gauß-Strahls in diesem Abschnitt lehnt sich an die Herleitungen in den Referenzen [45] S. 82 ff und [46] S. 207 ff. Die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen wird durch die aus den Maxwell'schen Gleichungen resultierenden Wellengleichung beschrieben. Deren Lösungen sind im einfachsten Fall die ebene und sphärische Welle. Beide Wellen geben jedoch nur in Spezialfällen physikalisch sinnvolle Lösungen und sind für die Beschreibung des Strahlenverlaufs in unserem Versuchsaufbau ungeeignet. Allgemein ist die räumliche Ausbreitung durch die Helmholtz Gleichung

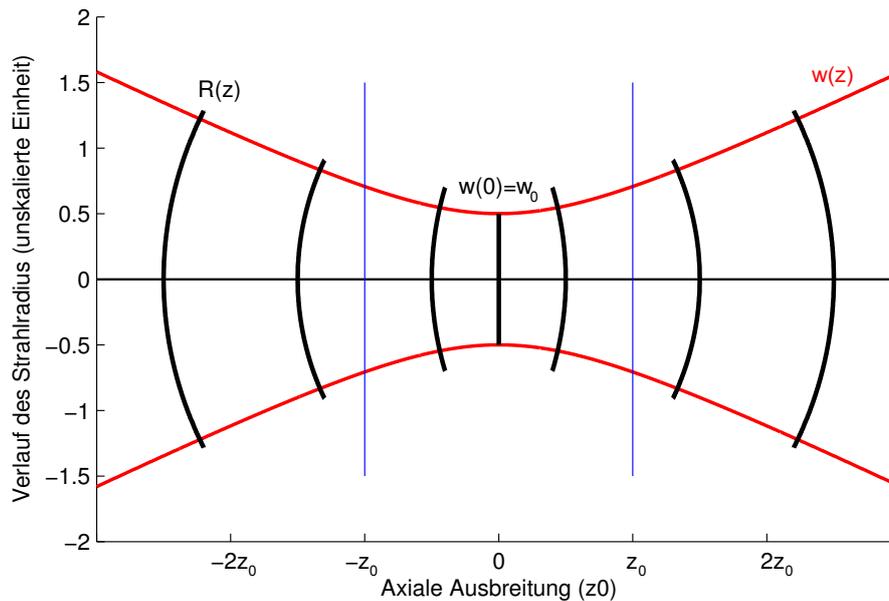
$$(\nabla^2 + k^2) E(\vec{r}) = 0, \text{ mit } |\vec{k}| = \frac{\omega}{c} \quad (3.1)$$

mit dem Wellenvektor  $\vec{k}$  und der dazugehörigen Frequenz  $\omega$  bestimmt. Mit der Paraxialnäherung, dass sich die Amplitude  $A(\vec{r})$  einer ebenen Welle  $E(\vec{r}) = A(\vec{r}) \exp[-ikz]$  nur wenig in einem Bereich  $\Delta z \approx \lambda$  einer Wellenlänge  $\lambda$  ändert, wird Gleichung 3.1 zur paraxialen Helmholtz Gleichung

$$\left( \nabla^2 + i2k \frac{\partial}{\partial z} \right) A(\vec{r}) \approx 0. \quad (3.2)$$

Eine Lösung dieser Gleichung ist der sogenannten Gauß-Strahl mit dem komplexen elektrischen Feld

$$E(\vec{r}) = A_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp \left[ -\frac{\rho^2}{w(z)^2} \right] \exp \left[ i \left( -kz - k \frac{\rho^2}{2R(z)} + \zeta(z) \right) \right]. \quad (3.3)$$



**Abbildung 3.1: Darstellung eines Gauß-Strahls.** Rot ist der Strahlradius  $w(z)$ . Im Fokus ( $z = 0$ ) wird er zur Strahltaile  $w_0$ . Schwarz eingezeichnet sind die Krümmungsradien der Wellenfront  $R(z)$ . Mit blau gekennzeichnet ist die Rayleigh Länge  $z_0$ .

Die Komponenten des elektrischen Feldes sind:

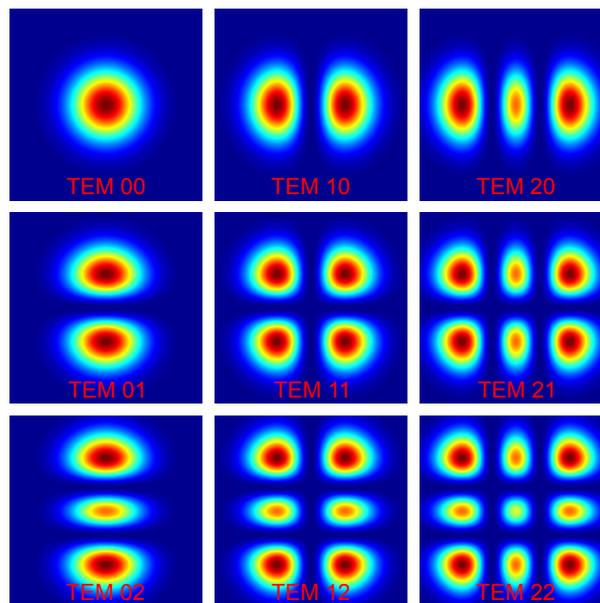
- $\rho^2 = x^2 + y^2$  radialer Abstand zur Ausbreitungsachse ( $z$ -Achse)
- $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  Wellenzahl
- $A_0$  Amplitude des elektrischen Feldes
- $w_0$  Strahltaile ist der Radius im Fokus des Lichtstrahls
- $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}$  Strahlradius am Ort  $z$
- $z_0 = \frac{\pi}{\lambda} w_0^2$  Rayleigh Länge ist die Distanz, bei der  $w = \sqrt{2}w_0$ .
- $R(z) = \frac{z_0^2 + z^2}{z^2}$  Krümmungsradius der Wellenfront
- $\zeta(z) = \arctan \left[ \frac{z}{z_0} \right]$  Gouy-Phase ist der Phasenunterschied des Gauß-Strahls zur ebenen Welle.

Der radiale Verlauf des Gauß-Strahls ist in Abbildung 3.1 gegen die axialen Ausbreitung dargestellt.

Löst man die paraxiale Helmholtz Gleichung, Gl. 3.1, auch allgemein in der radialen Richtung, ergeben sich mehrere Lösungen. Diese weiteren Lösungen nennt man transversal-elektromagnetische Moden, kurz  $TEM_{nm}$  Moden. Die ganzzahligen Parameter  $n$  und  $m$  beschreiben dabei, dass  $n + 1$  viele Intensitätsmaxima in  $x$  und  $m + 1$  in  $y$  Richtung existieren, vgl. Abb. 3.2.

Der Spezialfall  $\text{TEM}_{00}$  ist dabei wieder der oben beschriebene Fall mit einer Gauß-förmigen radialen Verteilung. Durch die veränderte radiale Geometrie des Strahls ändert sich auch die Gouy-Phase

$$\zeta'(z) = (n + m + 1)\zeta(z). \quad (3.4)$$



**Abbildung 3.2: Transversal elektromagnetische Moden.** Radiale Intensitätsverteilung verschiedener TEM-Moden berechnet für  $\text{TEM}_{00}$  bis  $\text{TEM}_{22}$ .

## 3.2 Strahlenverlauf im Faserresonator

Die Gauß-Strahlen dienen dazu, den Strahlenverlauf im Experiment zu beschreiben. Das Lichtfeld innerhalb des Resonators ist durch die Spiegel als Randbedingungen vorgegeben. Das heißt, der Strahl mit Krümmungsradius  $R(z)$  an den Orten  $z_1$  und  $z_2$  muss mit den Krümmungsradien  $r_1$  und  $r_2$  der Spiegel übereinstimmen,

$$R(z_1) = r_1 \text{ und } R(z_2) = r_2 \quad (3.5)$$

Mit der dazugehörigen Resonatorlänge  $L = |z_1 - z_2|$ , also dem Abstand der Spiegeloberflächen, und den Parametern  $g_{1,2} = 1 - L/r_{1,2}$ , ist der Gauß-Strahl festgelegt. Es ergeben sich die Ausdehnung der Strahltaille

$$w_0 = L \frac{\lambda \sqrt{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}}{\pi |g_1 + g_2 - 2g_1 g_2|} \quad (3.6)$$

und der Ort der Spiegel

$$z_{1/2} = \pm L \frac{(1 - g_{1/2})g_{2/1}}{g_1 + g_2 - 2g_1 g_2} \quad (3.7)$$

relativ zum Fokus des Strahls am Ursprung der Koordinaten.

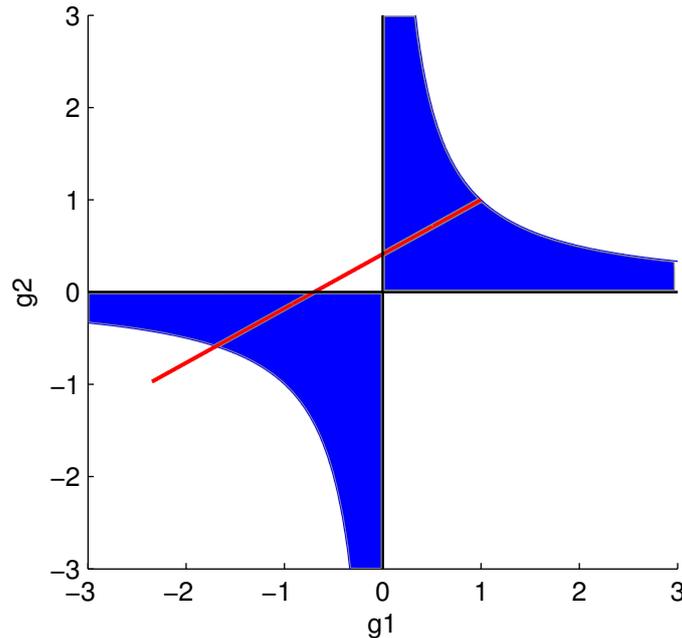
### 3.2.1 Stabilitätskriterium

Mit den Randbedingungen für den Gauß-Strahl zwischen den Spiegeln ergeben sich zwei verschiedene Arten von Lichtmoden im Resonator. Die Lichtmode im Resonator kann durch Reflexionen an den Spiegeln immer zur selben Lichtmode zurück reflektiert werden. Diese Lichtmoden werden als stabil bezeichnet. Beim umgekehrten Fall, dass das Licht sich immer weiter ausbreitet, sind die Resonatoren instabil. Es lässt sich das Stabilitätskriterium

$$0 < g_1 g_2 < 1 \quad (3.8)$$

herleiten (Siehe [47] S. 744 ff und [48] S. 186 ff). Das heißt, es gibt stabile Resonatoren nur mit Parametern, die der Fläche zwischen dem Graphen  $g_1 = \frac{1}{g_2}$  und den Achsen angehören, vgl. blau markierte Fläche in Abb. 3.3.

Durch das im Unterabschnitt 2.3.2 erwähnte SmarAct-Positionssystem für die Faserenden ist es möglich, die Länge des Resonators im laufenden Experiment zu verstellen. Im Folgenden soll die Stabilität des Resonators mit gleich bleibenden Krümmungsradien und mit einer Länge  $L$  von  $0 \mu\text{m}$  bis  $700 \mu\text{m}$  diskutiert werden. Der Verlauf ist im Stabilitätsdiagramm, Abb. 3.3, durch eine rote Gerade markiert. Die Steigung und der y-Achsenabschnitt der Geraden sind dabei abhängig vom Verhältnis der Radien. Als Radien der Spiegel  $r_1 = 209 \mu\text{m}$  und  $r_2 = 355 \mu\text{m}$  wurden die Krümmungsradien der Faserenden im Experiment gewählt. Bei einer Länge  $L = 0 \mu\text{m}$  liegt der theoretische Spezialfall eines planar-planaren Resonators vor. Im Diagramm befindet sich dieser Punkt ( $g_1 = 1, g_2 = 1$ ) am Rand der Stabilität. Ist die Länge des Resonators im Bereich von  $0 < L < r_1$ , kann sich ein stabiler Gauß-Strahl im Resonator ausbreiten. Wählt man eine Länge zwischen den beiden Spiegelradien  $r_1 < L < r_2$ , gibt es keine stabile Lichtmode im Resonator. Erst wieder bei einer Länge zwischen dem größeren Radius bis zur Summe der beiden Radien  $r_2 < L < r_1 + r_2$  erhält man einen stabilen Resonator.



**Abbildung 3.3: Resonator Stabilitätsdiagramm:** Der blaue Bereich markiert die möglichen Parameter  $g_{1,2} = 1 - L/r_{1,2}$  für einen stabilen Resonator. Ein Resonator mit verstellbarer Länge und fixen Krümmungsradien der Spiegel  $r_1$  und  $r_2$  ist durch die rote Gerade gekennzeichnet.

### 3.2.2 Modenvolumen im Faserresonator

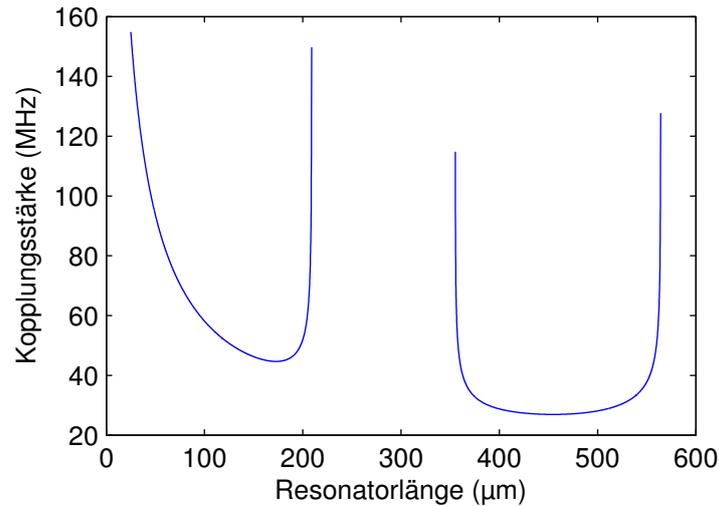
Resonatoren mit variabler Länge sind von besonderem Interesse, da sich damit die Kopplung  $g \propto 1/\sqrt{V}$  zwischen dem Ion und dem Lichtfeld im Resonator einstellen lässt. Setzt man das Volumen der Lichtmode im Resonator

$$V(L) = \int_{z_1(L)}^{z_2(L)} w(z) dz \quad (3.9)$$

in die Gleichung 2.8 ein, erhält man die maximale Kopplung zwischen Ion und Lichtfeld. Das Diagramm 3.4 zeigt den erwarteten Anstieg der Kopplung bei kleinerem Resonator. Weiters steigt die Kopplung bei Längen nahe der Grenzen eines stabilen Resonators, vgl. Abschnitt 3.2.1. Bei den Resonatorlängen  $L = r_1$ ,  $L = r_2$  und  $L = r_1 + r_2$  steigt die Kopplung, da das Volumen der Lichtmode  $V$  wegen der kleiner werdenden Strahltaile  $w_0$  gegen Null geht.

Der Verlauf der Kopplung abhängig von der Resonatorlänge kann in unserem Versuchsaufbau wegen der SmarAct-Positionssysteme untersucht werden. Jedoch ist die Ausrichtung der Faserenden zu einer stabilen Lichtmode schon bei geringen Abweichungen von wenigen Mikrometern gestört. Je länger die Resonatoren werden desto empfindlicher werden sie gegenüber einer falschen Ausrichtung. Resonatoren mit negativen  $g_1$  und  $g_2$ , also im unteren stabilen Bereich des Stabilitätsdiagramm 3.3, sind in unseren Experimenten noch nicht realisiert worden.

Mit den kleinen Faserresonatoren soll eine Steigerung der Kopplungsstärke gegenüber dem optischen Resonator im ersten Experiment der CQED Gruppe erzielt werden. Mit dem Resonator aus Glassubstraten des ersten Experiments ist die maximale Kopplung mit  $2\pi \cdot 1,4$  MHz bei



**Abbildung 3.4: Atom-Resonator Kopplung:** Wie erwartet, gibt es für kürzere Resonatoren höhere Kopplungsstärken. Aber auch nahe den instabilen Bereichen, wie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben, steigt die Kopplung an.

einem Spiegelabstand von 2 cm begrenzt. Durch das kleine Modenvolumen im Faserresonator wird eine maximale Kopplung von  $2\pi \cdot 40$  MHz und mehr, abhängig von der Resonatorlänge, berechnet, vgl. Abb. 3.4.

### 3.2.3 Kopplung zwischen Faser und Resonator

Auch in der Faser wird die Lichtausbreitung durch einen Gauß-Strahl beschrieben. Die Kopplung des Lichtes vom Gauß-Strahl der Faser in den Gauß-Strahl des Resonators und umgekehrt ist abhängig von den Komponenten der zwei Lichtmoden [49].

Die erste Komponente der Kopplung ist der Strahlradius an der Grenzfläche. Für einen Faserresonator mit Krümmungsradien von etwa 200  $\mu\text{m}$  und mit einer Länge von 100  $\mu\text{m}$  bis 400  $\mu\text{m}$  ist der Strahlendurchmesser an den Spiegeln etwa

$$10 \mu\text{m} < 2w(z_i) < 30 \mu\text{m}. \quad (3.10)$$

Für eine effiziente Kopplung von der Faser in den Resonator sollte die einkoppelnde Faser einen gut definierten Gauß-Strahl mit der  $\text{TEM}_{00}$  Mode besitzen. Deswegen wird hierfür eine Monomodefaser verwendet. Ihr Kerndurchmesser ist etwa 5  $\mu\text{m}$  für die Wellenlänge im infraroten Bereich. Für eine effektive Auskopplung des Lichtes aus dem Resonator eignet sich jedoch eine Multimodefaser mit einem Kerndurchmesser von etwa 50  $\mu\text{m}$  besser. In der Multimodefaser kann die Strahlausbreitung auch durch Totalreflexion beschrieben. Die Faser kann alle möglichen Gauß-Strahlen führen, solange der Strahlradius kleiner als der Kernradius der Faser ist.

Außerdem muss der zweite Teil der Kopplung, die Divergenz der zwei Gauß-Strahlen berücksichtigt werden. Solange auch die Divergenz des Gauß-Strahls kleiner als der Winkel der Totalreflexion in der Multimodefaser ist, ist die Kopplung aus dem Faserresonator nahezu 100 prozentig.

Für die Einkopplung von der Monomodefaser in den Resonator müssen neben den unterschiedlichen Strahlradien auch die unterschiedlichen Divergenzen betrachtet werden. Sie sind

durch die Rayleigh Längen des Resonators  $z_{0c}$  und der Faser  $z_{0f}$  und den Abstand  $s$  der Strahltaillen bestimmt.

Insgesamt ist nach Referenz [49] die Effizienz der Kopplung zwischen Faser und Resonator

$$\epsilon = \frac{4}{\left(\frac{w_f}{w_c} + \frac{w_c}{w_f}\right)^2 + \frac{s^2}{z_{0f}z_{0c}}}. \quad (3.11)$$

Der erste Term des Nenners beschreibt die Abhängigkeit von den Strahlradien des Resonators  $w_c$  und der Faser  $w_f$  an der Grenzfläche. Der zweite Term ist abhängig von der Divergenz der Gauß-Strahlen. Berechnungen für die Kopplungen sind im Artikel [20] gegeben. In der Referenz [19] werden für die Kopplung zusätzlich die Verschiebung und der Winkel zwischen den Strahlachsen berücksichtigt.

Die Komponenten des Gauß-Strahls einer Faser sind durch den Herstellungsprozess festgelegt. Das heißt, die Kopplung zwischen Faser und Resonator lässt sich nur durch das Verändern der Lichtmode im Resonator variieren. Die Lichtmode des Resonator wiederum wird durch die Randbedingung, die Position der Spiegel, festgelegt. Zusammenfassend wird also durch die Ausrichtung der Spiegelposition, sowohl in axialer als auch radialer Richtungen, die Lichteinkopplung in den Resonator beeinflusst. Insbesondere ist dabei zu beachten, dass im Resonator im Gegensatz zur Monomodefaser verschiedene TEM-Moden möglich sind. Die Kopplung der Lichtstrahlen und damit die Ausrichtung der Faserenden beeinflusst also die Intensität der Transmission verschiedener TEM-Moden.

Die Effizienz der Kopplung beeinflusst nur die absolute Intensität der Transmission. Die Form der Transmissionskurve wird dagegen durch die Eigenschaften der Spiegel eines Faserresonators beeinflusst. Diese Charakteristiken der Transmissionskurve werden im folgenden Unterabschnitt erklärt und sind unabhängig von der Effizienz der Kopplungen.

### 3.2.4 Transmission eines Resonators

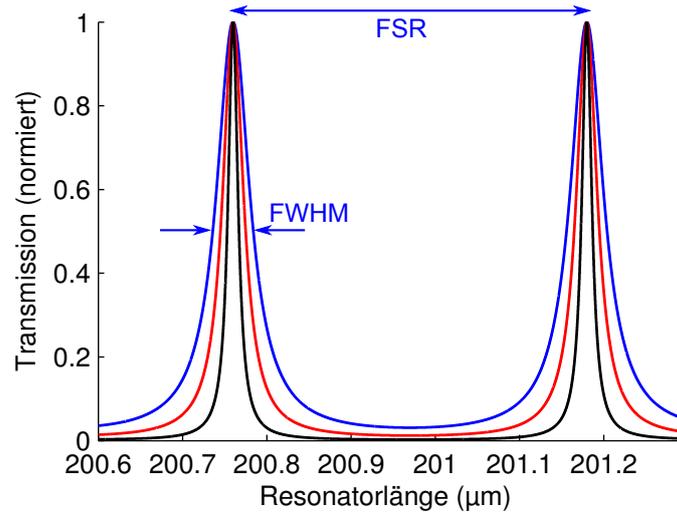
Durch die reflektierenden Beschichtungen auf den Faserenden, deren Herstellungsprozess näher in Unterabschnitt 2.3.2 beschrieben ist, wird ein Teil  $R$  der Lichtintensität im Resonator reflektiert und ein Teil  $T$  transmittiert. Zur Vereinfachung der Rechnung werden die Transmission  $T_1$  und Reflexion  $R_1$  der Spiegeloberfläche der Monomodefaser (1. Spiegel) gleich der Reflexionseigenschaften der Multimodefaser (2. Spiegel) angenommen, d.h.  $T_2 = T_1 = T$  und  $R_2 = R_1 = R$ . Diese Näherung ist gerechtfertigt, da die Faserenden im gleichen Sputterprozess beschichtet wurden. Zusätzlich werden die Verluste  $l = 0$  der Spiegel vernachlässigt,  $R+T = 1$ . Die gesamte transmittierte Intensität lässt sich nun berechnen, indem man das elektrische Feld mit allen möglichen Reflexionen und Transmissionen der beiden Spiegel summiert. Mithilfe der geometrischen Reihe kann, wie in der Referenz [50] S. 81 ff berechnet, die transmittierte Intensität

$$I_t = \frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{R}}{1-R}\right)^2 \sin^2\left(\frac{2\pi L}{\lambda}\right)} \quad (3.12)$$

hergeleitet werden. Für ein ein Maximum der Transmission, vgl. Abb. 3.5, also ein Minimum des Nenners, erhält man die Resonanzbedingung

$$\sin^2\left(\frac{2\pi L}{\lambda}\right) + 1 \stackrel{!}{=} 0. \quad (3.13)$$

$$\Rightarrow L = \frac{\lambda}{2}k \text{ mit } k \in \mathcal{N} \quad (3.14)$$



**Abbildung 3.5:** Berechnete Transmissionskurve eines Resonators gegen seine Länge mit verschiedenen Reflexionen  $R$ : blau 70%, rot 80%, schwarz 90%. Der freie Spektralbereich FSR und die Halbwertsbreiten der Transmissionsspitzen FWHM sind für die blaue Kurve eingezeichnet.

Der Abstand der Maxima ( $k = 1$ ) in Gl. 3.14 in eine Frequenz umgerechnet wird als der freie Spektralbereich definiert

$$\text{FSR} = \frac{c}{\lambda(k=1)} = \frac{c}{2L}. \quad (3.15)$$

Ein weiteres Merkmal der Transmissionskurve ist die Halbwertsbreite FWHM einer Transmissionsspitze. Diese Halbwertsbreite hängt in diesem vereinfachten Beispiel von der Reflexion und Länge des Resonators ab. Im allgemeinen Fall werden die Verluste  $l$  der Spiegel über die Gleichung  $T + R + l = 1$  miteinbezogen. Das Verhältnis aus freiem Spektralbereich und Halbwertsbreite ist als Finesse

$$\mathcal{F} = \frac{\text{FSR}}{\text{FWHM}} \quad (3.16)$$

definiert und charakterisiert den Resonator unabhängig von seiner Länge. Die Finesse ist also ein Maß für die Eigenschaften der Spiegel wie ihre Reflexionen  $R$ , und der totalen Verluste  $L_{\text{tot}} = T + l$ . Für die hochreflektierenden Spiegel in diesem Versuch kann die Finesse zu

$$\mathcal{F} \approx \frac{\pi}{L_{\text{tot}}} \quad (3.17)$$

vereinfacht werden.

**Resonanz für höhere TEM-Moden**

Unter Berücksichtigung der verschiedenen TEM-Moden, vgl. Abschnitt 3.1, eines Gauß-Strahls muss auch die Resonanzbedingung in Gleichung 3.14 korrigiert werden. Der Phasenunterschied bei einem Durchlauf des Resonators ist somit

$$k2L - (m + n + 1)2\Delta\zeta(z) \stackrel{!}{=} 2\pi k \quad (3.18)$$

mit der Differenz der Gouy-Phasen  $\Delta\zeta(z) = \zeta(z_1) - \zeta(z_2)$  an den Orten der Spiegel. Die resonanten Längen des Resonators sind also zusätzlich abhängig von der TEM-Mode im Resonator. Das heißt, wenn durch die Ausrichtung der Fasern Licht in mehrere TEM Moden eingekoppelt, siehe Unterabschnitt 3.2.3, gibt es für mehrere Längen in einem freien Spektralbereich Transmissionsspitzen unterschiedlicher TEM Moden.

### 3.3 Doppelbrechung in Faserresonatoren

Im ersten Unterabschnitt 3.3.1 werden Aufbau und Funktionsweise der reflektierenden Beschichtungen erklärt, um die Entstehung der Doppelbrechung in Resonatoren im Folgenden zu verstehen. Unter Punkt 3.3.2 wird als einfaches Model die Doppelbrechung in einem einachsigen doppelbrechendem Kristall diskutiert. Im letzten Unterabschnitt 3.3.3 werden die zwei vorherigen Konzepte zu einer einfachen Erklärung der Doppelbrechung in Faserresonatoren zusammengeführt. Dabei wird die Entstehung der zwei Resonanzen durch die zwei Polarisationsmoden in der Transmission eines Resonators gezeigt.

#### 3.3.1 Funktionsprinzip hochreflektierender Beschichtungen

Hochreflektierende Beschichtungen bestehen aus einer Vielzahl einzelner Schichten. Die hier verwendete Beschichtung von ATFilms besitzt 19 Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> und 18 SiO<sub>2</sub> Einzelschichten, vgl. Unterabschnitt 2.3.2. Durch die verschiedenen Brechungsindizes  $n_T = 2,041$  und  $n_S = 1,455$  der aufeinander folgenden Materialien gibt es an jeder Grenzschicht eine Reflexion und Transmission. Die sogenannten Fresnelschen Formeln, siehe in [46] S. 34,

$$r_{et} = \frac{n_e - n_t}{n_e + n_t} \text{ und } t_{et} = \frac{2n_e}{n_e + n_t} \quad (3.19)$$

geben den Reflexionskoeffizienten  $r$  und Transmissionskoeffizienten  $t$  des elektrischen Feldes beim senkrechten Übergang vom Material mit Brechungsindex  $n_e$  zu  $n_t$  an. Für die Reflexion an einer Grenzschicht erhält man

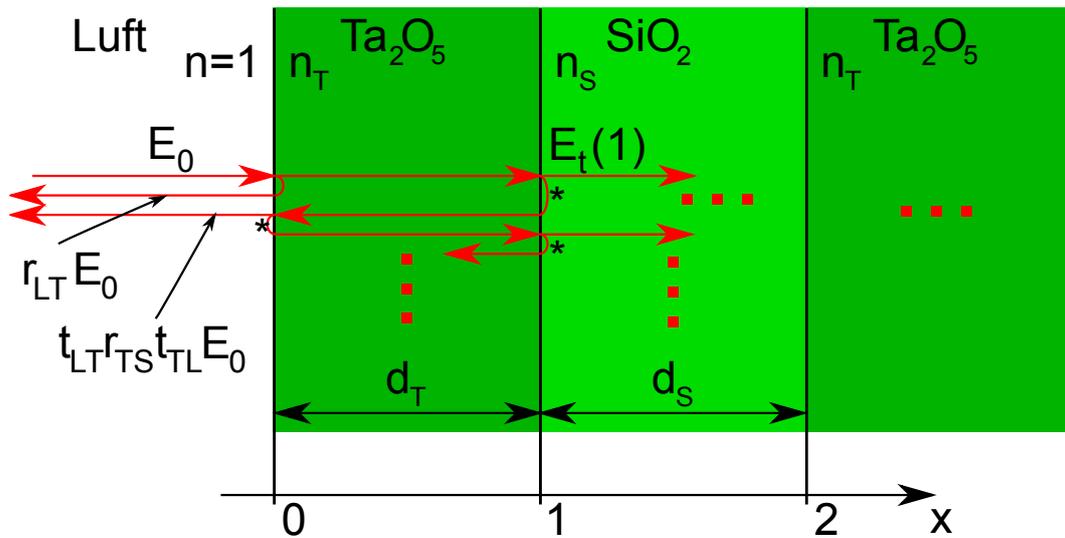
$$R = r^2 \approx 6\%. \quad (3.20)$$

Auch die erste Reflexion an der Grenzschicht zwischen Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> und Luft ist in dieser Größenordnung. Neben der Wahl der richtigen Materialien kommt eine höhere Reflexion durch die Optimierung der Dicken  $d_T$  und  $d_S$  der einzelnen Schichten zustande. Startet man mit dem elektrischen Feld  $E_0$  an der ersten Grenzfläche  $x=0$ , siehe Abb. 3.6, kann man zusätzlich die Reflexion an der zweiten Grenzschicht  $x=1$  betrachten. Dadurch ergibt sich ein elektrisches Feld

$$E_r^{(3)}(0) = r_{LT}E_0 + t_{TL}|r_{TS}|t_{LT}E_0e^{i\phi} \quad (3.21)$$

mit der Reflexion bis zur dritten Ordnung, das heißt mit maximal drei Reflexionen oder Transmissionen. Dabei ist der Phasenunterschied  $\phi$  zwischen dem direkt reflektierten Strahl und dem Strahl, der erst an der zweiten Grenzfläche reflektiert wird, von Bedeutung. Durch die Reflexion  $r_{TS}$  an einem optischen dünneren Medium erfährt das elektrische Feld einen Phasenschub von  $\pi$ . Weiters muss die Phase für den optischen Weg  $\Delta x = d_T n_T$  bei der Ausbreitung des elektrischen Feldes durch die erste Schicht zweimal addiert werden. Der gesamte Phasenunterschied zwischen den beiden Teilstrahlen beläuft sich damit auf

$$\phi = \Delta x \frac{2\pi}{\lambda} + \pi + \Delta x \frac{2\pi}{\lambda} = \pi + \frac{4\pi d_T n_T}{\lambda}. \quad (3.22)$$



**Abbildung 3.6: Modell reflektierender Beschichtungen.** Der einfallende Strahl mit der Amplitude  $E_0$  des elektrischen Feldes trifft von links kommend auf die erste Grenzschicht  $x=0$ . Durch die unterschiedlichen Brechungsindizes  $n$ ,  $n_T$  und  $n_S$  gibt es nach den Fresnelschen Formeln, Gl. 3.19, Reflexionen und Transmissionen an jeder Grenzschicht. Wie im Text erklärt können an verschiedenen Punkten die Amplituden  $E_{t/s}(x)$  an verschiedenen Orten  $x$  berechnet werden. Dabei müssen die im Text beschriebenen Phasenunterschiede unterschiedlicher Ordnungen von Reflexionen und Transmissionen beachtet werden. Der Phasenschub  $\pi$  bei der Reflexion an optisch dünneren Medien ist mit einem Sternchen \* vermerkt.

Für eine optimierte Reflexion durch konstruktive Interferenz wird ein Phasenunterschied  $\phi = 2\pi$  benötigt. Somit ergibt sich eine Dicke  $d_T = \frac{\lambda}{4n_T}$  für die erste Schicht. Analog wird die Transmission dritter Ordnung an der Grenzfläche  $x=1$  berechnet. Für die Dicke  $d_T$  liegt nun eine destruktive Interferenz mit Phasenunterschied  $\phi = 3\pi/2$  für die Transmission vor.

Nach demselben Prinzip wird auch die Dicke  $d_S$  der zweiten Schicht aus  $\text{SiO}_2$  und aller weiteren Schichten optimiert. Außerdem wird auch durch höhere Ordnungen von Reflexionen oder Transmissionen die Reflexion mithilfe konstruktiver Interferenz erhöht. Durch die große Anzahl von Schichten wird eine gesamte Reflexion von  $R > 99.999\%$  erzielt und die Transmission in gleicher Weise minimiert, [51].

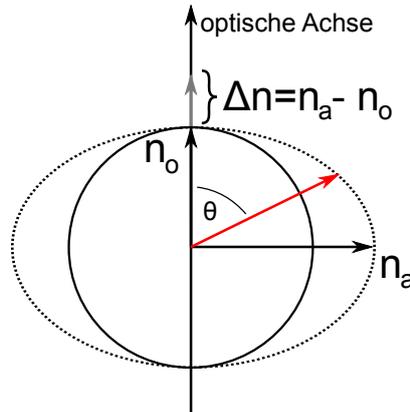
Zusammengefasst betrachtet, wird also nur ein kleiner Teil direkt an der ersten Grenzschicht reflektiert. Ein Großteil des Lichtes dringt tiefer in die Beschichtung ein. Für den Resonator heißt das, dass es eine effektive Länge  $L_{\text{eff}}$  des Lichtfeldes gibt, die länger als der eigentliche Abstand  $L$  der Spiegel ist. Der Artikel von Christina Hood und Kollegen [52] untersucht dieses Phänomen näher und liefert die Formel

$$L_{\text{eff}} = L + 1.633 \frac{\lambda}{2}. \quad (3.23)$$

Durch diese Eindringtiefe  $L_{\text{ein}} = 0,408\lambda$  in die Beschichtung des Spiegels können doppelbrechende Effekte der Spiegeloberfläche auf das Lichtfeld des Resonators wirken.

### 3.3.2 Doppelbrechung

Zur Erklärung der Doppelbrechung wird von einem einachsigen positiv doppelbrechenden Kristall ausgegangen, siehe in Referenz [46] S. 226 ff. Abbildung 3.7 zeigt die unterschiedlichen Brechungsindizes für den ordentlichen Strahl  $n_o$  entlang der optischen Achse und den außerordentlichen Strahl  $n_a$  senkrecht zur optischen Achse. Ein linear polarisierter Strahl mit Amplitude



**Abbildung 3.7: Unterschiedliche Brechungsindizes  $n_o$  und  $n_a$  eines einachsigen positiv doppelbrechenden Kristalls.** Rot eingezeichnet ist die Polarisation eines linear polarisierten Lichtstrahls, der unter einem Winkel  $\theta$  auf den Kristall trifft.

$E_0$  und Frequenz  $\omega$

$$\vec{E}(0) = E_0 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} e^{i\omega t}. \quad (3.24)$$

trifft unter einem Winkel  $\theta$  zur optischen Achse auf einen Kristall der Dicke  $d$ . Die Komponenten des Strahls entlang der optischen Achse  $\cos\theta$  und senkrecht dazu  $\sin\theta$  erfahren nun unterschiedliche Brechungsindizes. Durch die Differenz des Brechungsindex  $\Delta n = n_a - n_o$  ergibt sich eine Differenz der Phase von

$$\Delta\phi = \Delta n \frac{2\pi d}{\lambda}. \quad (3.25)$$

Das elektrische Feld nach dem Kristall ist damit

$$\vec{E}(d) = E_0 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ e^{i\Delta n \frac{2\pi d}{\lambda}} \sin\theta \end{pmatrix} e^{i\omega t} \quad (3.26)$$

Mit der Dicke  $d = \frac{\lambda}{2\Delta n}$  des Kristalls, einem sogenannten  $\lambda/2$ -Plättchen, erhält man einen Phasenunterschied von  $\Delta\phi = \pi$ . Die Komponente des elektrischen Feldes entlang des außerordentlichen Brechungsindex wechselt somit das Vorzeichen,  $e^{i\pi} = -1$ . Dies entspricht einer Spiegelung an der optischen Achse. Der ursprüngliche Strahl  $E_0$  ist um den Winkel  $2\theta$  gedreht worden.

Für die Drehung von linear zu einem zirkular polarisiertem Licht, siehe Referenz [45] S. 198,

$$\text{links zirkular } \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \text{ oder} \quad (3.27)$$

$$\text{rechts zirkular } \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

wird ein Phasenunterschied von  $e^{i\pi/2} = i$  benötigt. Kristalle mit der dazu notwendigen Dicke  $d = \frac{\lambda}{4\Delta n}$  werden als ein  $\lambda/4$ -Plättchen bezeichnet. Mit einem Winkel  $\theta = 45^\circ$  bzw.  $\theta = -45^\circ$  zwischen optischer Achse und einfallendem Licht ergeben sich die geforderten Amplituden für links bzw. rechts zirkular polarisiertes Licht, vgl. Gl. 3.27 und 3.28. Für einen beliebigen anderen Winkel außer Vielfache von  $45^\circ$  wird das linear polarisierte Licht zu elliptisch polarisiertem.

Aus einer Kombination von  $\lambda/2$ - und  $\lambda/4$ -Plättchen kann mit den richtigen Winkeln der Plättchen ein linear polarisierter Laserstrahl zu jeder beliebigen Polarisation gedreht werden. Dieses System findet Anwendung im Versuchsaufbau, siehe Abb. 4.1, um die Polarisation des Lichtes vor dem Resonator beliebig drehen zu können. Damit kann die Höhe der zwei Polarisationsmoden im Resonator verändert werden.

### 3.3.3 Polarisationsmoden in Resonatoren

Aus Unterabschnitt 3.3.1 erfährt man, dass das Licht im Resonator eine Tiefe  $L_{\text{ein}}$  in die Spiegel eindringt. Die Eindringtiefe des Lichtes ist in Abbildung 3.8 veranschaulicht.

Das Material der Beschichtung ist ein isotropes Medium und sollte somit keine doppelbrechenden Eigenschaften besitzen. In den Arbeiten [53] und [54] wird die Doppelbrechung bei Spiegeln auf Glassubstraten durch Verformung erklärt. Durch den Druck an der Halterung wird das Glassubstrat verformt und stört dabei die Beschichtung, die dadurch Doppelbrechung zeigt. Bei Faserresonatoren dagegen kann die Verformung durch die Befestigung vernachlässigt werden, da die Halterung der Faser verglichen mit den Größenordnungen der Spiegeloberfläche  $2\text{ mm} \gg 200\ \mu\text{m}$  weit entfernt ist. Die Ursache der Doppelbrechung in Faserresonatoren wird mit den Messergebnissen in Abschnitt 5.2 näher diskutiert.

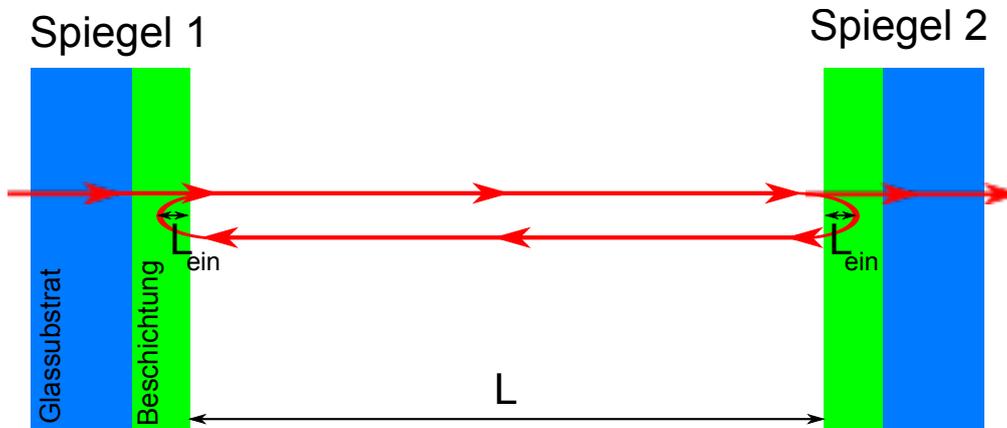
Im Folgenden wird die Doppelbrechung in der Beschichtung zu einem einachsigen positiv doppelbrechendem Kristall vereinfacht. Dies erlaubt eine einfache Darstellung der Entstehung der Polarisationsmoden im Resonator und stimmt dabei mit den Messergebnissen überein. Mit den Brechungsindizes  $n_a$  und  $n_o$  addiert sich pro Seite eine optische Weglänge von

$$x_{o/a} = n_{o/a} L_{\text{ein}} \quad (3.29)$$

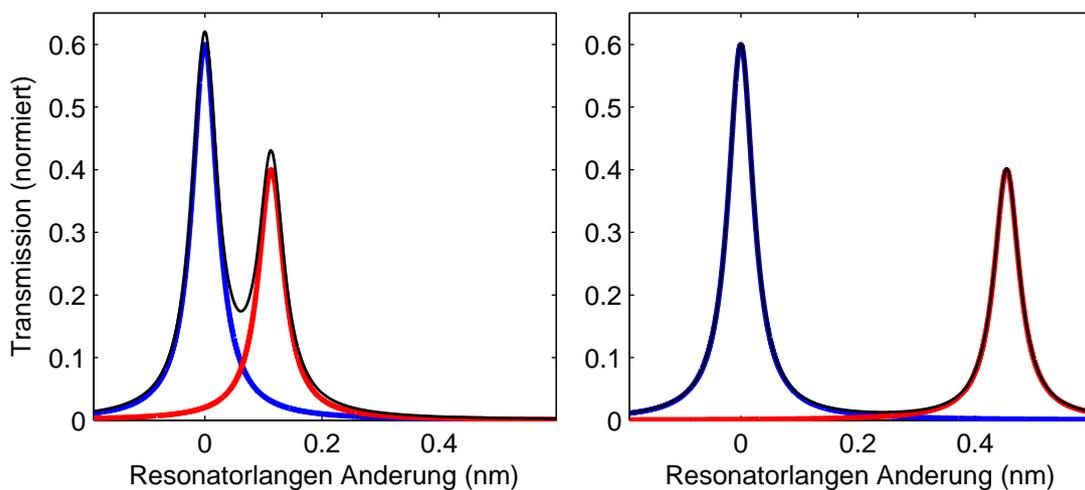
zur Länge  $L$  des Resonators dazu. Durch die unterschiedlichen Brechungsindizes für den ordentlichen und außerordentlichen Strahl ergibt sich insgesamt ein Längenunterschied zwischen den beiden Polarisationen von

$$\Delta L = 2(x_a - x_o) = 2\Delta n L_{\text{ein}} \text{ mit } \Delta n = n_a - n_o. \quad (3.30)$$

Mit dem zuvor berechneten Längenunterschied  $\Delta L$  zwischen den verschiedenen Polarisationen kann mittels Gleichung 3.12 die Transmission durch einen Resonator mit Doppelbrechung berechnet werden. Abbildung 3.9 zeigt die zwei verschiedenen Polarisationsmoden in



**Abbildung 3.8:** Darstellung der Entstehung von Doppelbrechung in optischen Resonatoren. Bei jedem Umlauf erfährt der rote Laserstrahl in beiden Spiegeln einen Phasenunterschied wegen der Doppelbrechung in der grün dargestellten Beschichtung. Zur Vereinfachung wird, wie in Unterabschnitt 3.3.2 beschrieben, von einem einachsigen positiv doppelbrechendem Kristall ausgegangen.



**Abbildung 3.9:** Berechnete Transmissionskurve eines Resonators gegen seine Länge mit unterschiedlicher Doppelbrechung  $\Delta L = 0,11 \text{ nm}$  und  $\Delta L = 4,53 \text{ nm}$ .

der Transmissionskurve für die Längenunterschiede  $\Delta L = 0,11 \text{ nm}$  und  $\Delta L = 4,53 \text{ nm}$ . Die blaue Kurve mit einer maximalen Intensität von 0.6 ist die Transmission bei der Länge  $L$  des Resonators. Die rot gekennzeichnete Transmission mit einer Amplitude von 0.4 ist mit der Länge  $L' = L + \Delta L$  berechnet worden. Die Summe beider Kurven ist schwarz eingezeichnet und wäre das Ergebnis einer Messung der Transmission als eine Funktion der Resonatorlänge, wie es in Kapitel 5 gemessen wird.

Bei einer Messung wird die Länge  $L$  eines Resonators mithilfe eines Piezos verändert. Ein Piezo verändert seine Länge in Abhängigkeit von der angelegten Spannung. Die x-Achse der Transmissionskurve wird über die Verstimmung der Laserfrequenz kalibriert, siehe Kapitel 4, um die Skalierung der Längenänderung zu messen. Für die Umrechnung der Längenunterschiede  $\Delta L$  in eine Verstimmung  $\Delta\nu$  wird ein Resonator mit Länge  $L$  herangezogen. Zwei Frequenzen  $\nu_a$  und  $\nu_b$  haben einen Phasenunterschied  $\delta$  beim Durchlaufen des Resonators,

$$\frac{2\pi}{\lambda_a} 2L + \delta = \frac{2\pi}{\lambda_b} 2L. \quad (3.31)$$

Daraus ergibt sich für die Verstimmung  $\Delta\nu = \nu_a - \nu_b$

$$\Delta\nu = \frac{c}{4\pi L} \delta. \quad (3.32)$$

Der Phasenunterschied  $\delta$  ist die Phase, die ein Strahl mit Wellenlänge  $\lambda$  auf einer Länge  $\Delta L$  erhält,  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L$ . Die Verstimmung in Abhängigkeit des Längenunterschiedes ist damit

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L\lambda} \Delta L. \quad (3.33)$$



# Kapitel 4

## Finesse von Faserresonatoren

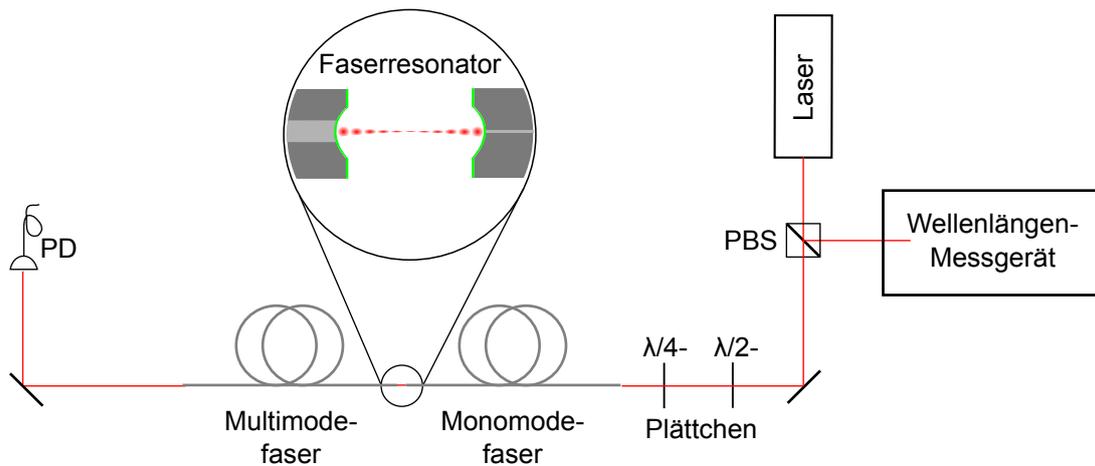
In diesem Kapitel wird die Finesse der Resonatoren bestimmt, die aus den selbst hergestellten Fasern bestehen. Die Messergebnisse geben dann ein Maß für die Eigenschaften - wie Reflexion und die Summe von Transmission und Verlusten - der Spiegel auf den Faserenden an, siehe Abschnitt 3.2.4. Die Finesse kann wegen der Unabhängigkeit von der Resonatorlänge auch mit längeren Resonatoren aus Glassubstrat verglichen werden.

Für den Einsatz im Vakuum suchte Birgit Brandstätter die Fasern mit der höchsten Finesse. Meine Aufgabe war neben der Unterstützung bei den Messungen vor allem das Erstellen des in Abschnitt 4.6 vorgestellten Matlab-Skripts. Dieses Skript ermöglicht die automatische Verarbeitung der aufgenommenen Transmissionskurven. Der Messprozess und das Skript werden weiterhin für die Bestimmung der Doppelbrechung in Kapitel 5 in ähnlicher Form verwendet.

Als erstes wird der Versuchsaufbau zur Messung der Transmission des Faserresonators in Abschnitt 4.1 erklärt. Die eigentliche Messung der Finesse wird in zwei Teilmessungen vorgenommen, wie es Abschnitt 4.2 beschrieben wird. Am Ende des Kapitels werden die ermittelten Finessen der Faserresonatoren unter Abschnitt 4.7 diskutiert.

### 4.1 Versuchsaufbau

Für die Messungen in dieser Arbeit reicht es aus, die Transmission durch den optischen Resonator zu untersuchen. Abbildung 4.1 stellt den dafür verwendeten Versuchsaufbau schematisch dar. Dazu wird der Lichtstrahl des Diodenlasers, DL Pro L 820 von Toptica, mit einer Wellenlänge von etwa 845 nm mittels einem polarisationsabhängigen Strahlteiler (PBS) auf eine wohl definierte Polarisation gebracht. Der durch den PBS abgelenkte Lichtstrahl wird zur Wellenlängenbestimmung des Lasers in ein Messgerät geführt. Der durch den Strahlteiler transmittierte Lichtstrahl mit der linearen Polarisation kann mit den  $\lambda/2$ - und  $\lambda/4$ -Plättchen in jede gewünschte Polarisation gedreht werden, vgl. Unterabschnitt 3.3.2. Das Licht wird daraufhin in die Monomodefaser des Faserresonators gekoppelt. Am anderen Faserende befindet sich das 3D-Positioniersystem, das über Mikrometer genaue Schrauben verstellt werden kann. Dies erlaubt es, die Faserenden mit den Spiegeln relativ zueinander in alle drei Raumrichtungen und Winkeln zu positionieren. Weiters wird ein Piezo in der axialen Richtung zum Verstellen der Resonatorlänge verwendet. Nach der Multimodefaser wird die Transmission mit einer Photodiode (PD) an einem Speicheroszilloskop aufgenommen.



**Abbildung 4.1: Versuchsaufbau** zur Messung der Transmissionskurve des Faserresonators und gleichzeitig der Wellenlänge des Laserlichts. Beschreibung im Text.

## 4.2 Messprinzip der Finesse

Normalerweise wird für einen optischen Resonator eine Resonatorabklingzeit-Messung zur Bestimmung der Finesse  $\mathcal{F}$  vorgenommen, [51]. Dabei wird das Laserlicht bei resonanter Resonatorlänge abgeschaltet. Die Dauer, die sogenannte Abklingzeit, bis sich kein Licht mehr im Resonator befindet, ist dann abhängig von der Länge und der Finesse des Resonators. Wegen der kurzen Resonatorlänge ist die Abklingzeit bei Faserresonatoren zu kurz. Sowohl die Abschaltzeit des Lichts als auch die Geschwindigkeit der Photodiode limitieren die Messgenauigkeit.

Für eine bessere Präzision wird die Finesse stattdessen in zwei Teilmessungen bestimmt. Die Halbwertsbreite FWHM der Transmissionskurve, Abschnitt 4.4, und die Länge  $L$  des Resonators, Abschnitt 4.5, werden dazu einzeln gemessen. Daraus lässt sich nämlich die Finesse

$$\mathcal{F} = \frac{\text{FSR}}{\text{FWHM}} = \frac{c}{2L \cdot \text{FWHM}}, \quad (4.1)$$

nach ihrer Definition, vgl. Abschnit 3.2.4, dem Verhältnis von freien Spektralbereich (FSR) zu FWHM, berechnen.

## 4.3 Erzeugung der Seitenbänder

Die Messung der Halbwertsbreite benötigt eine kalibrierte Abszisse der Transmissionskurve am Oszilloskop. Dazu werden dem Laserlicht Seitenbänder mit bekannter Frequenz aufmoduliert. Bei diesem Versuchsaufbau bietet es sich an, direkt die Steuerelektronik des DL Pro L 820 Lasers von Toptica Photonics zu verwenden. Somit kann die komplette Laserleistung genutzt werden. Zur Modulation wird ein Marconi Frequenzgenerator an den Mod AC BNC-Connector des Lasers angeschlossen. Im Laser wird die Sicherheitselektronik des Lasers übergangen und die Radiofrequenz des Frequenzgenerators koppelt kapazitiv direkt an die Laserdiode. Diese Schaltung der Elektronik wird als Bias-T Konfiguration im Handbuch des Lasers [55] bezeichnet. Durch diese direkte Kopplung ist es möglich, die nötigen Frequenzen und Amplituden der

Seitenbänder zu erreichen. Bei einer Finesse  $\mathcal{F}$  von 20.000 und der Länge  $L = 100 \mu\text{m}$  des Faserresonators ist die Halbwertsbreite

$$\text{FWHM} = \frac{c}{2L\mathcal{F}} \approx 80 \text{ MHz}. \quad (4.2)$$

Die Seitenbänder müssen für eine Kalibrierung deutlich sichtbar sein und daher muss der Abstand im Bereich von 100 – 200 MHz sein. Die angestrebte Höhe der Seitenbänder von einem Drittel der Höhe des Signals bei der Trägerfrequenz wird durch einen Trick erreicht. Die Amplitudenmodulation erreicht nämlich bei der maximal zulässigen Modulation höchstens ein Achtel der Höhe des Trägersignals. Durch die Modulation des Diodenstroms wird neben der Amplitude auch die Frequenz des Lasers variiert. Diese Frequenzmodulation ist im Randbereich einer stabilen Lasermode erhöht und ermöglicht so die benötigte Intensität der Seitenbänder.

## 4.4 Messung der FWHM

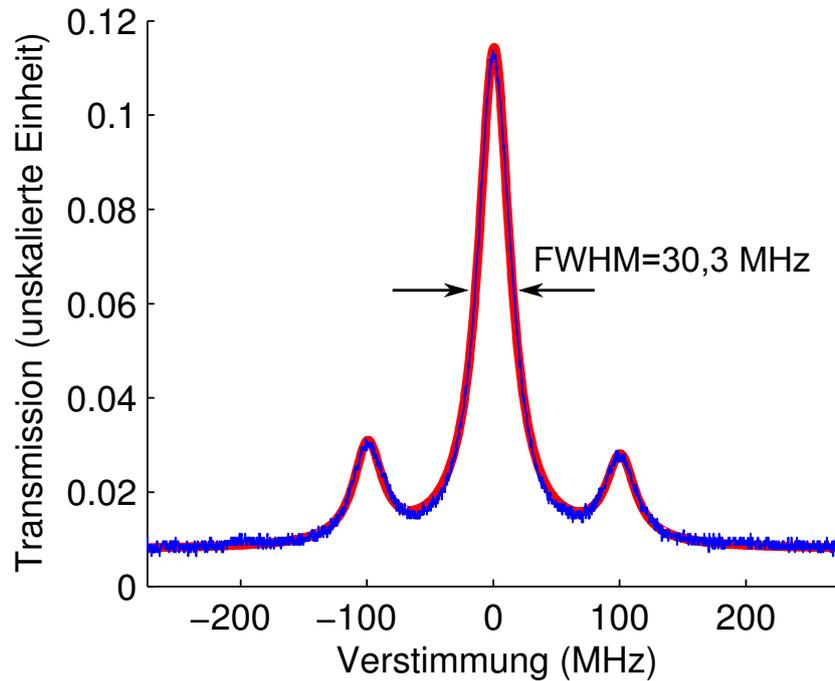
Die Transmission durch den Faserresonator wird mithilfe der Photodiode hinter der Multimodefaser aufgenommen. Dabei wird die Länge des Resonators durch den Piezos an der Faserhalterung variiert. Ein Frequenzgenerator versorgt den Piezo mit einer Spannung in Dreiecksform für eine näherungsweise lineare Längenänderung mit der Zeit. Die Wiederholfrequenz der Spannung ist ungefähr 20 Hz, um langsame Änderungen wie thermische Effekte vernachlässigen zu können und trotzdem dabei genug Intensität für eine Messung zu erhalten. Die Spannungsamplitude wird so eingestellt, dass ein voller freier Spektralbereich durchfahren wird. Durch Änderung des Spannungsbereiches am Piezo kann die Transmission optimiert werden.

Die Spannung der Photodiode, die proportional zur Intensität des transmittierten Lichts ist, wird mit einem Speicheroszilloskop aufgenommen. An dem Oszilloskop wird eine Schwelle, der sogenannte Trigger, eingestellt, bei der das Oszilloskop die aufgenommene Kurve anzeigt. Somit kann die zeitliche Auflösung erhöht werden und die Transmissionskurve wird nur im Bereich der Resonanzen angezeigt.

Im Gegensatz zur theoretischen Beschreibung, Abschnitt 3.2.4, erhält man nun zusätzlich die zwei Seitenbänder links und rechts des Trägersignals, vgl. Bild 4.2. Durch Ausmessen der lokalen Maxima dieser Seitenbänder kann die x-Achse mit der Verstimmung in Frequenz kalibriert werden. Die Halbwertsbreite kann ausgemessen werden oder mithilfe eines Fits einer Lorentz-Kurve berechnet werden. Weitere Informationen zur Berechnung des Fits folgen in Abschnitt 4.6.

## 4.5 Messung der Länge

Die zweite Messung zur Bestimmung der Finesse  $\mathcal{F}$  ermittelt die Resonatorlänge  $L$ . Eine einfache Längenmessung mithilfe eines Mikroskops scheidet wegen der großen Ungenauigkeiten bei einer Gesamtlänge von nur ca. 200  $\mu\text{m}$  aus. Stattdessen wird die Länge über die Messung verschiedener resonanter Wellenlängen mit einem Wellenlängenmessgerät ermittelt. Hierzu wird der Faserresonator so justiert, dass möglichst nur eine TEM-Mode im gesamten freien Spektralbereich zu sehen ist. Daraufhin passt man die Längenänderung des Resonators so an, dass



**Abbildung 4.2:** Transmissionkurve eines Faserresonators. Blau: Messung. Rot: Lorentz Fit. Mithilfe der Seitenbandfrequenz (hier: 200 MHz) kann die Abszisse kalibriert werden. Somit kann die Halbwertsbreite FWHM bestimmt und daraus die Finesse  $\mathcal{F}$  berechnet werden.

genau nur eine Transmissionsspitze angezeigt wird. Dazu werden Amplitude und Nullpunktverschiebung der Spannung am Piezo verstellt. Die Länge des Resonators wird also nun nur um wenige 0,1 nm variiert, siehe Abb. 3.9. Im Vergleich zur Gesamtlänge des Faserresonators kann diese Längenänderung durch den Piezo vernachlässigt werden und somit kann die Länge  $L$  des Resonators als konstant angenommen werden.

Der Resonator hat nun die durch die Resonanzbedingung, vgl. Gleichung 3.14, festgelegte Länge

$$L = k \frac{\lambda}{2} = (k + 1) \frac{\lambda'}{2} \text{ with } k \in \mathbb{N} \quad (4.3)$$

mit einer aktuellen Wellenlänge  $\lambda$  und eine Anzahl  $k$  von Wellenmaxima im Resonator. Bei gleichbleibender Länge  $L$  wird die Wellenlänge des Lasers auf  $\lambda'$  so lange verringert, bis die Resonanzbedingung wieder erfüllt ist und ein weiteres Wellenmaximum in den Resonator passt. Mit dem Gleichungssystem 4.3 lässt sich nun die Länge des Resonators in Abhängigkeit der zu messenden Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda'$  berechnen:

$$\Rightarrow L = \frac{\lambda'}{\lambda - \lambda'} \frac{\lambda}{2}. \quad (4.4)$$

Der Laser ist laut Bedienungsanleitung [55] mit einem Littrow-Aufbau stabilisiert. Die Rückkopplung zur Laserdiode ist über die Reflexion erster Ordnung am Gitter gegeben. Die Laserfrequenz ist somit abhängig vom Winkel des Gitters. Durch die Änderung des Winkels wird der Laser von ca. 830 bis 850 nm verstimmt. Bei konstanter Resonatorlänge von ungefähr 100  $\mu\text{m}$  können so bis zu fünf Resonanzen beobachtet werden.

Die dazugehörigen Wellenlängen werden gemessen. Zwischen den einzelnen Wellenlängen unter Berücksichtigung der Anzahl der Wellenmaxima  $k$  werden so daraus mehrere Resonatorlängen berechnet. Die Abweichungen der Resonatorlänge ist wegen der hohen Präzision der Wellenlängenbestimmung von  $\pm 0,01 \text{ nm}$  unter  $0,1 \mu\text{m}$ . Weiterhin kann die Längenänderung des Resonators vernachlässigt werden, die zum Anzeigen der Transmissionspitze notwendig ist. Diese Längenänderung ist nämlich im Bereich mit wenigen  $0,1 \text{ nm}$  deutlich kleiner gegenüber den Messungenauigkeiten. Das Messergebnis wird mithilfe des Mittelwerts berechnet und der dazugehörige Fehler kann über die Standardabweichung angegeben werden.

## 4.6 Berechnung der Finesse

Die gesamte Berechnung der Finesse wird mithilfe des geschriebenen Matlab-Skripts, siehe Anhang A, automatisch durchgeführt. Dazu müssen die Wellenlängen aus der vorherigen Messung und die Frequenzen der Seitenbänder in einer vorgefertigten Datei gespeichert werden. Weiters müssen die Dateien mit den am Speicheroszilloskop gemessenen Transmissionskurven vorliegen. Das Skript besteht aus insgesamt drei Teilrechnungen. Als erstes wird mit den gemessenen Wellenlängen, wie in Abschnitt 4.5 beschrieben, der Mittelwert und die Standardabweichung für die Länge des Resonators berechnet.

Der zweite Teil ist die Erstellung des Fits zur Ermittlung der Halbwertsbreite. Für die Kalibrierung der x-Achse sind auf die Trägerfrequenz des Lasers Seitenbänder moduliert. Somit gibt es insgesamt drei nebeneinander liegende Transmissionspitzen mit einer Form, wie in Abschnitt 3.2.4 beschrieben. Die Formel der Intensität ist dabei für ein einziges Maximum gleich einer Lorentz-Kurve, bei der die Parameter wie Amplitude, x-Verschiebung und y-Verschiebung angepasst werden müssen. Insgesamt ergibt sich also eine Funktion aus einer Superposition von drei Lorentz-Kurven. Solch eine Funktion wird zu Beginn des Matlab-Skripts definiert:

$$f(x) = \sum_{i=1}^3 \frac{A_i \gamma_i}{\pi (\gamma_i^2 + (x - x_{0i})^2)} + y_0. \quad (4.5)$$

Dabei sind  $A_i$  die Amplituden,  $\gamma_i$  der Parameter der Skalierung,  $x_{0i}$  die horizontale Verschiebungen und  $y_0$  die gesamte vertikale Verschiebung.

Für die Fitroutine im Matlab Programm werden für die anzupassenden Parameter Initialisierungswerte benötigt. Falls die Höhe der Seitenbänder zu stark vom Idealfall, ein Drittel der Höhe des Trägersignals, abweicht, können die Schwellenwerte einzeln in der vorgefertigten Datei angepasst werden. Für weitere Details der Ermittlung der Initialisierungswerte soll nochmals auf den Anhang A hingewiesen werden. Der Parameter  $\gamma$  kann durch Gleichsetzen einer Lorentzkurve  $f(x)$  mit der Hälfte des Maximums  $f(0)/2$  in Relation zur Halbwertsbreite gebracht werden.

$$f(x_{1/2}) = \frac{A\gamma}{\pi (\gamma^2 + x^2)} \stackrel{!}{=} \frac{f(0)}{2} = \frac{A\gamma}{2\gamma^2} \quad (4.6)$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = \pm\gamma \quad (4.7)$$

Die Halbwertsbreite  $\text{FWHM} = 2\gamma$  ist somit doppelt so groß wie der Parameter der Skalierung  $\gamma$ . Durch eine Wiederholung der Messung und der Fits wird der Mittelwert berechnet. Neben

dem Rauschen der Photodiode muss die Längenänderung des Resonators berücksichtigt werden. Zum Einen wird die Längenänderung des Resonators als linear angenommen, wobei nicht-lineare Effekte sowohl beim Piezo als bei der angelegten Spannung vernachlässigt werden. Aber auch Vibrationen an den Faserhalterungen können Messfehler hervorrufen. Durch eine größere Anzahl von Messungen kann die Standardabweichung der verschiedenen Messungen als ein Maß für die Ungenauigkeiten genommen werden.

Als letzte Teilrechnung wird die Finesse  $\mathcal{F}$  nach der Gleichung 4.1 berechnet. Die gesamte Messungenauigkeit ergibt sich aus dem einzelnen Fehler  $\Delta L$  und  $\Delta \text{FWHM}$  nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta \mathcal{F} = \frac{c}{L (\text{FWHM})^2} \Delta \text{FWHM} + \frac{c}{L^2 \text{FWHM}} \Delta L \quad (4.8)$$

## 4.7 Messergebnisse der Finesse

Viele Messungen der Finesse wurden vor allem für die Fasern 4VI und 3MXII, die für das Faserresonator QED Experiment bestimmt sind, durchgeführt. Drei Beispielmessungen sind im Anhang B mit den Messungen der Halbwertsbreite und deren Fit dargestellt. Es wurden Werte von bis zu  $\mathcal{F} = 115.000$  für die Finesse gemessen. Jedoch wurden auch schlechtere Finessen von etwa  $\mathcal{F} = 13.000$  beobachtet. In manchen Fällen besonders mit anderen Fasern war es sogar überhaupt nicht möglich, eine Finesse zu bestimmen. Durch die breitere Halbwertsbreite bei schlechterer Finesse konnten keine Seitenbänder mehr aufgelöst werden, da die Seitenbänder mit etwa 200 MHz begrenzt sind, vgl. Abschnitt 4.3.

Die Finesse ist, wie in Unterabschnitt 3.2.4 diskutiert wird, von den Eigenschaften der Spiegel abhängig. Für Spiegel mit hochreflektierenden Beschichtungen sind nach Gleichung 3.17 nur die totalen Verluste  $l + T$  der Spiegel Ausschlag gebend. Verschmutzungen auf den Spiegeln beeinflussen die Verluste der Spiegel. So konnte die Finesse durch Reinigung der Faserenden normalerweise stets auf Werte von etwa  $\mathcal{F} = 30.000 - 70.000$  verbessert werden. Höhere Werte wurden nur mit wenigen ausgewählten Fasern, wie 4VI und 3MXII, erreicht. Neben der Beschichtung spielen nämlich auch die Eigenschaften der Faserenden wie Durchmesser der Struktur und das Verhältnis der Hauptachsen eine große Rolle. Diese Charakteristika sind bei der Herstellung der Faserenden festgelegt worden, vgl. Abschnitt 2.3.2.

Insbesondere der Durchmesser der Struktur, der ein Maß für die Größe der sphärischen Oberfläche des Faserendes ist, gibt eine Begrenzung der Finesse abhängig von der Länge des Resonators an. Durch die Verlängerung des Resonators wächst nämlich die Größe des Strahlendurchmesser auf der Spiegeloberfläche. Übersteigt der Strahlendurchmesser der Resonatormode den Durchmesser der Struktur, so wird der äußere Teil des Lichtes im Resonator nicht zurück zur stabilen Lichtmode reflektiert. Die Verluste steigen und damit sinkt die Finesse, siehe [19] und [20]. In Faserresonatoren hängt also die Finesse zusätzlich von der Länge der Resonatoren ab.

# Kapitel 5

## Doppelbrechung in Faserresonatoren

Im Allgemeinen erhält man bei Faserresonatoren keine einzelnen Resonanzen, sondern wegen der Doppelbrechung zwei Transmissionsspitzen, siehe Abb. 5.1. Wie in Abschnitt 3.3.3 erklärt, ergeben sich unterschiedliche Längen für zwei orthogonal liegende Moden im Resonator. Dies ist auf die unterschiedlichen Brechungsindizes für die verschiedenen Komponenten des Lichtes zurückzuführen. Abhängig von der Differenz zwischen den Brechungsindizes sind die Transmissionsspitzen verstimmt, vgl. Gl. 3.33.

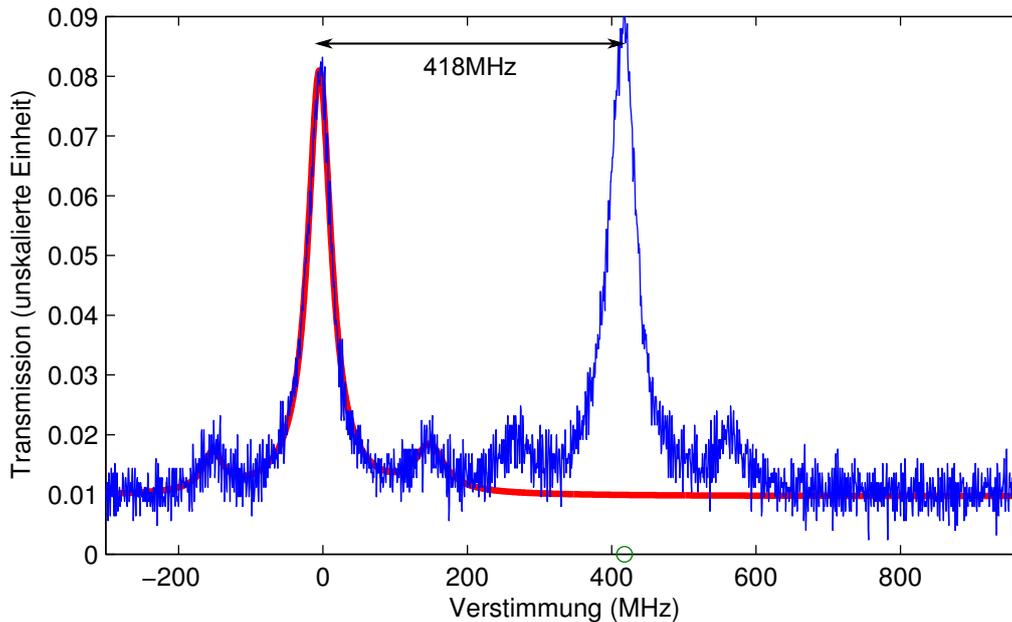
Soll aber nun der Faserresonator für den Transfer eines Zustandes vom Ion auf die Polarisaton des Photons verwendet werden, ergeben sich durch die Doppelbrechung des Faserresonators auch unterschiedliche Frequenzen für die Polarisationen, siehe Abschnitt 2.2.3. Für einen Einsatz als Quantenschnittstelle soll im folgenden Kapitel die Doppelbrechung untersucht werden.

Die in Kapitel 4 aufgezeigten Messvorgänge werden nun in ähnlicher Weise für die Bestimmung der Doppelbrechung angewandt. Die im ersten Abschnitt gewonnenen Ergebnisse werden unter Abschnitt 5.2 mit optischen Resonatoren aus Substratspiegeln verglichen. Die Resultate werden weiter diskutiert und die großen Unterschiede der Verstimmung von den Polarisationsmoden im Faserresonator werden interpretiert. Die daraus entstandene Annahme wird in einem leicht modifizierten Versuchsaufbau, vgl. Abschnitt 5.4, im letzten Abschnitt bestätigt.

### 5.1 Messung der Verstimmung durch Doppelbrechung

Der Versuchsaufbau besteht weiterhin aus dem Faserresonator und der dahinter liegenden Photodiode zur Messung der Transmission, siehe Abb. 4.1. Zur Analyse der Doppelbrechung werden nun die  $\lambda/2$ - und  $\lambda/4$ -Plättchen benötigt. Diese Plättchen drehen die Polarisation des Lichtes abhängig von ihrer Orientierung zur Polarisation des einfallenden Lichtes. Der Unterabschnitt 3.3.2 beschreibt die zugrunde liegende Theorie. Dass es sich tatsächlich um Doppelbrechung in der Transmissionskurve handelt, wird geprüft, indem die Polarisation vor dem Resonator geändert wird und sich dadurch die Intensitätsverteilung der zwei Transmissionsspitzen ändert. Nachdem man kontrolliert hat, dass es sich um zwei Moden orthogonaler Polarisation handelt, kann mit dem Speicheroszilloskop die Transmissionskurve aufgenommen werden.

Abermals kann mithilfe der Seitenbänder, vgl. Abschnitt 4.4, die Abszisse der Messung kalibriert werden. Die Aufspaltung der Polarisationsmoden wird daraufhin durch Ablesen des zweiten Maximums gemessen. In Abbildung 5.1 ist als Beispiel eine Aufspaltung von 418 MHz



**Abbildung 5.1: Doppelbrechung im Faserresonator.** Blau: gemessene Transmissionskurve. Zwei orthogonal liegenden Polarisationsmoden im Resonator sind resonant für verschiedene Resonatorlängen. Rot: Fit zur Ermittlung der Kalibrierung

dargestellt. Viele weitere solcher Messungen wurden durchgeführt, sodass die Verstimmung zweier orthogonaler Moden von wenigen Megahertz bis hin zu einem Gigahertz reichten. Weitere Daten sind im Anhang C aufgeführt. Diese Größenordnung stimmt mit der Beobachtung von 200 MHz im wissenschaftlichen Artikel [20] über Faserresonatoren überein.

## 5.2 Vergleich der Messergebnisse mit Substratspiegeln

Aus den gemessenen Größenordnungen der Doppelbrechung kann der Phasenunterschied zwischen den einzelnen Polarisationsmoden mit der Formel aus Abschnitt 3.3.3

$$\delta = \frac{4\pi L}{c} \Delta\nu \quad (5.1)$$

berechnet werden. Für eine Verstimmung von 400 MHz bei einer Länge  $L = 140 \mu\text{m}$  ist der Phasenunterschied in der Größenordnung von  $10^{-3}$ . Vergleicht man diesen Wert mit der Doppelbrechung in Spiegeln auf polierten Glassubstraten wie in der Arbeit [53], stellt sich heraus, dass der dort gemessene Phasenunterschied von  $\delta = 10^{-6} - 10^{-7}$  um drei bis vier Größenordnungen kleiner ist.

Auch bei den Resonatoren mit den Referenzspiegeln auf Glassubstraten mit der Beschichtung wie auf den Fasern tritt keine messbare Doppelbrechung auf. Sie sind daher in ähnlicher Größenordnung von  $\delta = 10^{-7}$  oder geringer. Das heißt, trotz der identischen Beschichtungen liegen unterschiedlich große doppelbrechende Eigenschaften für Spiegel auf Faserenden und Glassubstraten vor.

Die Doppelbrechung kann durch die deutlich kleineren Krümmungsradien auf den Faserenden erklärt werden. Bei der Herstellung der Beschichtung wird, wie in Abschnitt 2.3.2 beschrieben, das Ionenstrahl-Sputtern angewandt. Der Prozess ist für plane Oberflächen entworfen worden. Die Oberfläche der Faserenden weicht aber mit einem Krümmungsradius von  $200\ \mu\text{m}$  stark von einer ebenen Fläche ab. Im Gegensatz dazu sind die Krümmungsradien der Glassubstrate im Bereich von Zentimetern. Die einzelnen Schichten im Sputterprozess müssen sich nun der stark gekrümmten Form anpassen. Dadurch entstehen große Abweichungen vom eigentlich isotropen Aufbau der Schichten. Die Abweichungen in Form von Verzerrungen verursachen so Doppelbrechung in einem eigentlich isotropen Medium.

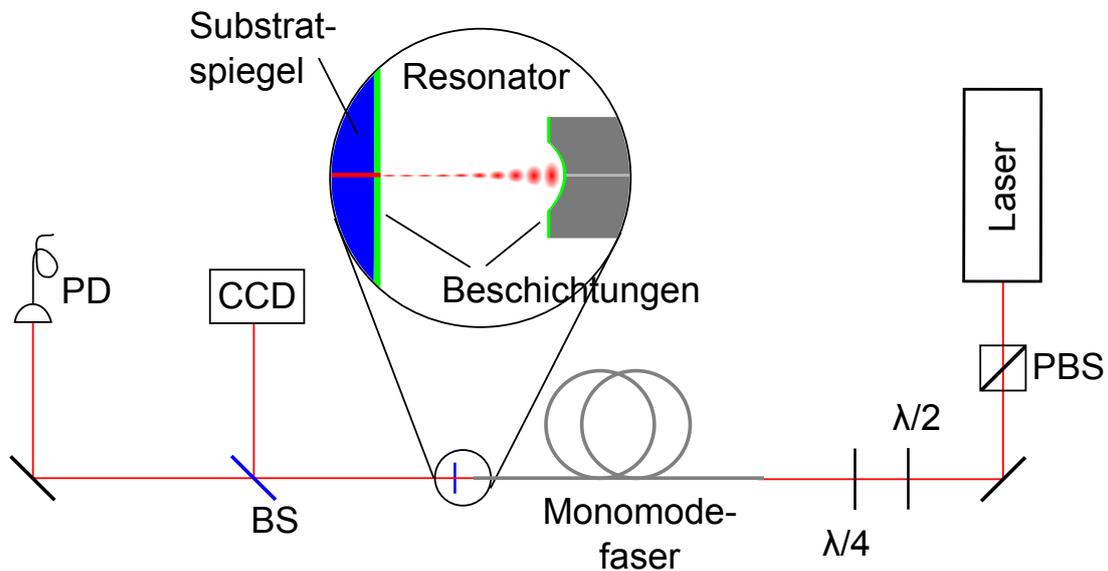
### 5.3 Interpretation der Messung und ihre Problematik

Bei der näheren Untersuchung der Polarisationsmoden zeigt sich, dass sich die Aufspaltung durch die Doppelbrechung nicht kontinuierlich über die 1000 MHz ändert. Durch die kontinuierliche Änderung der Ausrichtung der Faserspiegeln zueinander erhält man stattdessen wenige verschieden große Aufspaltungen. Es ist sogar gelungen, die Fasern so zu justieren, dass bei einem Durchfahren der Länge über einen ganzen freien Spektralbereich zwei verschieden große Aufspaltungen der Doppelbrechung gleichzeitig zu beobachten waren. Diese Beobachtung lässt die Annahme aufkommen, dass unterschiedliche transversale elektromagnetische (TEM) Moden verschieden große Verstimmungen der Polarisationsmoden haben.

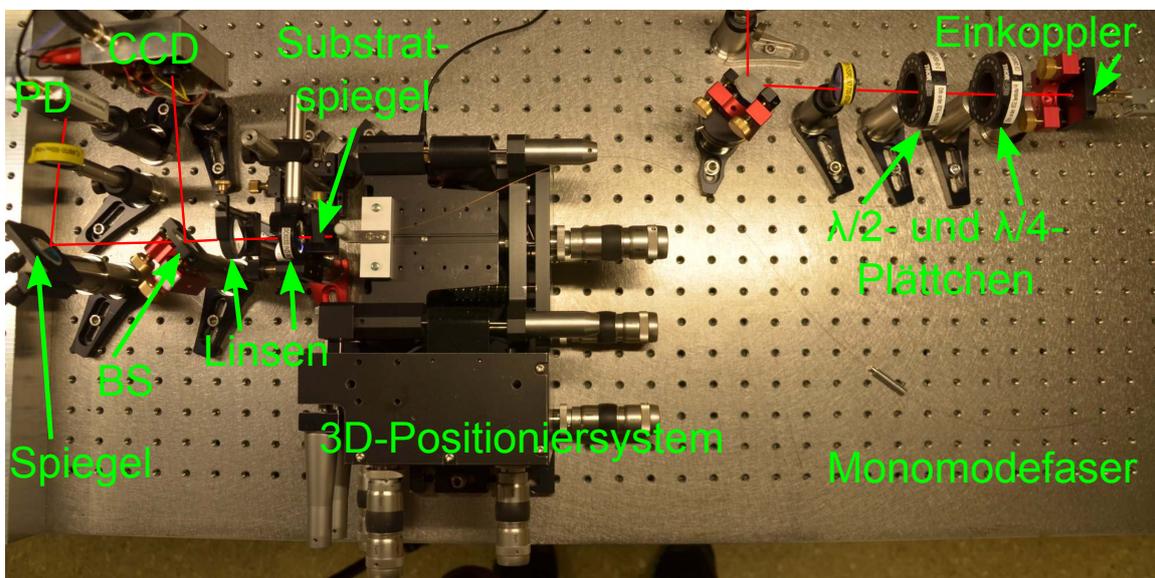
Für einen verlässlichen Beweis, dass die Verstimmung abhängig von der TEM Mode ist, muss die TEM Mode im Faserresonator dargestellt werden. Das Problem im jetzigen Versuchsaufbau ist, dass die Multimodefaser durch die Totalreflexionen in der Faser die TEM Mode des Resonators zerstört. Auch eine Monomodefaser ist dafür nicht geeignet, da sie nur die  $\text{TEM}_{00}$  Mode führt. Dass heißt bei der Kopplung zwischen Resonator und Monomodefaser wird nur der Teil des Lichtes transmittiert, der zwischen den verschiedenen Moden überlappt, vgl. Abschnitt 3.2.3. Damit die TEM Mode des Faserresonators dargestellt werden kann, wird der Versuchsaufbau im Folgenden modifiziert.

### 5.4 Modifizierter Versuchsaufbau

Wie im vorherigen Versuchsaufbau in Kapitel 4 wird der Laserstrahl mit der selbst zu wählenden Polarisation in die Monomodefaser eingekoppelt. Der Resonator besteht in diesem Fall jedoch aus dem Faserende der Monomodefaser 1 II und dem Referenzspiegel S3 mit derselben Beschichtung. Dadurch bleibt die TEM-Mode des Resonator beim Auskoppeln erhalten und wird nun mit einer CCD Kamera aufgenommen. Durch einen Strahlteiler misst weiterhin gleichzeitig eine Photodiode (PD) die Transmission des Resonators. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 5.2 schematisch abgebildet. Die Abbildung 5.3 zeigt ein Foto des Versuchsaufbaus. In dem Foto ist deutlich das 3D-Positioniersystem zu sehen, das zur Ausrichtung der Faser bezüglich des Substratspiegels dient. Außerdem sind zwei Linsen direkt hinter dem Substratspiegel zu erkennen. Diese sind notwendig, um den stark divergenten Strahl aus dem Resonator auf die CCD-Kamera abzubilden.



**Abbildung 5.2: Schematischer Versuchsaufbau:** Im Gegensatz zum vorherigen Aufbau, siehe Abb. 4.1, ist die auskoppelnde Multimodefaser von einem Substratspiegel ersetzt worden. Dadurch ist es nun möglich, die TEM-Mode im Resonator auf der CCD-Kamera abzubilden. Weiterhin wird die Transmissionkurve gleichzeitig über den Strahlteiler (BS) aufgenommen.



**Abbildung 5.3: Realer Versuchsaufbau:** Der rote Laserstrahl wurde nachträglich eingezeichnet. Neben den in Abb. 5.2 schematisch dargestellten Komponenten sind hier einige weitere Spiegel und Linsen, die Einkopplung in die Monomodefaser und das 3D-Positioniersystem zu sehen.

## 5.5 Messung mit modifiziertem Versuchsaufbau

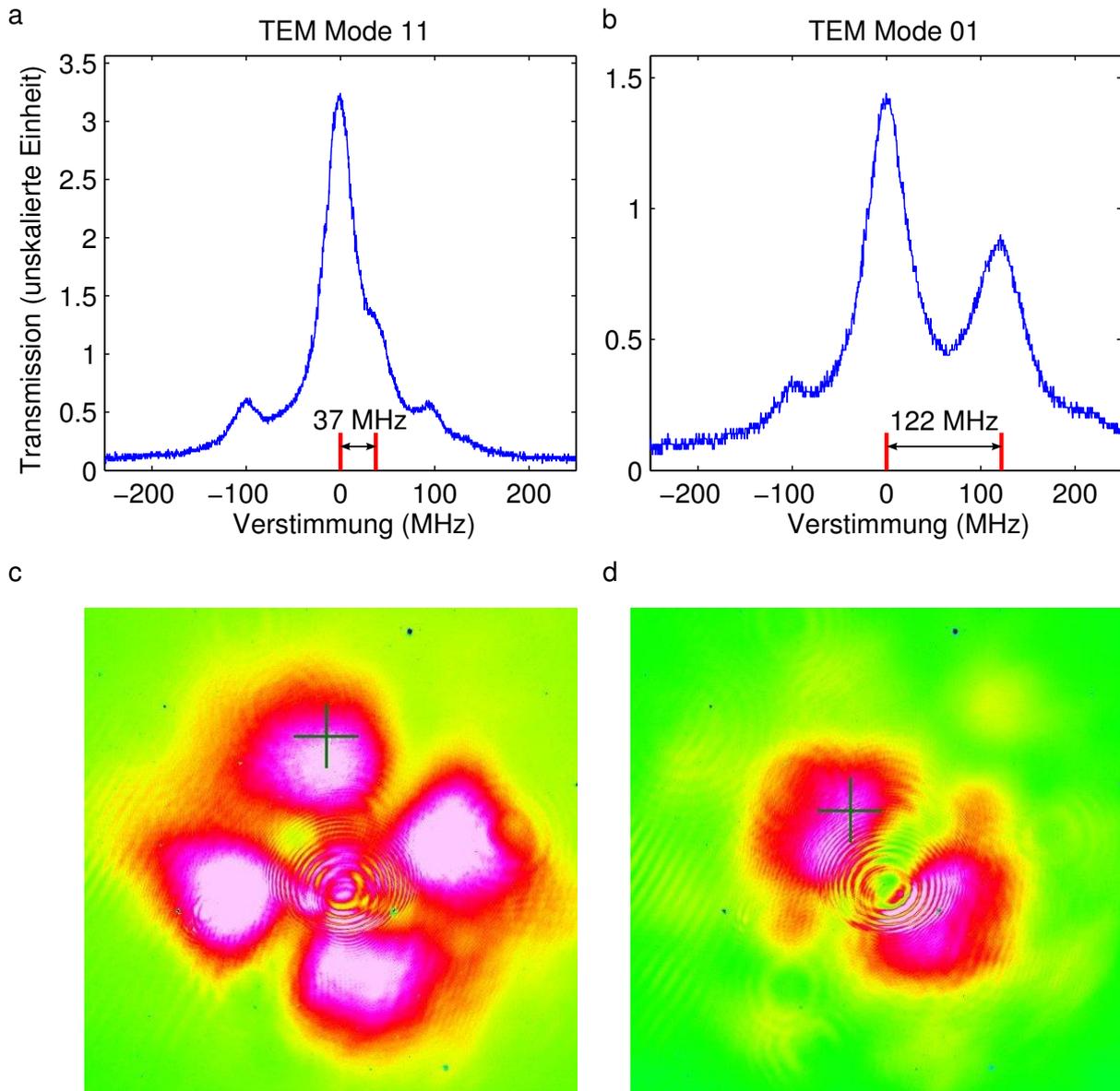
Für den Beweis der Interpretation, dass die Doppelbrechung von der TEM Mode abhängt, werden mit dem modifiziertem Versuchsaufbau verschiedene TEM Moden gesucht und ihre dazugehörige Verstimmung der Doppelbrechung gemessen. Mit der verwendeten Monomodefaser 1 II war es nicht möglich die  $TEM_{00}$  Mode zu finden. Neben einigen sehr hohen  $TEM_{xy}$ -Moden mit  $x$  oder  $y$  größer 5 waren vor allem die zwei  $TEM_{11}$ - und  $TEM_{01}$  Moden bei vielen Ausrichtungen des Faserspiegels präsent, abgebildet in Abb. 5.4 c und d.

Die Abbildungen zeigen neben den gewöhnlichen Moden jeweils auch Interferenzringe an den gleichen Stellen im Bild. Diese Störungen werden durch den Blendeneffekt wegen der zu kleinen Linsen an Unregelmäßigkeiten wie Schmutz auf den Linsen hervorgerufen. Weiters sind die schwarzen Punkte auf dem Bild defekte Pixel der CCD Kamera.

Die dazugehörigen Transmissionkurven werden, wie in Abschnitt 5.1, aufgenommen und ausgewertet. Daraus ergibt sich eine Aufspaltung aufgrund der Doppelbrechung von 37 MHz für die  $TEM_{11}$  Mode und von 122 MHz für die  $TEM_{01}$  Mode, vgl. Abb. 5.4 a und b. Diese Messungen zeigen nun die Abhängigkeit der Doppelbrechung von der vorliegenden TEM-Mode im Resonator. In anderen Worten heißt das, durch die Bestrahlung unterschiedlicher Spiegeloberflächen ändert sich der Unterschied der Brechungsindizes für die verschiedenen Polarisationsmoden. Die Spiegeloberfläche hat also keine konstante Doppelbrechung, wie bei Kristallen, sondern eine komplizierte inhomogene Verteilung der Brechungsindizes.

Diese inhomogene Verteilung macht eine genauere Beschreibung der Doppelbrechung in den Beschichtungen kompliziert. Das Modell eines einachsigen positiv doppelbrechenden Kristalls müsste durch eine dreidimensionale Beschreibung ersetzt werden. Mit dem Gauß-Strahl und den mehrfachen Reflexionen wäre eine gesamte Beschreibung des Systems daher sehr kompliziert.

Eine Verteilung des Brechungsindex abhängig von seinem Ort deckt sich aber mit der Erklärung, dass die eigentlich isotrope Beschichtung doppelbrechende Eigenschaften durch die Krümmung der Faseroberfläche zeigt. Außerdem ist die Größe der Doppelbrechung für jedes hergestellte Faserende verschieden. Durch die unterschiedlichen Krümmungsradien der Fasern variiert nämlich so auch die Doppelbrechung von Faser zu Faser.



**Abbildung 5.4:** a und b: Transmissionskurven unterschiedlicher TEM Moden. Dazu ist die Aufspaltung gemessen worden. c und d: Die Abbildungen der dazugehörigen  $TEM_{11}$  Mode und  $TEM_{01}$  Mode.

# Kapitel 6

## Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Masterarbeit wurde die Doppelbrechung in Faserresonatoren untersucht. Zu Beginn der Arbeit wurde die Integration eines Faserresonators in eine Ionenfalle vorgestellt. Als Motivation für dieses Experiment wurden die Vorgänge für den Transfer eines Qubits von einem Ion auf ein Photon erläutert. Die Implementierung als eine Quantenschnittstelle ist die zentrale Anwendung des Versuchsaufbaus. Bei der Erklärung des Transfers wurde darauf eingegangen, welche Rolle die Doppelbrechung im Faserresonator spielt. Weiters wurde die Konstruktion des Experiments beschrieben, bei dessen Aufbau ich während meiner Zeit als Masterstudent die Doktorandin Birgit Brandstätter unterstützte.

Vor der Messung der Doppelbrechung wurde die Bestimmung der Finesse beschrieben. Dabei wurde das Messprinzip für die Doppelbrechung bereits vorgestellt. Außerdem wurden viele in der Theorie eingeführten Parameter diskutiert. Die Messungen der Finesse wurden hauptsächlich in Zusammenarbeit mit Birgit Brandstätter zur Charakterisierung der Fasern durchgeführt. Meine Aufgabe war dabei die Erstellung des Skriptes zur Berechnung der Finesse. Dieses Skript wurde auch weiter zur Bestimmung der Doppelbrechung verwendet.

Die Doppelbrechung entsteht in einem Medium durch unterschiedliche Brechungsindizes für verschiedene Komponenten einer elektromagnetischen Welle. Die Oberflächen der Spiegel im Faserresonator wurden zu optisch einachsigen Kristallen vereinfacht. Daraus und mit der Eindringtiefe der Lichtwelle in die Spiegel wurde ein einfaches Modell zur Erklärung der Verstimmung für verschiedene Polarisationsmoden im Resonator hergeleitet. Dazu wurden die transmittierte Intensität eines Resonators abhängig von der Länge des Resonators berechnet. So kann die Größe der Aufspaltung einer Differenz der Brechungsindizes zugeordnet werden.

Diese Aufspaltung aufgrund der Doppelbrechung konnte anschließend im Experiment ausgemessen werden. Die Aufspaltung variierte dabei zwischen der Größe, die wegen der Halbwertsbreite mit gleicher Größenordnung nicht aufgelöst werden konnte, bis hin zu einer Verstimmung, die 20 mal größer als die Halbwertsbreite war. Ähnliche Faserresonatoren in anderen Experimenten zeigten Werte im gemessenen Bereich. Jedoch ist der Vergleich mit optischen Resonatoren aus Substratspiegeln interessanter. Dabei kann der Phasenunterschied zwischen den einzelnen Polarisationsmoden verglichen werden. Denn der Phasenunterschied ist unabhängig von der Länge der Resonatoren. Es stellte sich heraus, dass sogar die Referenzspiegel mit derselben Beschichtung keine messbare Doppelbrechung besitzen. Eine mögliche Erklärung sind

die unterschiedlich großen Krümmungsradien der sphärischen Oberflächen. Bei Glassubstraten ist dieser wenige Zentimeter wohingegen er bei Faserresonatoren nur etwa  $200\ \mu\text{m}$  ist. Wegen der größeren Abweichung zu einer planaren Oberfläche können größere Verzerrungen bei der Herstellung der reflektierenden Beschichtung auftreten. Diese Störungen rufen in isotropen Medien doppelbrechende Eigenschaften hervor.

Der Versuchsaufbau wurde leicht modifiziert, indem das zweite Faserende durch einen Substratspiegel ersetzt wurde. Dies ermöglichte die direkte Abbildung der transversal elektromagnetischen (TEM) Lichtmode im Resonator. Es wurde gezeigt, dass unterschiedliche TEM Moden eine unterschiedlich große Aufspaltung der Doppelbrechung haben. In anderen Worten heißt das, dass die Oberflächen der Faserspiegel eine inhomogene Verteilung von Brechungsindizes besitzen. Auch diese Beobachtung kann mit den Verzerrungen durch die kleinen Krümmungsradien der Spiegeloberfläche auf Faserresonatoren erklärt werden.

Die Ausrichtung der Faserenden kann geändert werden, wobei sich verschiedene TEM Moden im Faserresonator ausbreiten. Durch die Selektion der richtigen TEM Mode kann so die Doppelbrechung geändert werden. Außerdem hängt die Größe der Doppelbrechung von den Charakteristika der verwendeten Fasern ab. Mit der Auswahl der richtigen Fasern und der korrekten Ausrichtung dieser ist es also möglich, die Doppelbrechung des Faserresonators für die gewünschten Anforderungen anzupassen.

Der Faserresonator mit gespeicherten Ionen kann so mit den in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnissen auch als Schnittstelle zwischen stationären und fliegenden Qubits verwendet werden [56]. Man kann die Aufspaltung des Faserresonators bestimmen und beim Transfer des Qubits berücksichtigen. Weiters muss dann aber auch die weitere Ausbreitung des Photons beachtet werden. Die Abhängigkeit des Zustandes von der Flugzeit des Qubits macht damit die Messung oder den Rücktransfer auf ein Ion komplizierter. Auf der anderen Seite kann durch die Auswahl der richtigen Fasern und der richtigen Ausrichtung dieser versucht werden, die Doppelbrechung im Faserresonator zu minimieren. Somit kann wie bei den optischen Resonatoren aus Glassubstraten der Transfer eines Zustands ohne weitere Berücksichtigungen umgesetzt werden, [23].

In Zukunft soll mit den zwei CQED Experimenten auch eine Realisierung eines Quantennetzwerkes erforscht werden. Experimente mit dem Ziel, zwei entfernte stationäre Qubits zu verschränken, oder einen Zustand von einem Ion auf das andere Ion zu übertragen, wären essentiell für einen Aufbau eines Netzwerk aus Quantencomputern, [56].

Weiters wäre es denkbar, über die Ausrichtung der Faserenden im Vakuum die Doppelbrechung zu ändern. Mit einer großen Verstimmung und der starken Kopplung wären so Experimente möglich, bei denen das Ion mit nur einer Polarisationsmode des Lichtfeldes wechselwirken soll.

# Anhang A

## Matlab Routine für Finesse Berechnung

```
clear all
close all

% load experimental data in external setup.xls file
setup=dir('*.xls');
setupxls=xlsread(setup.name);
sizesetupxls=size(setupxls);
sb = setupxls(5,1); % define sidebands width in MHz
wavelength = setupxls(7,1); %define nm wavelength where FWHM measurements are taken
thresholds=setupxls(9:10,1:sizesetupxls(2)); % thresholds for finding sb

%calculation of cavity length, FSR and error-----

lambda = setupxls(12,1:2); % define measured wavelengths

n = 1;
K = size(lambda);
% for-loop for calculation of cavity-length
for k = 1:K(2)-1
cavity_length(k,1) = n*lambda(1,k)*lambda(1,k+1)*0.001/(2*abs(lambda(1,k+1) \
-lambda(1,k)));
end

length_mean = mean(cavity_length); % mean value of measured cavity lengths in um
length_std = std(cavity_length); % standard deviation in um
FSR=299.8e6./(2*length_mean*1e-6);% FSR in Hz
FSR_std = 299.8e6./(2*length_mean^2*1e-6)*length_std; % standard deviation of FSR
% printing FSR and error
sprintf('FSR = (%3.2d +/- %3.2d) Hz', FSR, FSR_std)
% printing cavity length with error
sprintf('cavity length = (%3.0f +/-%2.0f) um',length_mean, length_std)
disp('FWHM (MHz)')
```

```

%Calculation of the FWHM


---


%get all csv-files of the directory
all_files = dir('*.CSV');
num_files = length(all_files);

% functions for fit
fc = 'a(1).*a(3)./(pi.*(a(3)^2+(x-a(2)).^2))+ \\  

      a(4).*a(6)./(pi.*(a(6)^2+(x-a(5)).^2))+ \\  

      a(7).*a(9)./(pi.*(a(9)^2+(x-a(8)).^2))+a(10)';
% define function and its parameters
f = inline(fc,'a','x');

% for-loop for every csv-file
for n = 1:num_files
    % get n.th data
    fname = all_files(n).name;
    data = csvread(fname,19,3,[19,3,length(csvread(fname,19,3))-19,4]);

    % take values for initial parameters
    % get main maximum
    [ma,mm(2)]=max(data(:,2));
    % left sideband position
    i=mm(2);
    while data(i,2)>0.15*ma
        i=i-10;
    end
    [mb,mm(1)]=max(data(1:i,2));
    % right sideband position
    i=mm(2);
    while data(i,2)>0.15*ma
        i=i+10;
    end
    [mc,md]=max(data(i:length(data),2));
    mm(3)=md+i;

    % take the smallest value for y_0
    y_0=min(data(:,2));
    % intial parameter values
    % as= [Amplitude,x_0,gamma of mean peak and left/right side peak,y_0]
    as = [sum(data(:,2)),mm(2),(mm(3)-mm(1))/60,sum(data(:,2))/3,mm(1), \\  

          (mm(3)-mm(1))/200,sum(data(:,2))/3,mm(3),(mm(3)-mm(1))/200,y_0];
    % fitting the parameters as
    af = nlinfit(data(:,1),data(:,2),f,as);
    % calibrating the x-axis
    data(:,3) = (data(:,1)-mm(2))*2*sb/(af(8)-af(5));
    % plotting lorenz fit
    data(:,4)=f(af,data(:,1));
    figure(n);
    hold on
    % plotting data points in same figure
    p=plot(data(:,3),data(:,4));
    set(p,'Color','red','LineWidth',2.5)

```

---

```
plot(data(:,3),data(:,2));

%define shown data area
axis([min(data(:,3)) max(data(:,3)) 0 0.01*ceil(max(data(:,2))*100)])

% label of axes
xlabel('cavity detuning (MHz)')
ylabel('cavity transmission (arb. units)')

box on
hold off
% calculating FWHM of operating csv-file
FWHM(n,1)=2*af(3)*2*sb/(af(8)-af(5));
disp(FWHM(n,1))
end

% calculating mean value and standard deviation of FWHM
FWHM_mean = mean(FWHM); FWHM_std = std(FWHM);

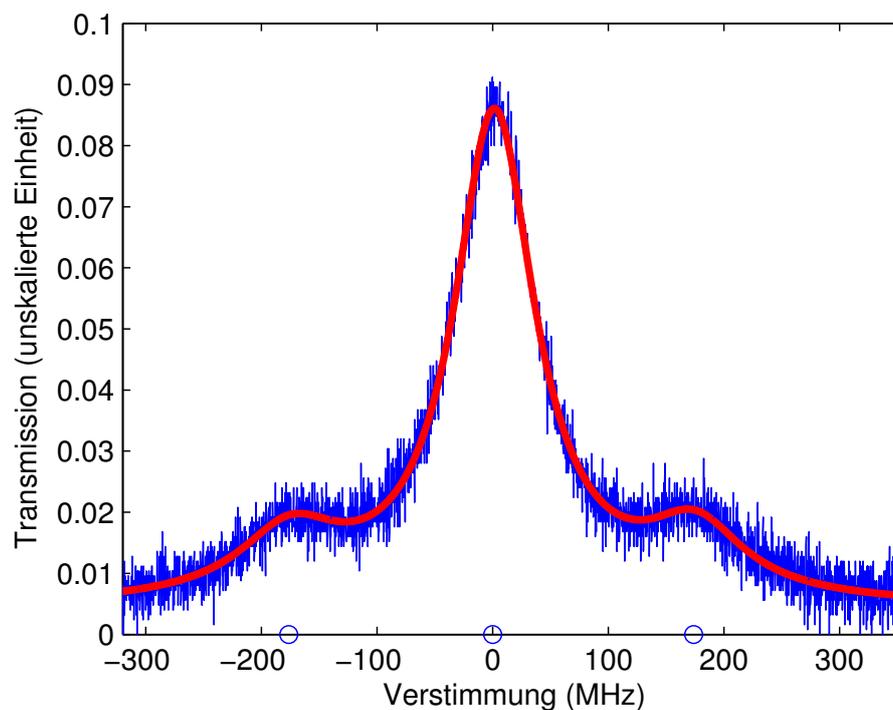
%calculation of finesse
finesse = FSR/FWHM_mean*1e-6;
% error of finesse
d_finesse = FSR_std/FWHM_mean*1e-6; + FSR/FWHM_mean^2*1e-6*FWHM_std;
% printing finesse with error and measured wavelength
sprintf('finesse = %4.0f00 +/-%2.0f00 measured @ %3.1f nm', finesse/100, \\
d_finesse/100,wavelength)
```



# Anhang B

## Messungen der Finesse

Die Finesse wurde hauptsächlich für die Fasern durchgeführt, die in die Vakuumkammer des Experiments sind. Die Fasern sind die Monomodefaser 4VI und Multimodefaser 3XII.



**Abbildung B.1: Finessefit** Messung der Finesse von  $13100 \pm 100$  bei einer Länge  $139 \pm 1 \mu\text{m}$  unter Vakuum am 4.6.2012, siehe Projekt Laborbuch online.

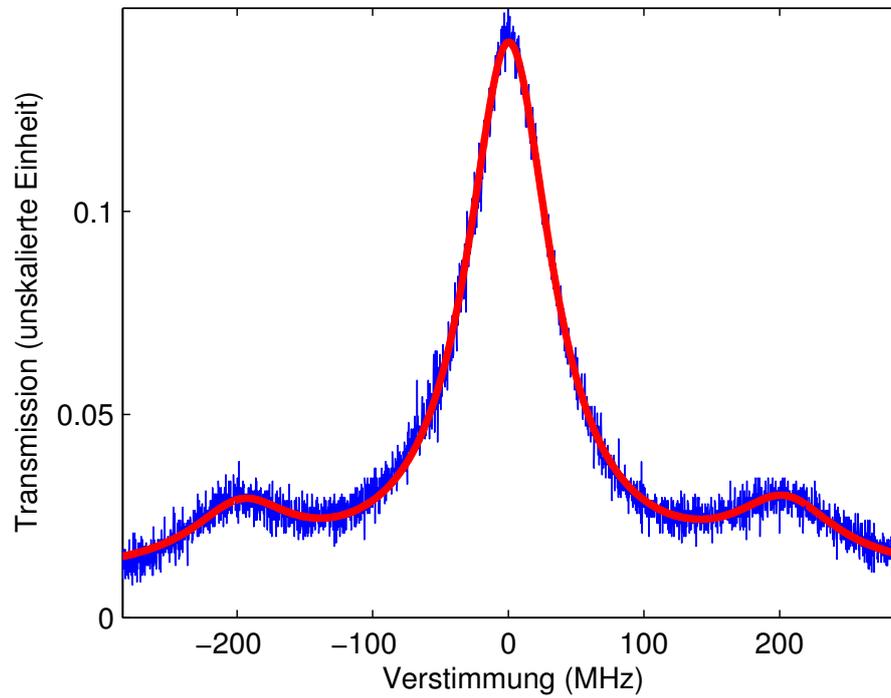


Abbildung B.2: Finessefit Finesse von 51900 bei einer Länge  $36 \mu\text{m}$  am 2.6.2012.

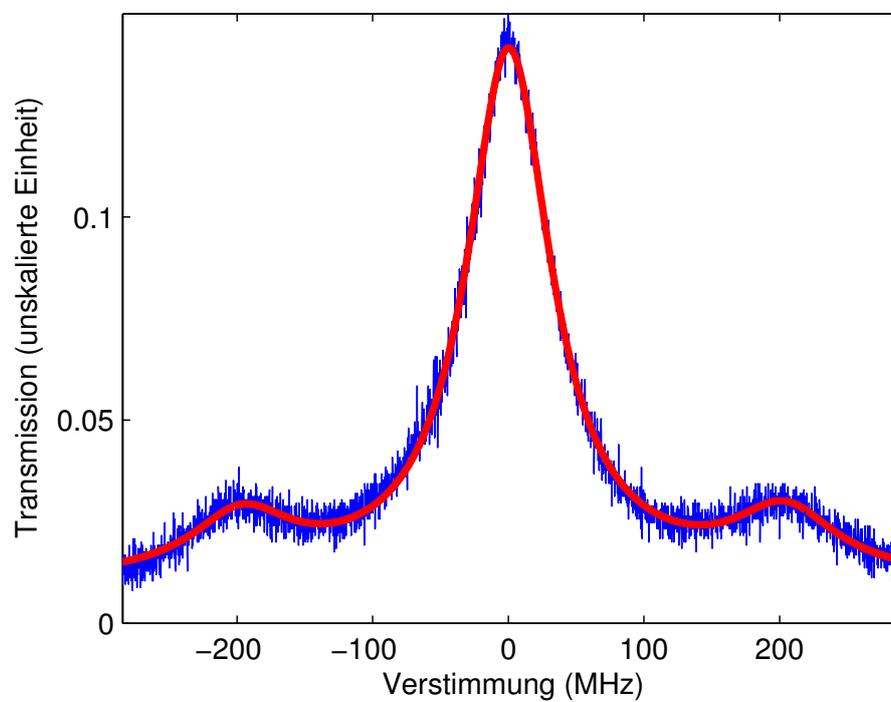
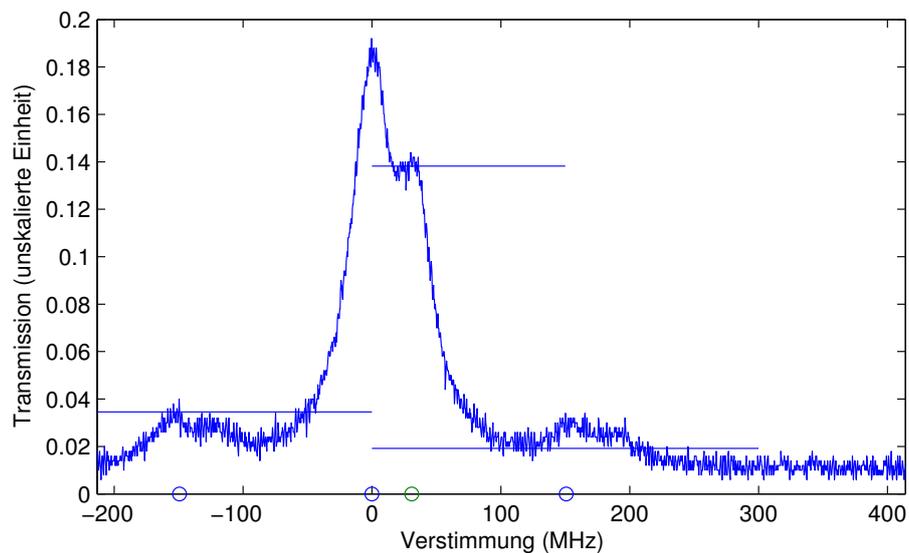


Abbildung B.3: Finessefit Finesse von  $113700 \pm 600$  bei einer Länge  $60 \pm 1 \mu\text{m}$  am 4.11.2011.

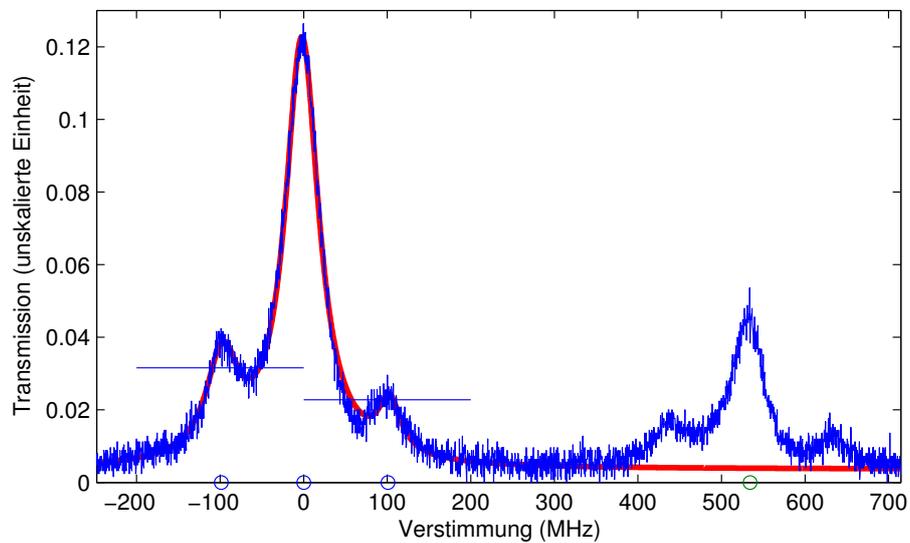
# Anhang C

## Messungen von Doppelbrechungen

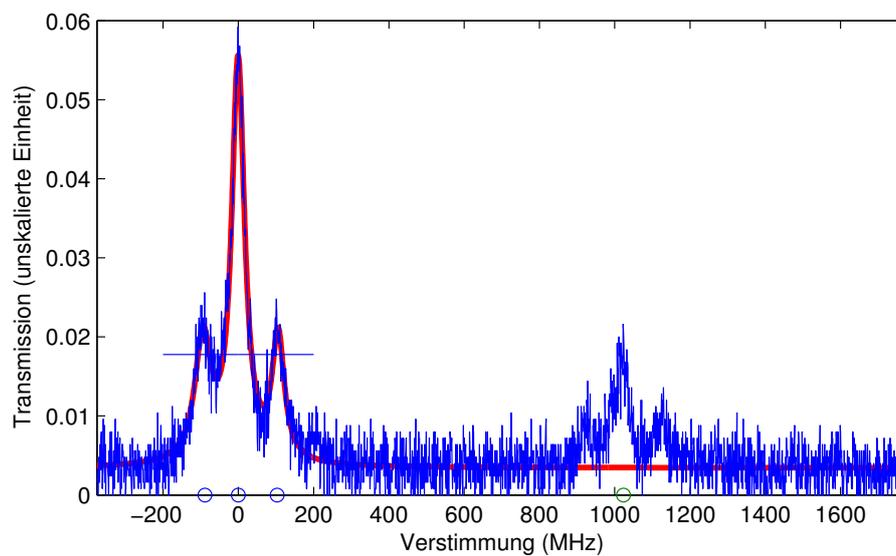
Typische Messwerte für die Verstimmung der Doppelbrechung gemessen im normalen Versuchsaufbau mit Monomodefaser 1 XII und Multimodefaser 4 VII.



**Abbildung C.1: Doppelbrechung im Faserresonator** mit einer Aufspaltung von 30,8 MHz. Wegen der kleinen Aufspaltung wurde kein Fit für die Messung verwendet. Stattdessen wurden die Maxima der Transmission mithilfe der blau eingezeichneten Schwellenwerte ausgemessen.



**Abbildung C.2: Doppelbrechung im Faserresonator** mit einer Aufspaltung von 534,2 MHz. Die linke Hälfte der Messdaten wurde mittels des Finessefits ausgewertet. Die Verstimmung der Doppelbrechung wurde anhand einer einfachen Maximalwert Bestimmung gemessen. Die Kreise auf der x-Achse dienen zur visuellen Kontrolle der gefitteten Werte.



**Abbildung C.3: Doppelbrechung im Faserresonator** mit einer Aufspaltung von 1023 MHz. Gleiche Auswertung wie in der vorherigen Messung C.2.

# Literaturverzeichnis

- [1] Feynman, R. P. Simulating physics with computers. *Int. J. Theor. Phys.* **21**, 467–488 (1982).
- [2] Deutsch, D. Quantum theory, the church-turing principle and the universal quantum computer. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* **400**, 97–117 (1985). <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/400/1818/97.full.pdf+html>.
- [3] Shor, P. Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring. In *Foundations of Computer Science, 1994 Proceedings., 35th Annual Symposium on*, 124–134 (1994).
- [4] Grover, L. A fast quantum mechanical algorithm for database search. In *Proceedings of the twenty-eighth annual ACM symposium on Theory of computing*, 212–219 (1996).
- [5] Bennett, C. H. & Brassard, G. Quantum Cryptography: Public Key Distribution and Coin Tossing. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing*, 175–179 (1984).
- [6] Ekert, A. K. Quantum cryptography based on Bell’s theorem. *Phys. Rev. Lett.* **67**, 661–663 (1991).
- [7] Hughes, R. *et al.* ARDA Quantum Computation Roadmap (2004).
- [8] Knill, E., Laflamme, R. & Milburn, G. J. A scheme for efficient quantum computation with linear optics. *Nature* **409**, 46–52 (2001).
- [9] Briegel, H., Calarco, T. & Jaksch, D. Quantum computing with neutral atoms. *Journal of modern Optics* **47**, 415 (2000). 9904010v1.
- [10] Cirac, J. I. & Zoller, P. Quantum Computations with Cold Trapped Ions. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4091–4094 (1995).
- [11] Riebe, M. *et al.* Deterministic quantum teleportation with atoms. *Nature* **429**, 734–737 (2004).
- [12] Moehring, D. L. *et al.* Entanglement of single-atom quantum bits at a distance. *Nature* **449**, 68–71 (2007).

- [13] Monz, T. *et al.* 14-qubit entanglement: Creation and coherence. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 130506 (2011).
- [14] Bouwmeester, D., Ekert, A. & Zeilinger, A. *The Physics of Quantum Information: Quantum Cryptography, Quantum Teleportation, Quantum Computation* (Springer, 2010).
- [15] DiVincenzo, D. P. The physical implementation of quantum computation. *Fortschr. Phys.* **48**, 771–783 (2000).
- [16] Kimble, H. J. The quantum internet. *Nature* **453**, 1023–1030 (2008).
- [17] Stute, A. *et al.* Toward an ion–photon quantum interface in an optical cavity. *Applied Physics B: Lasers and Optics* **107**, 1145–1157 (2012).
- [18] Colombe, Y. *et al.* Strong atom-field coupling for Bose-Einstein condensates in an optical cavity on a chip. *Nature* **450**, 272–276 (2007).
- [19] Brandstätter, B. *et al.* Development of Fiber Mirrors and Ion Traps to Reach Strong Coupling in an Ion-Trap Fiber Fabry-Perot Cavity Apparatus. (*In Vorbereitung*) (2012).
- [20] Hunger, D. *et al.* A fiber fabry-perot cavity with high finesse. *New Journal of Physics* **12**, 065038 (2010).
- [21] Russo, C. *Photon statistics of single ion coupled to a high-finesse cavity*. Ph.D. thesis, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (2008).
- [22] Barros, H. G. *et al.* Deterministic single-photon source from a single ion. *New Journal of Physics* **11**, 103004 (2009).
- [23] Stute, A. *et al.* Tunable ion-photon entanglement in an optical cavity. *Nature* **485**, 482–5 (2012).
- [24] Puppe, T. *et al.* Light force fluctuations in a strongly coupled atom-cavity system. *Journal of Modern Optics* **54**, 1927–1937 (2007).
- [25] Jaynes, E. & Cummings, F. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. *Proceedings of the IEEE* **51**, 89 – 109 (1963).
- [26] Cohen-Tannoudji, C., Dupont-Roc, J. & Grynberg, G. *Atom-photon interactions: basic processes and applications*. Wiley-Interscience publication (1992).
- [27] Maurer, C. *Kontrolle der Einphotonenemission eines einzelnen Ca-Ions*. Master’s thesis, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (2004).
- [28] Hennrich, M., Legero, T., Kuhn, A. & Rempe, G. Vacuum-Stimulated Raman Scattering Based on Adiabatic Passage in a High-Finesse Optical Cavity. *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4872–4875 (2000).
- [29] Habicher, D. *Abbildung, Adressierung und Zustandsdetektion zweier Ionen in einem optischen Resonator*. Master’s thesis, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (2011).

- [30] Dubin, F. *et al.* Quantum to classical transition in a single-ion laser. *Nat Phys* **6**, 350–353 (2010).
- [31] Häffner, H., Roos, C. & Blatt, R. Quantum computing with trapped ions. *Physics Reports* **469**, 155 – 203 (2008).
- [32] Stute, A. *Eine Einzelphotonenquelle mit einem  $40\text{Ca}^+$  Cavity-QED System*. Master's thesis, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (2007).
- [33] Bergmann, K., Theuer, H. & Shore, B. W. Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules. *Rev. Mod. Phys.* **70**, 1003–1025 (1998).
- [34] Hennrich, M. *Kontrollierte Erzeugung einzelner Photonen in einem optischen Resonator hoher Finesse*. Ph.D. thesis, Max-Planck-Institut Für Quantenoptik (2004).
- [35] Ritter, S. *et al.* An elementary quantum network of single atoms in optical cavities. *Nature* **484**, 195–200 (2012).
- [36] Paul, W. Electromagnetic traps for charged and neutral particles. *Rev. Mod. Phys.* **62**, 531–540 (1990).
- [37] Gulde, S. T. *Experimental Realization of Quantum Gates and the Deutsch-Jozsa Algorithm with Trapped  $^{40}\text{Ca}^+$  Ions*. Ph.D. thesis, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, Innsbruck (2003).
- [38] Riebe, M. *Preparation of entangled states and quantumteleportation with atomic qubits*. Ph.D. thesis, University of Innsbruck (2005).
- [39] Zähringer, F. *Quantum walks and relativistic quantum simulations with trapped ions*. Ph.D. thesis, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (2012).
- [40] Berkeland, D., Miller, J., Bergquist, J., Itano, W. & Wineland, D. Minimization of ion micromotion in a Paul trap. *Journal of applied physics* **83**, 5025–5033 (1998).
- [41] Deutsch, C. High finesse fibre Fabry-Perot resonators - Production , characterization and applications. *Ludwig-Maximilians Universität München* (2008).
- [42] Steinmetz, T. *et al.* Stable fiber-based Fabry-Pérot cavity. *Appl. Phys. Lett.* **89**, 111110 (2006).
- [43] Muller, A., Flagg, E. B., Lawall, J. R. & Solomon, G. S. Ultrahigh-finesse, low-mode-volume fabry-perot microcavity. *Opt. Lett.* **35**, 2293–2295 (2010).
- [44] Wolf, B. *Handbook of Ion Sources*. Taylor & Francis (1995).
- [45] Saleh, B. & Teich, M. *Fundamentals of photonics*. Wiley series in pure and applied optics (2007).
- [46] Zinth, W. & Zinth, U. *Optik: Lichtstrahlen - Wellen - Photonen*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag (2011).

- 
- [47] Siegman, A. *Lasers*. University Science Books (1986).
- [48] Demtröder, W. *Laserspektroskopie: Grundlagen und Techniken*. No. v. 4 in Springer-Verlag (2004).
- [49] Joyce, W. B. & DeLoach, B. C. Alignment of Gaussian Beams. *Applied Optics* **23** (1984).
- [50] Hodgson, N. & Weber, H. *Optische Resonatoren: Grundlagen eigenschaftener Optimierung*. Springer-Verlag (1992).
- [51] Rempe, G., Thompson, R. J., Kimble, H. J. & Lalezari, R. Measurement of ultralow losses in an optical interferometer. *Opt. Lett.* **17**, 363–365 (1992).
- [52] Hood, C., Kimble, H. & Ye, J. Characterization of high-finesse mirrors: Loss, phase shifts, and mode structure in an optical cavity. *Physical Review A* **64**, 1–7 (2001).
- [53] Lynn, T. W. *Measurement and Control of Individual Quanta in Cavity QED*. Ph.D. thesis, California Institute of Technology (2003).
- [54] Au, Y. S. *Birefringent Cavity for CQED*. Master's thesis, California Institute of Technology (2006).
- [55] AG, T. P. *DL pro - Grating Stabilized Diode Laser Head - Manual*. Toptica Photonics AG, Lochhamer Schlag 19 D-82166 Graefelfing-Munich, m-30 version 02 edn. (2008).
- [56] Cirac, J. I., Zoller, P., Kimble, H. J. & Mabuchi, H. Quantum State Transfer and Entanglement Distribution among Distant Nodes in a Quantum Network. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3221–3224 (1997).

# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denjenigen bedanken, die mich beim Erstellen dieser Arbeit unterstützt haben. Von Betreuern und Kollegen der Arbeitsgruppe bis hinzu Familie und Freundin bin ich überaus erfreut über die großartige Unterstützung während meines gesamten Studiums.

Allen voran möchte ich meinem Betreuer Professor Rainer Blatt danken, der mir die Arbeit an diesem interessanten Thema ermöglicht hat. Außerdem bin ich überaus dankbar für seine geduldigen und genauen Korrekturen. Weiters möchte ich großen Dank gegenüber meinen zwei Betreuerinnen Tracy Northup und Birgit Brandstätter aussprechen. Neben den Korrekturen dieser Arbeit unterstützen sie mich stets in der lehrreichen und angenehmen Zusammenarbeit im letzten Jahr. Mein Dank richtet sich weiter an alle Mitglieder der CQED-Projektgruppe: Andreas Stute, Konstantin Friebe und Bernardo Casabone. Weiters war die gesamte Arbeitsgruppe stets eine große Hilfe bei allen Anliegen während meiner Zeit als Masterstudent. Aber auch bei den nicht wissenschaftlichen Mitarbeitern des Sekretariats, des Elektroniklabors und der Werkstatt möchte ich mich bedanken.

Besonderer Dank gilt meiner Freundin Klara, die mir täglich zur Seite stand und an jedem einzelnen Tag eine große Stütze war. Zuletzt danke ich meinen Eltern für die finanzielle und mentale Unterstützung. Sie haben mir stets geholfen, meine Pläne zu verwirklichen und legten so den Grundstein für ein erfolgreiches Studium.

Danke!