Formung von Laserlichtimpulsen für die Quanteninformationsverarbeitung mit $\rm ^{40}Ca^+$

Diplomarbeit von Stephan Quint

Institut für Physik Johannes Gutenberg-Universität Mainz

Mainz, im Mai 2011

Diese Arbeit wurde betreut von:

Prof. R. Blatt (Universität Innsbruck) und Prof. J. Walz (Universität Mainz)

Die Durchführung der Arbeit erfolgte an der

Universität Innsbruck Institut für Experimentalphysik Technikerstraße 25 6020 Innsbruck Austria http://quantumoptics.at Für meine Eltern.

Abstract

This work reports on the the use of an electro-optical amplitude modulator (EOM) to shape laser pulses for quantum information experiments with $^{40}Ca^+$. In contrast to standard methods, using acousto-optical modulators, EOMs promise a better thermal behavior resulting in a better intensity stability and a more precise reproducibility of the applied pulses. Furthermore, faster response times and faster transient oscillations enable switching speeds up to the GHz regime.

After a theoretical description of the used device, its characteristics will be presented as well as the complete control system. The need of complex electronic control is due to the compensation for drifts of the modulator and the stabilization of the light intensity. The successful implementation of the EOM pulse shaper and a higher stability of the pulsed light intensity is proved by a Ramsey contrast experiment.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird beschrieben, wie Laserlichtimpulse mit Hilfe eines elektro-optischen Amplitudenmodulators (EOM) zur Quanteninformationsverarbeitung mit 40 Ca⁺ geformt werden können. Im Gegensatz zur weit verbreitenden Methode, akusto-optische Modulatoren zu diesem Zweck zu nutzen, weisen Modulatoren auf elektro-optischer Basis bessere thermische Eigenschaften auf. Dies äußert sich sich sowohl in einer erhöhten Stabilität der Lichtintensität, als auch einer genaueren Reproduzierbarkeit von Lichtimpulsen. Durch schnelleres Ansprechen und vor allem durch schnellere Einschwingvorgänge lassen sich Schaltgeschwindigkeiten bis in den GHz-Bereich realisieren.

Nach einer theoretischen Einführung werden zunächst die Charakteristika des Modulators vorgestellt. Anschließend wird die vollständige Steuerung des EOM beschrieben, die vor allem zur Kompensation von Drifts und zur Intensitätsstabilisierung von Lichtimpulsen notwendig ist. Die verbesserte Intensitätsstabilität des Lichts, die durch dieses System erreicht wird, wird abschließend durch ein Ramsey-Kontrast-Experiment belegt. Das Ergebnis dieses Experiments wird dann mit dem Resultat vor der Implementierung verglichen.

Inhaltsverzeichnis

1.	inleitung 1				
2.	Quanteninformationsverarbeitung 2.1. Qubits und paralleles Rechnen 2.2. Quantengatter 2.3. Quantenalgorithmen 2.4. Herausforderungen	3 3 4 6 7			
3.	Quanteninformationsverarbeitung mit lonen 3.1. Term-Schema von ⁴⁰ Ca ⁺ 3.2. Die lineare Paul-Falle 3.3. Licht-Materie Wechselwirkung 3.3.1. Dynamik des freien Atoms 3.3.2. AC-Stark Effekt 3.3.3. Optische Bloch-Gleichungen und Bloch-Vektor 3.3.4. Licht-Ion Wechselwirkung des gefangenen Ions 3.4. Kühlmechanismen 3.4.1. Doppler-Kühlen 3.4.2. Seitenbandkühlen	8 9 11 11 16 17 19 22 23 23 23			
4.	Der elektro-optische Amplitudenmodulator 4.1. Funktionsprinzip 4.2. Der elektro-optische Effekt 4.3. Technische Realisierung des EOM 4.4. Charakteristika	27 27 29 31 32			
5.	Experiment 5.1. Versuchsaufbau 5.2. Elektronische Ansteuerung 5.2.1. ADwin System 5.2.2. Kalibrierung des EOM 5.2.3. Intensitätsstabilisierung 5.2.4. Implementierung der EOM-Steuerung im Experiment 5.2.5. Schema des Gesamtaufbaus 5.3. Charakterisierung der Photodiode	39 39 44 45 48 54 59 63 64			
6.	Versuchsdurchführung und experimentelle Ergebnisse 6.1. Ramsey-Experiment 6.2. Bestimmung der Kohärenzzeit mittels Ramsey-Kontrast-Experiment 6.3. Ramsey-Experiment mit AC-Stark Pulsen 6.3.1. Statistisches Rauschen 6.4. Versuchsdurchführung und Ergebnisse	67 69 72 74 74			

7.	Zusammenfassung und Ausblick	78
Α.	Digitaler FIR-Filter	79
В.	Digitaler PI-Regler	80
C.	Treiberelektronik EOM	82

1. Einleitung

Die ersten Ideen zur Quanteninformationsverarbeitung (QIV) reichen zurück in die 80er Jahre des letzten Jahrhunderts und stammen ursprünglich von Physikern wie R. Feynman [1, 2], E. Fredkin und T. Toffoli [3]. Ihre Pioniergedanken bestanden darin, Quantensysteme mit Hilfe anderer Quantensysteme zu simulieren. Hingegen scheint es mit klassischen Computern schier unmöglich, die Freiheitsgrade großer Quantensysteme in einer akzeptablen Zeit zu berechnen. Eine Begründung dafür ist die Komplexität solcher Systeme, die exponentiell mit der Anzahl an Quanten wächst. Wäre es allerdings möglich, einen Computer zu realisieren, der quantenmechanische Eigenschaften zur Informationsverarbeitung nutzt, könnte theoretisch eine Prozesszeit erreicht werden, die linear mit dem zu simulierenden System skaliert. Dieser Geschwindigkeitszuwachs ist auf das hohe Maß an Parallelität zurückzuführen, mit der Daten verarbeitet werden und macht sich nicht nur bei der Quantensimulation bemerkbar. Beispielsweise profitieren bestimmte mathematische Algorithmen von einer parallelen Prozessausführung und könnten durch diese Technik beschleunigt ausgeführt werden.

'Quantencomputing', Rechnen mit Hilfe von Quanten, stellt vor diesem Hintergrund ein attraktives Gebiet der Forschung dar. Im Rahmen der QIV konnte sich außerdem die Quantenkryptographie als wichtige Disziplin etablieren. Sie beschäftigt sich mit der Erzeugung und Übertragung geheimer Schlüssel, die zur Dekodierung chiffrierter Nachrichten dienen. Zur Übermittlung des Schlüssels werden dabei Quanten (z.B. Photonen) verwendet, die einen absolut sicheren Transfer von Information ermöglichen. Dies ist auf die Tatsache zurückzuführen, dass Quantenzustände durch einmaliges Auslesen zerstört werden und nicht wiederhergestellt werden können. Auf diese Weise wird sichergestellt, dass nur solche Empfänger einen gültigen Schlüssel erhalten, für die er bestimmt ist [4, 5].

Diese vielversprechenden Ansätze wurden in den letzen Jahren intensiv erforscht und erfreuen sich nachhaltigem Interesse. Die Realisierung, insbesondere die Wahl geeigneter Quantensysteme, spielt dabei eine wichtige Rolle und stellt zur Zeit eine der größten Herausforderungen dar. Nur wenige Techniken konnten bislang eine gewisse Kontinuität in ihrer Entwicklung zeigen.

Im Bereich des Quantenrechnens wurden die größten Erfolge immer wieder mit gefangenen Ionen erzielt, da sie ein vergleichsweise robustes und gut zu manipulierendes Quantensystem darstellen. Meilensteine der Forschung reichen von der Verschränkung einzelner Teilchen über die Implementierung von Gattern bis hin zur Realisierung erster Algorithmen. Der Deutsch-Josza Algorithmus beispielsweise, der als einer der einfachsten Algorithmen die Leistungsfähigkeit eines Quantencomputers demonstriert, konnte mit Ionen zum ersten Mal im Jahr 2003 verwirklicht werden [6]. Der prominenteste Algorithmus hingegen ist der Shor-Algorithmus [7]. Er verspricht, eine Primfaktorzerlegung in exponentiell kürzerer Zeit durchzuführen, als es mit einem klassischen Computer möglich ist. Seine Realisierung gilt als größtes Ziel auf dem Gebiet der QIV, da sich durch ihn ein effektiver Weg zur Entschlüsselung geheimer Nachrichten (RSA-Verfahren) ergibt.

Zur Realisierung von Quantengattern mit den elektronischen Zuständen von ionisiertem Kalzium, müssen Lichtimpulse gewisser Intensität, Dauer, Frequenz und Phase auf die Ionen angewandt werden. Es ist daher notwendig, das Licht in seinen Parametern genau kontrollieren zu können. Dies geschieht meistens mit akusto-optischen Modulatoren (AOM), die jedoch eine große thermische Drift aufweisen und verglichen zu elektro-optischen Modulatoren relativ langsam sind. Ein Grund dafür ist, dass AOMs Schallwellen zur Lichtmodulation verwenden, während elektrooptische Modulatoren ein veränderliches elektrisches Feld ausnutzen und somit Bandbreiten bis weit in den GHz Bereich erreichen.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Charakterisierung, Ansteuerung und der Implementierung eines optischen Amplitudenmodulators auf der Basis des elektro-optischen Effektes (EOM). Durch den Einsatz eines solchen Modulators erhofft man sich vor allem für gepulstes Licht eine höhere Stabilität der Intensität zu erreichen, als es mit akusto-optischen Modulatoren möglich ist. Außerdem kann eine aktive Intensitätsstabilisierung von gepulstem Lichts durch den EOM erfolgen. Die Entwicklung und Umsetzung aller Maßnahmen, die dazu notwendig sind, stellen einen großen Teil dieser Arbeit dar und werden eingehend beschrieben.

Zu Beginn der Arbeit werden einige Grundlagen der QIV diskutiert. Dazu werden verschiedene Begriffe eingeführt, die auf diesem Gebiet gebräuchlich sind. Weiterhin werden die grundlegenden Ideen hinter dieser Technik vorgestellt. Im zweiten Kapitel wird erklärt, wie Ionen zur QIV verwendet werden können. Dabei wird zunächst auf die Technik der Ionenfalle und die atomare Struktur von ⁴⁰Ca⁺ eingegangen. Anhand des Termschemas von Kalzium wird dann gezeigt, wie atomare Übergänge durch Wechselwirkung mit Licht zur QIV verwendet werden können. Im Anschluss wird die Theorie dieser Wechselwirkung ausführlich diskutiert und erklärt, wie Gatteroperationen an und zwischen gefangenen Ionen ausgeführt werden können. In Kapitel drei wird auf die Funktionsweise des EOM eingegangen, bevor eine eingehende Charakterisierung des Gerätes erfolgt. Die genaue Kenntnis über das Verhalten des Modulators spielt eine wichtige Rolle, um sowohl die Stabilisierung des Modulators, als auch des Lichtes vornehmen zu können. Diese Maßnahmen werden in Kapitel vier erläutert und beschäftigen sich hauptsächlich mit der periodischen Kalibrierung des EOM und der Intensitätsstabilisierung des Lichts im gepulsten Betrieb. Dazu wird die Entwicklung eines Systems beschrieben, das mit Hilfe eines digitalen Signalprozessors und eines Lock-In Verstärkers dazu in der Lage ist, alle notwendigen Stabilisierungsmaßnahmen autark, d.h. unabhängig von der Experimentsteuerung, auszuführen. Im letzten Kapitel wird eine Versuchsreihe vorgestellt, die direkt an einem Ion durchgeführt wurde und die verbesserte Stabilität der Lichtintensität belegt.

2. Quanteninformationsverarbeitung

In diesem Kapitel werden die gängigsten Begriffe erläutert, die im Zusammenhang mit der QIV stehen und erklärt, wie ein Quantensystem als Basis für Rechenoperationen genutzt werden kann.

2.1. Qubits und paralleles Rechnen

Die kleinste Informationseinheit klassischer, digitaler Computer ist das Bit und kann, als Basiseinheit des dualen Zahlensystems, einen der Werte 0 oder 1 annehmen. Werden viele Bits aneinandergereiht, so spricht man von einem Register, mit dem sich ein gewisser Zahlenbereich binär darstellen lässt. Für eine Registerlänge von acht Bit sind beispielsweise die Zahlen 0 bis 255 darstellbar und man spricht von einem Byte.

Für ein Quantensystem lassen sich ebenfalls logische Zustände definieren. Die Polarisation von Photonen ($|H\rangle$, $|V\rangle$), der Spin von Atomkernen ($|\downarrow\rangle$, $|\uparrow\rangle$) und verschiedene atomare Energieniveaus ($|0\rangle$, $|1\rangle$) sind nur wenige Beispiele geeigneter Repräsentationen. Der Zustand quantenmechanischer Objekte ist jedoch nicht auf Eigenzustände in der jeweiligen Darstellung beschränkt. Vielmehr ist eine Überlagerung (Superposition) zwischen Basiszuständen möglich. Mit anderen Worten kann sich ein quantenmechanisches System mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit im logischen Zustand 0 und mit der komplementären Wahrscheinlichkeit im Zustand 1 befinden. Übertragen auf die elektronischen Niveaus von Ionen, lassen sich diese Wahrscheinlichkeiten als Amplituden der energetischen Eigenzustände $|0\rangle$ und $|1\rangle$ interpretieren. Ein allgemeiner Überlagerungszustand $|\Psi\rangle$ lässt sich daher beschreiben als

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle. \tag{2.1}$$

Die Koeffizienten α und β müssen stets so gewählt werden, dass sie die Normierungsbedingung

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad , \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C}$$

$$(2.2)$$

erfüllen. Eine alternative Darstellungsweise gelingt durch die Einführung zweier Winkel, die den Freiheitsgrad des Zustands repräsentieren. Der Mischwinkel θ gibt dabei die Überlagerung zwischen $|0\rangle$ und $|1\rangle$ an, während der Winkel ϕ als relative Phase zwischen beiden Zuständen angesehen werden kann.

$$|\psi\rangle = e^{i\gamma} \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{-i\phi}|1\rangle\right)$$
(2.3)

Die Einführung einer globalen Phase γ genügt der Forderung nach Normiertheit, ist jedoch experimentell nicht zu beobachten. Daher wird der Ausdruck im Folgenden vernachlässigt.

In Anlehnung an den klassischen Computer bezeichnet man einen logischen Zustand, der durch ein quantenmechanisches System verkörpert wird, als Qubit. Eine Möglichkeit der Visualisierung ist durch die Blochkugel (Abb. 2.1) gegeben, die ursprünglich zur Darstellung von Spin-1/2-Teilchen diente. Die Äquivalenz von Spin-1/2-Teilchen und Zwei-Niveau-Systemen wird in [8] gezeigt.



Abb. 2.1: Die Blochkugel bietet eine abstrakte Möglichkeit zur Visualisierung eines Zwei-Niveau-Systems, da ihre Sphäre alle möglichen Zustände des Systems beinhaltet. Der Blochvektor (blau) beschreibt einen dieser Zustände und wird durch den Mischwinkel θ und den Phasenwinkel ϕ definiert.

Die gesteigerte Rechenleistung, die mit der Wahl dieser Architektur einhergeht, kommt vor allem dann zur Geltung, wenn man ein Kette aus vielen Qubits zu einem Gesamtzustand verschränkt, d.h. in eine feste Korrelation ihrer Quantenzustände bringt (siehe Kap. 3.5). Für Register, bestehend aus zwei Qubits im Zustand $|\psi\rangle_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle)$, kann beispielsweise ein Zustand geschaffen werden, der vier Zahlen gleichzeitig enthält.

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2} \left(\underbrace{|00\rangle}_{0} + \underbrace{|01\rangle}_{1} + \underbrace{|10\rangle}_{2} + \underbrace{|11\rangle}_{3} \right)$$
(2.4)

In der Tat skaliert die Anzahl der Zustände in einem System aus N Qubits mit 2^{N} und beschreibt den Hilbertraum der Zustände \mathcal{H}^{2N} .

$$\mathcal{H}^{2N} = \underbrace{\mathcal{H}^2 \otimes \mathcal{H}^2 \otimes \cdots \mathcal{H}^2}_{N}$$
(2.5)

Eine geeignete mathematische Operation auf ein solches Quantenregister wirkt sich auf alle beteiligten Zahlen aus und stellt eine effektive Art dar, parallel zu rechnen. Im sogenannten Schaltungsmodell (*engl. circuit model*) geschieht die Implementierung komplexer Operationen wie beim klassischen Computer durch eine zeitliche Abfolge bestimmter Gatter, deren technische Realisierung vom jeweiligen System abhängt.

2.2. Quantengatter

Quantengatter bieten die Möglichkeit, Quanten zu verschränken und bilden zusätzlich die Grundlage der Arithmetik auf Quantensystemen. Die Realisierung eines beliebigen Quantenalgorithmus bedarf - analog zur klassischen Computertheorie - eines universellen Satzes an Quantengattern [9]. Aus klassischer Sicht genügen hierzu ein Invertierer (NOT) als Ein-Bit Operation und ein NAND als Zwei-Bit Operation, um eine beliebige logische Verknüpfung zu erzeugen. In der QIV hat sich gezeigt, dass eine Rotation als Ein-Qubit-Operation (Rotation des Blochvektors um eine beliebige Achse) und ein kontrolliertes NOT-Gatter (CNOT) als Zwei-Qubit Operation einen universellen Satz an Gattern repräsentieren [10]. Das CNOT-Gatter hat die Funktion, ein Qubit in Abhängigkeit eines zweiten zu invertieren und ist darüber hinaus in der Lage, zwei Qubits miteinander zu verschränken.

Die Menge der Zahlen, die durch ein Quantenregister bestimmter Länge beschrieben wird, sind orthogonale Eigenzustände dieses Systems und können als Basisvektoren eines Zustandsraumes aufgefasst werden. Quantengatter stellen Abbildungen zwischen solchen Zuständen (Qubits) dar und sind im mathematischen Sinn von der Gestalt einer (unitären) Matrix. Die Größe bzw. Dimension einer Gatteroperation in Matrixform hängt von der Anzahl N beteiligter Qubits ab und skaliert mit 2^N . Da das CNOT-Gatter eine Operation zwischen zwei Qubits ausführt, wird es durch eine Matrix der Dimension vier repräsentiert (Abb. 2.2).

	(1) (01,10,00)		
		Eingang	Ausgang
$ 00\rangle$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & \end{pmatrix}$	$ 00\rangle$	$ 00\rangle$
$ 01\rangle$	0 1 0 0	$ 01\rangle$	$ 01\rangle$
$ 10\rangle$		$ 10\rangle$	$ 11\rangle$
$ 11\rangle$	$(0 \ 0 \ 1 \ 0)$	$ 11\rangle$	$ 10\rangle$

Abb. 2.2: CNOT in Matrixform und als Wahrheitstabelle

Neben der mathematischen Form als Matrix, hat sich für Quantengatter aus Gründen der Überschaubarkeit eine Kurzschreibweise in Form von Flussdiagrammen eingebürgert. Durch diese Notation können längere Quantenalgorithmen in einer übersichtlichen Form grafisch dargestellt werden. Ein Algorithmus verläuft in der Regel von von links (Anfangszustände) nach rechts (Endzustände), kann jedoch aufgrund der Unitarität auch den umgekehrten Weg nehmen (Abb. 2.3). In der gleichen Abbildung sind das Z-Phasengatter (\hat{Z}) und das Hadamard-Gatter (\hat{H}) als Qubit-Rotationen dargestellt, die hier jedoch nicht näher erläutert werden (siehe [11]). Das CNOT-Gatter steht stellvertretend für ein abhängiges Zwei-Qubit-Gatter.



Abb. 2.3: links: Z-Phasengatter und Hadamard-Gatter als Ein-Qubit-Rotationen rechts: CNOT-Gatter als Zwei-Qubit-Gatter

2.3. Quantenalgorithmen

Verglichen mit dem klassischen Computer, bei dem die Funktionswerte diskreter Eingangszustände seriell berechnet werden, kann ein Quantencomputer (QC) eine Überlagerung vieler Eingangszustände gleichzeitig verarbeiten. Diese Parallelität verschafft dem QC einen immensen Vorteil gegenüber einem klassischen Computer. Es ist jedoch zu berücksichtigen, dass die Messung des Endzustandes einer Rechnung (Ausgangsregister) die Wellenfunktion aller Ergebnisse kollabieren lässt und somit nur ein mögliches Ergebnis liefert. Um die volle Information aus dem Ausgangsregister ziehen zu können, sind daher mehrere Durchläufe eines Algorithmus notwendig, bis sich gewisse Häufigkeitsverteilungen um mögliche Ergebnisse ergeben. Aus statistischen Gründen sollte die Anzahl der möglichen Endzustände verhältnismäßig klein sein, um den Vorteil des QC gegenüber dem klassischen Computer nicht einzubüßen. Dies macht deutlich, dass es bei der QIV konzeptionell um die Lösung spezieller Probleme geht, wie im Folgenden verdeutlicht wird.

Oftmals ist es so, dass eine lokale Eigenschaft einer Funktion, z.B. der Funktionswert an einer bestimmten Stelle, weniger von Interesse ist, als vielmehr die globalen Eigenschaften. Für ein sinusförmiges Signal beispielsweise würde man zu den globalen Eigenschaften die Frequenz und die Phase des Signals zählen. Solche globalen Parameter beschränken sich bei periodischen Signalen meistens auf einige wenige und können durch geeignete Transformationen, wie die Fourier-Transformation, ermittelt werden. Eine Parallelisierung der Rechenschritte, die bei derartigen Transformationen ausgeführt werden, hätte eine große Geschwindigkeitssteigerung zur Folge. Mit der Quanten-Fourier-Transformation (QFT), als Gegenstück zur klassischen Variante, könnte der Quantencomputer so seine volle Leistung entfalten.

Damit die Vorzüge des parallelen Rechnens nicht im Keim erstickt werden, muss man darauf achten, dass während einer logischen Abfolge von Operationen keine Informationen verloren gehen, wie es bei den meisten klassischen Gattern der Fall ist. Für ein klassisches Gatter mit beispielsweise zwei Eingängen und einem Ausgang ist es trotz der Kenntnis des Ausgangszustandes oft nicht möglich, eine Aussage über die ursprünglichen Eingangszustände zu treffen. Für den QC käme ein solcher Informationsverlust einer Messung gleich und würde seine Überlegenheit gegenüber einem klassischen Rechner einschränken, wenn nicht sogar aufheben. Aus diesem Grund müssen alle Informationen eines Eingangszustandes über den gesamten Algorithmus hinweg redundant mitgeführt werden. Dies gelingt durch den Einsatz von unitären Gatteroperationen.

Zur vollständigen Charakterisierung eines Endzustandes oder einer Quantenoperation muss eine Messung mehrmals wiederholt werden, da jede Einzelmessung nur auf bestimmte Basiszustände projiziert und zudem wahrscheinlichkeitsbehaftet ist. Die Anzahl solcher Messzyklen liegt typischerweise zwischen 100 und 200 und führt zu einer Häufigkeitsverteilung um das tatsächliche Ergebnis.

2.4. Herausforderungen

Damit ein Quantencomputer in die Realität umgesetzt werden kann, muss er gewissen Anforderungen genügen, die von D. P. DiVincenzo [12] aufgestellt wurden.

- Man benötigt ein skalierbares System mit wohldefinierten Qubits.
- Qubits müssen initialisiert werden können.
- Die Dekohärenzzeiten des Systems müssen länger sein, als die Dauer der Gatteroperationen.
- Man muss über einen universellen Satz an Quantengatter verfügen.
- Es muss eine Möglichkeit zur Messung der Qubits geben.

Zu diesen Grundbedingungen kommen zur Vernetzung von Quantencomputern folgende Voraussetzungen hinzu:

- Stationäre Qubits müssen in 'fliegende' Qubits umgewandelt werden können und umgekehrt.
- Ein Austausch 'fliegender' Qubits zwischen zwei Orten muss möglich sein.

Gefangene Ionen haben sich in im Wettbewerb mit anderen Ansätzen besonders darin bewährt, obige Kriterien zu erfüllen. Dies ist hauptsächlich auf die Technologie der Ionenfallen zurückzuführen, die Ionen zuverlässig von der Umgebung isolieren und Quantenzustände vergleichbar lange konservieren. Die Skalierbarkeit stellt jedoch bislang für alle erprobten Systeme eine große Hürde dar, sodass sich die aktuelle Forschung hauptsächlich auf diesen Gesichtspunkt konzentriert. Für Ionenfallen bedeutet dies vor allem eine Weiterentwicklung in Richtung linearer, segmentierter Fallen und zweidimensionaler Oberflächenfallen, die es ermöglichen sollen, Ketten von Ionen verfahren, trennen und gezielt manipulieren zu können.

Die Möglichkeit zur Skalierung ist jedoch nicht die einzige Herausforderung, die es zu bewältigen gilt. Eine Ausdehnung von Quantenalgorithmen auf eine große Anzahl an Qubits bedarf einer wachsenden Zahl an Gatteroperationen. Da Systeme wie Qubits zwangsläufig fehleranfälliger sind als klassische Bits, ist es daher unumgänglich, die Weiterentwicklung der vorhandenen peripheren Technik zur Kontrolle und Manipulation der Ionen voranzutreiben. Nur so können immer längere Kohärenzzeiten mit Ionen erreicht werden.

3. Quanteninformationsverarbeitung mit lonen

In diesem Kapitel wird erläutert, wie gefangene Ionen (⁴⁰Ca⁺) zur QIV genutzt werden können. Mit dem Ziel Quantengatter zu implementieren, ist es zunächst notwendig, die Handwerkzeuge und Techniken kennenzulernen, die es ermöglichen, Ionen gezielt zu präparieren und zu manipulieren. Die Paulsche Ionenfalle spielt dabei eine zentrale Rolle. Sie bietet ein effektives harmonisches Fallenpotential, wodurch viele Sachverhalte der Atom-Licht-Wechselwirkung analytisch gelöst werden können. Zudem bietet ihre Geometrie einen guten Zugang für Laser. Im Anschluss daran werden die Grundlagen zum Verständnis der Licht-Materie-Wechselwirkung im Rahmen der freien Licht-Atom-Wechselwirkung hergeleitet. In diesem Zusammenhang wird das Bloch-Bild eingeführt, das eine Möglichkeit bietet, diese Wechselwirkung (WW) anschaulich darzustellen. Unter Berücksichtigung des Fallenpotentials, werden dann alle Wechselwirkungsmechanismen des gefangenen Ions hergeleitet. Vor allem zur Erklärung der Kühlprozesse und der gezielten Ionen-Manipulation, wird so ein fundierter theoretischer Unterbau geschaffen. Die Interaktion zwischen den Ionen spielt eine wichtige Rolle für den Informationsaustausch und ist die Voraussetzung für konditionierte Gatteroperationen. Eine anschauliche Erklärung wird am Ende des Kapitels anhand des Mølmer-Sørensen-Gatters gegeben, das einen wichtigen Bestandteil am Satz verfügbarer Gatteroperationen ausmacht.

3.1. Term-Schema von ${}^{40}Ca^+$

Ionisiertes Kalzium nimmt als Element der zweiten Hauptgruppe eine wasserstoffähnliche Gestalt an. In seiner äußeren Schale befindet sich ein freies Elektron, dem mehrere energetische Übergänge zu Verfügung stehen, die zur QIV genutzt werden können. Als Qubit-Niveaus bieten sich generell Übergänge an, die eine lange Kohärenzzeit, d.h. Lebensdauer des angeregten Zustandes, aufweisen, was nach den DiVincenzo-Kriterien ein wichtiger Ausgangspunkt zur Realisierung von Quantengattern ist. Vor diesem Hintergrund stellt ein Quadrupol-Übergang eine gute Wahl dar, wie er in ⁴⁰Ca⁺ zu finden ist. Wie man aus [13–15] entnehmen kann, wird der $4^2S_{1/2} \leftrightarrow 3^2D_{5/2}$ -Übergang (Lebensdauer $\tau \approx 1s$) aus verschiedenen Gründen bevorzugt gewählt. Speziell wird der Übergang zwischen den magnetisch aufgespaltenen Unterniveaus $m_j^S = -1/2 \leftrightarrow m_j^D = -1/2$ als Qubit-Übergang genutzt, da Magnetfeldschwankungen für diesen Übergang den kleinsten differentiellen Zeeman-Effekt hervorrufen. Die Wahl der logischen Zuständen $|0\rangle$ und $|1\rangle$ für einen solchen Übergang unterliegt keiner Konvention und kann frei bestimmt werden.

Neben den langlebigen S \leftrightarrow D Übergängen hält Kalzium vor allem Dipolübergänge bereit. Diese befinden sich zwischen den S-P- und S-D-Niveaus. Die Lebensdauern dieser erlaubten Übergänge betragen typischerweise einige Nanosekunden und sind verglichen mit den Quadrupolübergängen spektral sehr breit (Linienbreite $\Gamma = \frac{1}{\tau}$). Der $4^2S_{1/2} \leftrightarrow 4^2P_{1/2}$ -Übergang spielt eine besondere Rolle, da ihm zwei wichtige Aufgaben zuteil werden. Zum einen wird er zur Laserkühlung (Dopplerkühlung, Kap. 3.4.1) des Ions auf niedrige Vibrationsquantenzahlen genutzt, zum anderen bietet er die Möglichkeit zur projektiven Messung des Ions (*engl. electron shelving*). Bei einer projektiven Messung kann durch Einstrahlen von resonantem Licht (397nm) der interne Zustand des Ions über dessen Fluoreszenz festgestellt werden. Leuchtet das Ion, befindet es sich im Grundzustand, ansonsten im angeregten D-Zustand. Für den Fall einer Superposition aus Grund- und angeregtem Zustand, wird das Ion durch die Messung auf einen der Basiszu-



Abb. 3.1: Niveauschema von 40Ca⁺ (entnommen aus [13]).

stände festgelegt. Vor allem beim Kühlen (Kap. 3.4) und beim projektiven Messen ist es nicht zu vernachlässigen, dass das Elektron ungewollt in den $3^2D_{3/2}$ Zustand zerfällt und somit die Streuung von Licht verhindert. Dies würde zu einer sofortigen Unterbrechung des Kühlprozesses führen oder ein Messergebnis verfälschen. Aus diesem Grund wird das $3^2D_{3/2}$ -Niveau dauerhaft entvölkert, indem bei beiden Prozessen Licht bei 866nm eingestrahlt wird (*engl. repumping*). Darüber hinaus werden Laser bei 854nm und 850nm dazu verwendet, Ionen, die sich in den metastabilen Zuständen $3^2D_{3/2}$ und $3^2D_{5/2}$ aufhalten, schnell in den Grundzustand zu überführen. Zudem wird ein σ^- -polarisierter Laser bei 397nm dazu genutzt, optisch aus dem Zustand $4^2S_{1/2}, m_j = +1/2$ in den Zustand $m_j = -1/2$ zu pumpen. Der Quantenzustand des Ions kann dadurch in den Qubitzustand $|1\rangle$ (oftmals so festgelegt) gebracht werden, wodurch die Forderung nach einer Initialisierungsmöglichkeit (DiVincenzo) erfüllt wird.

3.2. Die lineare Paul-Falle

In der Regel werden Ionen in linearen Radiofrequenzfallen gefangen, um sie effektiv gegenüber ihrer Umwelt zu isolieren. Solche Fallen haben den Vorteil, dass sie aufgrund ihrer Geometrie für Licht gut zugänglich sind und es zudem möglich ist, Ketten von Ionen zu fangen (Abb. 3.2). Nach ihrem Erfinder werden diese Fallen als Paul-Fallen bezeichnet und im Folgenden kurz erklärt.

Durch die Anordnung und Gestalt der Fallenelektroden können sowohl in radialer, als auch in longitudinaler Richtung elektrische Potentiale erzeugt werden, die in erster Näherung harmonisch sind.

$$\Phi(x, y, z) = \alpha_x x^2 + \alpha_y y^2 + \alpha_z z^2 \tag{3.1}$$

Mit $\vec{F} = -\vec{\nabla}\Phi$ wächst die Kraft auf ein gefangenes Ion linear mit der Auslenkung des Ions aus

dem Fallenmittelpunkt. Während sich durch die Kenntnis aller wirkenden Kräfte die Bewegungsgleichungen der Ionen ergeben, muss gleichzeitig die Laplace-Gleichung $\Delta \Phi = 0$ gelten:

$$\Delta \Phi = \alpha_x + \alpha_y + \alpha_z = 0. \tag{3.2}$$

Eine Lösung dieser Gleichung ist nur dann möglich, wenn mindestens einer der Koeffizienten negativ, d.h. für ein positiv geladenes Ion repulsiv ist. Um dennoch einen dreidimensionalen Einschluss von Ionen zu gewährleisten, macht man sich die Trägheit ihrer Masse zunutze und stabilisiert ihre Position dynamisch. In radialer Richtung wählt man dazu ein alternierendes Potential (typischerweise 10-30MHz), während der longitudinale Einschluss durch ein konstantes Feld erfolgt. Letzteres geht von zwei Endkappen aus und ist in der Fallenmitte näherungsweise harmonisch. Typische Spannungen an diesen Endkappen reichen bis zu 800V, die typische axiale Fallen-Frequenz liegt bei 1MHz.

Die exakte Beschreibung der Bewegung eines Teilchen in einem dreidimensionalen harmonischen Potential erfolgt durch die Mathieuschen Differentialgleichungen, zu deren Lösung gewisse geometrische Stabilitätskriterien erforderlich sind. Ausführliche Details zum Bau und Betrieb der verwendeten Falle sind in [6] und [16] gegeben.



Abb. 3.2: Lineare Paulfalle

Für Bewegungsenergien der Ionen, die nahe dem Grundzustand liegen, können sich je nach Anzahl der Ionen verschiedene Schwingungsmoden ausbilden. Neben der harmonischen Grundschwingung, die auch als Schwerpunkts-Schwingung bezeichnet wird (*engl. center of mass mode*, *COM*), kann ab zwei Ionen eine gegenphasige Schwingung der Ionen auftreten (*engl. breathing mode*). Für eine höhere Anzahl an Ionen wachsen die Freiheitsgrade der Bewegung, sodass es zu allen möglichen Kombinationen aus gekoppelten Schwingungszuständen kommen kann. Wichtig ist, dass jede Schwingungsform eine eigene quantisierte Potentialleiter besitzt, die zur QIV herangezogen werden kann.

3.3. Licht-Materie Wechselwirkung

3.3.1. Dynamik des freien Atoms

Zur schrittweisen Beschreibung der Licht-Materie-Wechselwirkung ist es zunächst sinnvoll, die Interaktion eines Lichtfeldes mit einem freien, d.h. nicht gefangenen Atom zu betrachten. Hierzu werden vereinfachende Annahmen getroffen, um die Herleitung einfach zu halten. Neben der Betrachtung des Atoms als reines Zwei-Niveau-System, wird das Lichtfeld als ortsunabhängige Größe betrachtet (Dipol-Näherung) und der spontane Zerfall des angeregten Atoms vernachlässigt. Da der spontane Zerfall nach DiVincenzo für die Zeit der Gatteroperationen keine Rolle spielen darf, ist insbesondere die letzte Annahme gerechtfertigt. Folgende Abhandlung orientiert sich stark an [17] und [18].



Abb. 3.3: Schema der freien Licht-Atom Wechselwirkung

Die Gesamtenergie eines Systems aus Atom und Licht setzt sich zusammen aus der Anregung der Elektronenhülle $\hat{H}^{(e)}$ und der Energie der Wechselwirkung $\hat{H}^{(i)}$:

$$\hat{H} = \hat{H}^{(e)} + \hat{H}^{(i)}.$$
(3.3)

Beide Anteile werden gesondert betrachtet und durch Festlegung eines geeigneten Energie-Nullpunktes in eine einfache Gestalt überführt.

Hamilton-Operator des elektronischen Übergangs:

 $\hat{H}^{(e)}$ wird so gewählt, dass der Energie-Nullpunkt zwischen dem Grundzustand $|g\rangle$ und dem angeregten Zustand $|e\rangle$ liegt (Abb. 3.4).



Abb. 3.4: Wahl des Energie-Nullpunktes im Zwei-Niveau-System

Dazu wird der durch $\hat{H}'^{(e)}$ beschriebene Anteil absoluter Energie (~ $(|e\rangle\langle e| + |g\rangle\langle g|)$, s. u.) für die weitere Rechnung nicht weiter beachtet.

$$\hat{H}^{\prime(e)} = \hbar \left(\omega_g | g \rangle \langle g | + \omega_e | e \rangle \langle e | \right)$$
(3.4)

$$= \frac{\hbar (\omega_e - \omega_g)}{2} \underbrace{(|e\rangle\langle e| + |g\rangle\langle g|)}_{\mathbb{1}_2} + \frac{\hbar (\omega_e - \omega_g)}{2} \underbrace{(|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|)}_{\sigma_z}$$
(3.5)

Ferner können die Zustände $|g\rangle$ und $|e\rangle$ so definiert werden, dass gilt:

$$|g\rangle = \begin{pmatrix} 0\\1 \end{pmatrix}$$
, $|e\rangle = \begin{pmatrix} 1\\0 \end{pmatrix}$ und $\sigma_{z} = \begin{pmatrix} 1&0\\0&-1 \end{pmatrix}$ (3.6)

Für $\omega_0 = \omega_e - \omega_g$ und $\Delta E = \hbar \omega_0 = \hbar (\omega_e - \omega_g)$ erhält man den Hamiltonoperator der inneren Anregung des Atoms mit

$$\hat{H}^{(e)} = \frac{\hbar\omega_0}{2}\sigma_z.$$
(3.7)

Hamilton-Operator der Wechselwirkung:

Die Interaktion des Lichts mit dem Atom lässt sich ausdrücken als Wechselwirkungsenergie zwischen dem Dipolmoment des Elektrons und dem äußeren Feld. Zur Vereinfachung nimmt man den optimalen Fall an, bei dem das Dipolmoment parallel zum Lichtfeld schwingt $(\vec{d} \parallel \vec{E})$. Zusätzlich geht man davon aus, dass das elektrische Feld am Ort des Atoms nur von der Zeit abhängt, da die Ausdehnung des Atoms (1Å) um einige Größenordnungen kleiner ist als die Wellenlänge des Lichts. Dieser vereinfachte Ansatz, auch als Dipolnäherung bekannt (siehe [19]), führt zu dem Hamiltonoperator der Wechselwirkung

$$\hat{H}^{(i)} = \vec{d}\vec{E}(t) = -e\hat{r}E(t).$$
(3.8)

Betrachtet man alle möglichen Kombinationen an Übergängen innerhalb des Zwei-Niveau-Systems, so liefert der Dipoloperator nur zwei mögliche Kopplungen

$$e\langle g|\hat{r}|g\rangle = e\langle e|\hat{r}|e\rangle = 0 \left(\int d^3x f_{\text{asymm.}} \times f_{\text{symm.}}\right)$$
 (3.9)

$$e\langle g|\hat{r}|e\rangle = e\langle e|\hat{r}|g\rangle^* = \mu_e \tag{3.10}$$

und lässt sich darstellen als

$$\hat{d} = \begin{pmatrix} 0 & \mu_e \\ \mu_e & 0 \end{pmatrix} = \mu_e \left(\underbrace{|e\rangle\langle g|}_{\sigma^+} + \underbrace{|g\rangle\langle e|}_{\sigma^-} \right).$$
(3.11)

Weiterhin lassen sich die Auf- und Absteigeoperatoren der elektronischen Niveaus unter Berücksichtigung von 3.6 definieren zu

$$\sigma^{+} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^{-} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$
(3.12)

Das Lichtfeld kann allgemein als zeitabhängige Cosinusfunktion ausgedrückt werden, die im Rahmen der Dipolnäherung den Hamiltonoperator der Wechselwirkung

$$H^{(i)} = \left(\sigma^{+} + \sigma^{-}\right) \frac{\hbar\Omega}{2} \left(e^{i\omega_{\rm L}t} + e^{-i\omega_{\rm L}t}\right)$$
(3.13)

vervollständigt. Die Kopplungsstärke, die an dieser Stelle mit $\Omega = \frac{\mu_e E_0}{\hbar}$ eingeführt wurde, ist von der Dimension s^{-1} und wird als Rabi-Frequenz bezeichnet. $\omega_{\rm L}$ hingegen ist die Frequenz des Lasers. Eine vereinfachte Darstellung von $H^{(i)}$ erreicht man durch die Transformation vom Schrödinger- ins Wechselwirkungsbild mit der Transformationsmatrix $\hat{U}(t) = e^{iH^{(e)}t/\hbar}$:

$$H^{\text{int}} = \hat{U}^{\dagger}(t)H^{(i)}\hat{U}(t)$$
(3.14)

$$= e^{iH^{(e)}t/\hbar}H^{(i)}e^{-iH^{(e)}t/\hbar}$$
(3.15)

$$= e^{\frac{i}{2}\omega_0 t\sigma_z} H^{(i)} e^{-\frac{i}{2}\omega_0 t\sigma_z}.$$
(3.16)

In Reihendarstellung gilt es folgenden Ausdruck zu vereinfachen:

$$\frac{\hbar\Omega}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{i\omega_0t}{2}\sigma_z\right)^n}{n!}\sigma^+\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{-i\omega_0t}{2}\sigma_z\right)^m}{m!}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{i\omega_0t}{2}\sigma_z\right)^n}{n!}\sigma^-\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{-i\omega_0t}{2}\sigma_z\right)^m}{m!}.$$
(3.17)

Dies gelingt unter Verwendung der Identitäten

$$\sigma_z^{2k} = \mathbb{1}_2, \ \sigma_z^{2k+1} = \sigma_z, \ \sigma^+ \sigma_z = -\sigma^+ \ \text{und} \ \sigma_z \sigma^+ = \sigma^+ \ (\mathbf{k} \in \mathbb{N})$$
(3.18)

und führt zu einer vereinfachten Transformation mit

$$H^{\text{int}} = \frac{\hbar\Omega}{2} \left(\sigma^+ e^{i\omega_0 t} + \sigma^- e^{-i\omega_0 t} \right) \left(e^{i\omega_{\text{L}}t} + e^{-i\omega_{\text{L}}t} \right)$$
(3.19)

$$= \frac{\hbar\Omega}{2} \left[\sigma^+ \left(e^{-i(\omega_{\rm L} - \omega_0)} + e^{i(\omega_0 + \omega_{\rm L})} \right) + \sigma^- \left(e^{i(\omega_{\rm L} - \omega_0)} + e^{-i(\omega_0 + \omega_{\rm L})} \right) \right].$$
(3.20)

Da der Laser für gewöhnlich nah-resonant zum atomaren Übergang betrieben wird, rotieren die Summenterme ~ ($\omega_{\rm L} + \omega_0$) mit der doppelten Frequenz des Übergangs und tragen kaum zur Kopplung bei. Infolge der Drehwellennäherung (*engl. rotating wave approximation*) können sie in der weiteren Diskussion vernachlässigt werden. So gelangt man zum endgültigen Hamiltonoperator im Wechselwirkungsbild.

$$H^{\text{int}} = \frac{\hbar\Omega}{2} \left(\sigma^+ e^{-i\Delta t} + \sigma^- e^{i\Delta t} \right)$$
(3.21)

Man bezeichnet $\Delta = \omega_L - \omega_0$ als Verstimmung des Lasers gegenüber der Resonanzfrequenz des ruhenden Atoms.

Dynamik der Wechselwirkung:

Mit dem Ziel, die Dynamik des Systems aus Atom und Licht zu beschreiben, setzt man den so gewonnenen Hamiltonoperator in die Schrödingergleichung ein [19]:

$$i\hbar\partial_t\Psi\left(\vec{r},t\right) = H^{\rm int}\Psi\left(\vec{r},t\right). \tag{3.22}$$

Zur Lösung wählt man einen Separationsansatz der Form

$$\Psi(\vec{r},t) = c_1(t) |g\rangle + c_2(t) |e\rangle, \qquad (3.23)$$

der die zeitliche Abhängigkeit des Zustands als Superposition der Basiszustände $|g\rangle$ und $|e\rangle$ mit Amplituden $c_1(t)$ und $c_2(t)$ beschreibt. Da es sich bei $|g\rangle$ und $|e\rangle$ um eine Orthogonalbasis handelt, führt die Bildung des Skalarproduktes mit $\langle g|$ und $\langle e|$ zu zwei unabhängigen Differentialgleichungen für $c_1(t)$ und $c_2(t)$.

$$\dot{c}_1(t) = \frac{\Omega}{2i} e^{i\Delta t} c_2(t)$$
(3.24)

$$\dot{c}_2(t) = \frac{\Omega}{2i} e^{-i\Delta t} c_1(t)$$
(3.25)

Eine weitere Vereinfachung bringt die Transformation in ein mit $\omega_{\rm L}$ rotierendes Bezugsystem, was unter Einführung neuer Koeffizienten gelingt.

$$\tilde{c}_1 = c_1 e^{-i\frac{\Delta}{2}t}, \ \tilde{c}_2 = c_2 e^{i\frac{\Delta}{2}t}$$
(3.26)

Die neu gewonnenen Gleichungen

$$\dot{\tilde{c}}_1 = -\frac{i\Delta}{2}\tilde{c}_1 + \frac{\Omega}{2i}\tilde{c}_2 \tag{3.27}$$

$$\dot{\tilde{c}}_2 = \frac{i\Delta}{2}\tilde{c}_2 + \frac{\Omega}{2i}\tilde{c}_1 \tag{3.28}$$

können schließlich in vektorieller Darstellung zusammengefasst werden.

$$i\frac{d}{dt}\left(\begin{array}{c}\tilde{c}_2\\\tilde{c}_1\end{array}\right) = \frac{1}{2}\left(\begin{array}{c}-\Delta & \Omega\\\Omega & \Delta\end{array}\right)\left(\begin{array}{c}\tilde{c}_2\\\tilde{c}_1\end{array}\right)$$
(3.29)

Lösung für ein resonantes Lichtfeld ($\Delta = 0$)

Für den speziellen Fall, dass der Laser resonant mit dem atomaren Übergang ist, lässt sich das Gleichungssystem für \tilde{c}_1 und \tilde{c}_2 durch nochmalige Ableitung lösen. Das Resultat beschreibt die mit Ω fluktuierende Änderung der Populationen.

$$|\tilde{c}_1|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \tag{3.30}$$

$$|\tilde{c}_2|^2 = \cos^2\left(\frac{\Omega t}{2}\right) \tag{3.31}$$

Lösung für ein nicht-resonantes Lichtfeld

Für den allgemeinen Fall mit Verstimmung lautet die Lösung für das angeregte Niveau:

$$|\tilde{c}_1|^2 = \frac{\Omega^2}{\tilde{\Omega}^2} \sin^2\left(\frac{1}{2}\tilde{\Omega}t\right).$$
(3.32)

Hier wurde die verallgemeinerte Rabi-Frequenz

$$\tilde{\Omega} = \sqrt{\Delta^2 + \Omega^2} \tag{3.33}$$

eingeführt, die einerseits eine schnellere Oszillation bedingt, andererseits zu einer gedämpften Amplitude führt. Dies bedeutet, dass ein atomares Zwei-Niveau-System unter Einfluss nichtresonanten Lichtes nicht vollständig durchmoduliert wird. Diese nicht-lineare Dynamik ist in Abb. 3.5 anschaulich dargestellt.



Abb. 3.5: Rabi-Oszillation für resonante und nicht-resonante Lichteinwirkung

3.3.2. AC-Stark Effekt

Der AC-Stark-Effekt (*engl. AC-Stark shift, light shift*) ist ein besonderer Effekt, der unter nichtresonanter WW von Licht mit Atomen auftritt. Ähnlich zum linearen Stark Effekt bewirkt er eine Aufspaltung der atomaren Energie-Niveaus. Diese Aufspaltung kann man sich am besten am Modell der 'bekleideten' Zustände (*engl. dressed states*) klar machen [20]. Nimmt man an, dass das Lichtfeld, bestehend aus *n* Photonen und das Atom zwei unabhängige Systeme sind (ungestörtes Atom), so kann man die Gesamtenergie des Systems als eine Doppel-Leiterstruktur auffassen. Werden Photonen durch geeignete Operatoren erzeugt oder vernichtet, bewegt man sich auf der Leiter des quantisierten Feldes nach oben oder nach unten. Ähnliches gilt für die Energieleiter der atomaren Anregung. Für ein reales System aus Atom und Lichtfeld findet jedoch immer eine Kopplung statt, die durch die verallgemeinerte Rabi-Frequenz $\tilde{\Omega}$ (gestörtes Atom) beschrieben wird (Abb. 3.6). Je größer die Verstimmung des Lichtes ist, desto größer ist die resultierende Rabi-Frequenz. Die Kopplungsstärke hingegen nimmt für große Verstimmung ab und macht sich durch eine kleinere Amplitude der Oszillation bemerkbar.



Abb. 3.6: Bekleidetes Modell der Licht-Atom WW. Links befinden sich jeweils die Leiterstrukturen der ungestörten Systeme, während rechts jeweils die gekoppelten Systeme dargestellt sind. Die Energieniveaus des Lichtfeldes werden jeweils rot abgebildet.

Über Gl. 3.29 lassen sich die Energie-Eigenwerte der Wechselwirkung bestimmen:

$$\det \left(\frac{\hbar}{2} \left(\begin{array}{cc} -\Delta & \Omega\\ \Omega & \Delta \end{array}\right) - \mathbf{E}\mathbf{1}\right) \stackrel{!}{=} 0. \tag{3.34}$$

Als Lösungen erhält man

$$E^{\pm} = \pm \frac{\hbar\Delta}{2} \sqrt{1 + \frac{\Omega^2}{\Delta^2}}.$$
(3.35)

Wenn die Verstimmung sehr groß gegenüber der resonanten Rabi-Frequenz gewählt wird ($\Delta \gg \Omega$), kann man den Wurzel-Ausdruck um $\frac{\Omega^2}{\Delta^2} = 0$ entwickeln. Man erhält dann die Verschiebung der atomaren Energieniveaus, die durch das Lichtfeld bedingt ist mit

$$E^{\pm} = \pm \hbar \left(\frac{\Delta}{2} + \underbrace{\frac{\Omega^2}{4\Delta}}_{\Delta E_{\rm AC}} \right). \tag{3.36}$$

Die Verschiebung ΔE_{AC} ist proportional zur Intensität des eingestrahlten Lichtes und ist selbst dann vorhanden, wenn die Verstimmung so groß gewählt wird, dass die Kopplung zwischen Licht und Atom quasi nicht mehr vorhanden ist. Dieser meist störende Effekt, den es unter normalen Umständen zu kompensieren gilt, kann für verschiedene Dinge ausgenutzt werden. Zum einen können durch seinen Gebrauch Phasengatter realisiert werden, zum anderen kann er zur Charakterisierung von Intensitätsfluktuationen des Lichtes herangezogen werden (Kap. 6.3).

3.3.3. Optische Bloch-Gleichungen und Bloch-Vektor

Die Schrödingertheorie hat den Nachteil, dass sie nur die kohärente Dynamik eines atomaren Systems beschreibt. Daher führt man mit ρ den Dichtematrixformalismus ein, um zusätzlich den Prozess der spontanen Emission zu berücksichtigen. Auf diese Weise kann ein Zustand als statistisches Gemisch beschrieben werden.

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 c_1^* & c_1 c_2^* \\ c_2 c_1^* & c_2 c_2^* \end{pmatrix}$$
(3.37)

Die Elemente der Hauptdiagonalen beschreiben die Populationen der Niveaus $|g\rangle$ und $|e\rangle$, während die Elemente der Nebendiagonalen die Kohärenz der Zustände wiedergeben. Verschwinden die Elemente der Nebendiagonale zu einem gewissen Zeitpunkt, so ist ein kohärentes System in ein inkohärentes (statistisches) Gemisch übergegangen. Eine konkrete Antwort auf die zeitliche Entwicklung der Dichtematrix kann unter Berücksichtigung von Gl. 3.24 und 3.25 durch die zeitliche Ableitung der Komponenten der Dichtematrix gewonnen werden. Beispielsweise gilt

$$\frac{d}{dt}\rho_{11} = \frac{d}{dt} \left(c_1 c_1^* \right) = i \frac{\Omega}{2} \left(e^{i\Delta t} \rho_{21} - e^{-i\Delta t} \rho_{12} \right).$$
(3.38)

Durch Transformation der so gewonnen Gleichungen in ein mit $\omega_{\rm L}$ rotierendes Koordinatensystem $(\rho \to \tilde{\rho})$, entstehen unter Berücksichtigung der spontanen Emission die optischen Bloch-Gleichungen [17], die sich reduzieren lassen auf

$$\frac{d}{dt}\rho_{21} = -\left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta\right)\tilde{\rho}_{21} - \frac{iw\Omega}{2}$$
(3.39)

$$\frac{d}{dt}w = -\Gamma(w+1) - i\Omega\left(\tilde{\rho}_{21} - \tilde{\rho}_{12}\right).$$
(3.40)

 Γ spielt hierbei die Rolle einer Dämpfung der Rabi-Oszillation, die durch den spontanen Zerfall hervorgerufen wird. Eine Oszillation ist für Zeiten, die länger als die Kohärenzzeit sind, nicht mehr zu beobachten (statistisches Gemisch). w stellt die Besetzungsinversion $\rho_{22} - \rho_{11}$ zwischen dem angeregten Niveau und dem Grundzustand dar. Die optischen Bloch-Gleichungen beschreiben die volle Dynamik der Licht-Atom-Wechselwirkung.

Blochvektor

Der Blochvektor $\vec{V}(t) = (u, v, w)$ bietet, wie in Kap. 2.1 erwähnt, eine Möglichkeit zur Beschreibung des Zwei-Niveau-Systems. Seine Einträge sind definiert als:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}_{12} + \tilde{\rho}_{21} = 2\operatorname{Re}\left(\tilde{\rho}_{12}\right) \\ i\left(\tilde{\rho}_{21} - \tilde{\rho}_{12}\right) = 2\operatorname{Im}\left(\tilde{\rho}_{21}\right) \\ \rho_{22} - \rho_{11} \end{pmatrix}.$$
(3.41)

Eine intuitive Vorstellung über die Funktion der ersten beiden Einträge kann man in dieser Form nur schwer gewinnen. Betrachtet man jedoch den Erwartungswert des Dipol-Operators, so führt dies zu einer anschaulicheren Darstellung.

$$\langle \hat{d} \rangle = \operatorname{tr} \left(\rho \hat{d} \right) = \operatorname{tr} \left(\left(\begin{array}{cc} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} 0 & \hat{d} \\ \hat{d} & 0 \end{array} \right) \right)$$
(3.42)

$$= \hat{d}(\rho_{12} + \rho_{21}) \tag{3.43}$$

$$= \hat{d} \left(u \cos \left(\omega_{\rm L} t \right) - v \sin \left(\omega_{\rm L} t \right) \right) \tag{3.44}$$

Der erste Eintrag u ist demnach proportional zur Amplitude des Dipol-Moments, das in Phase mit dem Lichtfeld schwingt. v dagegen ist proportional zu der um $\pi/2$ verschobenen Oszillation (Quadraturkomponente). Das Vorzeichen von v entscheidet so gesehen darüber, ob ein externes Feld der Schwingung des Atoms vorauseilt, d.h. die Oszillation des Atoms weiter antreibt, oder hinterher steht und somit die Oszillation abschwächt. Anhand dieser Überlegung wird auch deutlich, dass unter phasenkohärenter Manipulation der Lichtphase eine Drehung des Bloch-Vektors forciert werden kann, die nicht alleine von der Einstrahldauer unter konstanter Phasenlage abhängt.

Die zeitliche Dynamik eines Zwei-Niveau-Systems im Lichtfeld wird durch die Dynamik des Bloch-Vektors beschrieben gemäß:

$$\dot{\vec{V}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = -\vec{\Gamma} \left(\vec{V} + \tilde{e}_z \right) + \vec{V} \times \vec{\Omega}$$
(3.45)

 mit

$$\vec{\Omega} = \begin{pmatrix} \omega \\ 0 \\ \Delta \end{pmatrix} \text{ und } \vec{\Gamma} = \frac{\Gamma}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$
(3.46)

3.3.4. Licht-Ion Wechselwirkung des gefangenen Ions

Da die wichtigsten Grundlagen zur Licht-Atom-WW im vorausgegangenen Kapitel erläutert wurden, kann nun auf den speziellen Fall der Licht-Ion-WW des gefangenen Ions eingegangen werden. Als Grundlage zur Beschreibung der Dynamik wird abermals [18] verwendet.



Abb. 3.7: Schema der Licht-Ionen Wechselwirkung des gefangenen Ions

Werden Ionen in Paul-Fallen gefangen, so sind sie einem dreidimensionalen harmonischen Potential ausgesetzt (vgl. Kap. 3.2). Für die QIV werden nur die langsameren, axialen Schwingungsmoden verwendet, während die radialen Moden nicht berücksichtigt werden. Unter Betrachtung eines eindimensionalen harmonischen Potentials, lässt sich die Gesamtenergie des Ions durch den aus Gl. 3.3 erweiterten Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \hat{H}^{(e)} + \hat{H}^{(m)} + \hat{H}^{(i)}$$
(3.47)

darstellen. $\hat{H}^{(m)}$ entspricht dabei dem Hamiltonoperator des harmonischen Potentialtopfes.

$$\hat{H}^{(\mathrm{m})} = \hbar\omega_{\mathrm{ax}} \left(a^{\dagger}a + \frac{1}{2} \right) \tag{3.48}$$

Analog zur Licht-Atom-Wechselwirkung des freien Atoms, führt man zur Vereinfachung eine Transformation ins Wechselwirkungsbild durch. Die Transformations-Matrix

$$U(t) = e^{-i/\hbar \left(\hat{H}^{(e)} + \hat{H}^{(m)}\right)t}$$
(3.49)

enthält hier jedoch zusätzlich den statisch angenommenen Hamiltonoperator des harmonischen Potentials. Desweiteren geht man von einem Lichtfeld aus, das sowohl eine Abhängigkeit vom Ort aufweist als auch eine Phase enthält.

$$\vec{E}\left(\vec{x},t\right) = \hat{E}_0\left(e^{i\left(\vec{k}\hat{x} - \omega_{\rm L}t + \Phi\right)} + e^{-i\left(\vec{k}\hat{x} - \omega_{\rm L}t + \Phi\right)}\right)$$
(3.50)

Der Wellenvektor \vec{k} sei so gewählt, dass $\vec{k} \parallel \hat{x}$. Ferner soll $\vec{d} \parallel \vec{E}$ gelten, um eine eine maximale Kopplung zwischen Feld und Ion zu gewährleisten. Beide Formen der Anregung (innere und äußere) unterliegen unabhängigen Freiheitsgraden, sodass die Operatoren beider Sub-Systeme kommutieren. Die Transformation ins Wechselwirkungsbild kann man daher als zweistufigen Prozess betrachten. Während der Teil ~ $H^{(e)}$ nur den Dipoloperator der Interaktion betrifft, schließt der Teil ~ $H^{(i)}$ die Transformation des Ortsoperators ein (Gl. 3.19).

Bemerkung: Der hier behandelte Fall bezieht sich der Einfachheit halber auf einen Dipol-Übergang. Für einen Quadrupol-Übergang müsste man den Hamiltonoperator der Wechselwirkung mit $H^{(i)} = -\hat{Q}\nabla E(t)$ annehmen. \hat{Q} bezeichnet das elektrische Quadrupolmoment, siehe [14].

$$H^{\text{int}} = \frac{\hbar\Omega}{2} e^{(i/\hbar)\hat{H}^{(e)}t} \left(\sigma^{+} + \sigma^{-}\right) e^{(-i/\hbar)\hat{H}^{(e)}t}$$
(3.51)

$$\times e^{(i/\hbar)\hat{H}^{(\mathrm{m})}t} \left(e^{i(k\hat{x}-\omega_{\mathrm{L}}t+\Phi)} + e^{-i(k\hat{x}-\omega_{\mathrm{L}}t+\Phi)} \right) e^{(-i/\hbar)\hat{H}^{(\mathrm{m})}t}$$
(3.52)

(3.53)

Im Folgenden kann der Ortsoperator ersetzt werden durch

$$\hat{x} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_{\rm ax}}} \left(ae^{-i\omega_{\rm ax}t} + a^{\dagger}e^{i\omega_{\rm ax}t} \right)$$
(3.54)

und führt nach erfolgter Drehwellennäherung zu

$$\hat{H}^{\text{int}} = \frac{\hbar\Omega}{2} \left(\sigma^+ e^{i \left(\eta \left(a e^{-\omega_{\text{ax}}t} + a^\dagger e^{i\omega_{\text{ax}}t} \right) - \Delta t + \Phi \right)} \right) + \text{h.c.}.$$
(3.55)

Man definiert an dieser Stelle den Lamb-Dicke-Faktor

$$\eta := k \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_{\rm ax}}},\tag{3.56}$$

der das Verhältnis der Ausdehnung des Ions und Wechselwirkungs-Wellenlänge des Lichts zum Ausdruck bringt und für die Herleitung der Licht-Atom-WW (Kap. 3.3.1) vernachlässigt wurde (Dipolnäherung). Für Licht bei 729nm und einer typischen Fallen-Frequenz $\omega_{ax} \approx 1$ MHz erhält man einen Wert von $\eta = 0,096$. Der Faktor ist viel kleiner Eins und Gl. 3.55 kann daher um $\eta = 0$ entwickelt werden.

$$\hat{H}_{\rm LD}\left(t\right) = \left(\frac{\hbar}{2}\right)\Omega\sigma^{+}\left(1 + i\eta\left(ae^{-i\omega_{\rm ax}t} + a^{\dagger}e^{i\omega_{\rm ax}t}\right)\right)e^{i(\Phi-\Delta t)} + \text{h.c.}$$
(3.57)

Der daraus resultierende Lamb-Dicke-Hamiltonoperator $H_{\rm LD}$ beschreibt die Wechselwirkung zwischen Licht, Ion und Falle vollständig und weist drei wichtige Resonanzen auf, die für die QIV von Bedeutung sind [18]. • Trägerübergang $(\Delta = 0)$

Der Laser ist resonant mit dem atomaren Übergang des ruhenden Atoms. Eine Änderung der Vibrationsquantenzahl ist stark unterdrückt und man erhält die Wechselwirkungsenergie

$$\hat{H}_0 = \hbar \Omega_{n,n} e^{i\Phi} \sigma^+ + \text{h.c.}$$
(3.58)

mit der Kopplungsstärke

$$\Omega_{n,n} = \Omega \left(1 - \eta^2 n \right). \tag{3.59}$$

• Übergang rotes Seitenband ($\omega_{\rm L} = \omega_0 - \omega_{\rm ax}$)

Der Laser ist um ω_{ax} rot verstimmt gegenüber der Resonanzfrequenz des ruhenden Atoms. Durch Anregung des Atoms auf dieser Wellenlänge wird die Vibrationsquantenzahl um eine Einheit erniedrigt ($\Delta n = -1$). Die Wechselwirkung wird beschrieben durch den Wechselwirkungs-Hamiltonoperator

$$\hat{H}_{\rm rot} = \hbar \Omega_{n,n-1} a e^{i\Phi} \sigma^+ + \text{h.c..}$$
(3.60)

Unter Berücksichtigung von $a|n\rangle=\sqrt{n}|n-1\rangle$ erhält man die unterdrückte Kopplungsstärke

$$\Omega_{n,n-1} = \eta \sqrt{n} \Omega. \tag{3.61}$$

Dieser Übergang ist vor allem für das Seitenbandkühlen der Ionen wichtig (Kap. 3.4.2) und wird in der Literatur als 'Jaynes-Cummings Hamiltonoperator' bezeichnet.

• Übergang blaues Seitenband ($\omega_{\rm L} = \omega_0 + \omega_{\rm ax}$) Durch einen blau verstimmten Laser erreicht man bei Anregung des Ions eine Erhöhung der Vibrationsquantenzahl ($\Delta n = +1$). Ähnlich dem roten Seitenband, lässt sich der Wechselwirkungs-Hamiltonoperator ausdrücken durch

$$\hat{H}_{\text{blau}} = \hbar \Omega_{n,n+1} a^{\dagger} e^{i\Phi} \sigma^{+} + \text{h.c.}.$$
(3.62)

Mit $a^{\dagger}|n\rangle=\sqrt{n+1}|n+1\rangle$ erhält man die abgeschwächte Kopplungsstärke

$$\Omega_{n,n+1} = \eta \sqrt{n+1} \Omega. \tag{3.63}$$

In Anlehnung an das rote Seitenband, bezeichnet die Literatur diesen Fall als 'Anti Jaynes-Cummings Hamiltonoperator'.

Der unverstimmte Übergang stellt von drei vorgestellten Resonanzen den wichtigsten dar, da durch ihn Überlagerungszustände an einzelnen Ionen hergestellt werden können, ohne den Vibrationszustand zu ändern. Durch Seitenband-Anregungen einzelner Ionen kann man hingegen Einfluss auf die Vibrationsquanten der gemeinsamen Schwingungsmode nehmen. Dies ist vor allem dann wichtig, wenn man Ionen kühlen (Kap.3.4) und abhängige Operationen zwischen einzelnen Ionen schaffen will (Kap. 3.5).

3.4. Kühlmechanismen

3.4.1. Doppler-Kühlen

Die gezielte Kontrolle des Quantenzustands von Ionen erfordert, dass sie zunächst in einen definierten Anfangszustand überführt werden. Aus diesem Grund müssen Ionen, die nach der Ionisation aus neutralen Atomen sehr heiß sind, zunächst auf eine thermische Energie nahe des harmonischen Grundzustands gekühlt werden. Dieser Prozess erfolgt in Fallen auf einer sehr kurzen Distanz (einige mm) und gelingt durch sogenanntes Doppler-Kühlen. Man nutzt für diesen Vorgang aus, dass periodisch schwingende Ionen (ω_{ax}) nur an bestimmten Positionen, d.h. mit gewissen Geschwindigkeiten, resonant zum eingestrahlten Licht sind. Für einen äußeren Beobachter findet so eine Frequenzverschiebung der atomaren Resonanz statt $\omega' = \omega \left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$, die auf den Dopplereffekt zurückzuführen ist. Bei rotverstimmtem Licht ist das Ion immer dann resonant, wenn es sich auf das Licht zubewegt. Die Impulse von Ion und Photonen sind in diesem Fall entgegen gerichtet und das Ion wird durch Absorption von Photonen abgebremst. Die Abregung des Ions erfolgt hingegen isotrop, sodass seine Gesamt-Impulsbilanz aus Absorption und Emission im Mittel negativ ist. Dieser Vorgang erfolgt umso schneller, je kurzlebiger ein Zustand ist. Ein geeigneter Übergang bei ⁴⁰Ca⁺ stellt daher der bereits erwähnte $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$ Übergang dar, der eine Lebensdauer von $\tau \approx 7$ ns aufweist.

Die minimale Temperatur, die mit diesem Kühlprozess erreicht werden kann, bezeichnet man als Doppler-Limit und kann über die Photonenstreurate abgeschätzt werden. Die Streurate $\Gamma_{\rm S}$ ergibt sich dabei aus der Zerfallsrate Γ des beteiligten Übergangs, multipliziert mit ρ_{22} , der Wahrscheinlichkeit, mit der sich das Ion im angeregten Zustand dieses Übergangs befindet (siehe [17]).

$$\Gamma_{\rm S} = \Gamma \rho_{22} = \Gamma \cdot \frac{\tilde{S}}{2(\tilde{S}+1)} \tag{3.64}$$

Der Sättigungsparameter \tilde{S} ist definiert als

$$\tilde{S} = \frac{\Omega^2}{2\Delta^2 + \frac{\Gamma^2}{2}}.\tag{3.65}$$

Das fundamentale Limit dieses Kühlprozesses ist durch die mittlere Lebensdauer des Kühlübergangs gegeben. Sie ist sorgt dafür, dass sich ab einer Temperatur $T_{\rm min} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_{\rm B}}$ das Kühlen bei Absorption und Heizen bei Emission die Waage halten. Ab dieser Temperatur muss daher ein anderer Kühlmechanismus einsetzen, um eine Temperatur der Ionen nahe dem Nullpunkt zu erreichen [14, 21].

3.4.2. Seitenbandkühlen

Seitenbandkühlen kann nur dann erfolgen, wenn die Seitenbänder der Bewegung aufgelöst werden können. Die Linienbreite, bzw. Zerfallsrate eines Übergangs muss für Seitenbandkühlen also viel kleiner sein, als die Frequenz der Bewegung ($\Gamma \ll \omega_{ax}$). Daher wählt man zur Anwendung dieser Technik den metastabilien S \leftrightarrow D Übergang, der auch als Qubit-Übergang dient.

Ähnlich dem Doppler-Kühlen wird rotverstimmtes Licht eingestrahlt, um die Anregung der Bewegung zu verkleinern. Speziell arbeitet man mit Licht, das resonant zum roten Seitenbandübergang ist. Regt man ein Ion auf dem roten Seitenband an, so wird gleichsam kinetische Energie der Schwingung entzogen. Bei spontaner Emission ist der Zerfall mit gleichzeitiger Änderung der Bewegung (Zerfall in einen Grundzustand der Seitenbänder) durch den Lamb-Dicke Faktor unterdrückt (Kap. 3.3.4). Stattdessen findet mit großer Wahrscheinlichkeit (98%) eine Emission auf dem Trägerübergang statt und das Ion erfährt für den gesamtem Prozess einen Netto-Impulsund Energieverlust (Abb. 3.8). Aus Gründen der Impulserhaltung geht der fehlende Differenzbetrag des Impulses durch die starke Bindung auf die Falle über. Auf diese Weise lässt sich ein Ion schließlich bis in den Grundzustand seiner Bewegung kühlen. Im Vergleich zum Doppler-Kühlen läuft das Seitenbandkühlen viel langsamer ab, da die Anregung durch den Lamb-Dicke-Faktor unterdrückt ist und der spontane Zerfall langsam erfolgen muss.



Abb. 3.8: Seitenbandkühlung

3.5. Implementierung von Quantengattern in Ionenfallen

Die grundsätzliche Idee, Quantengatter in Paulfallen zu realisieren, beruht auf der Tatsache, dass gefangene Ionen über die Coulombabstoßung wechselwirken können. Diese Wechselwirkung kann zum Austausch von Quanteninformation zwischen Ionen genutzt werden. In Anlehnung an den klassischen Computer wird daher die gemeinsame Schwingungsmode als Bus-System bezeichnet [22].

Verschränkung zweier quantenmechanischer Objekte A und B bedeutet, dass ein gemeinsamer Gesamtzustand $|\Psi_{AB}\rangle$ nicht in ein Produkt der Unter-Zustände der einzelnen Objekte zerlegt werden kann:

$$|\Psi_{AB}\rangle \neq |\Psi_A\rangle \otimes |\Psi_B\rangle.$$
 (3.66)

Eine Möglichkeit der Verschränkung bietet das Mølmer-Sørensen Gatter, das die gemeinsame Schwingungsmode der Ionen ausnutzt und im Folgenden zu einer groben Vorstellung über QIV mit Ionen verhelfen soll.

Mølmer-Sørensen Gatter

Das Mølmer-Sørensen Gatter (MS-Gatter) ist ein wichtiger Bestandteil im Satz der Gatteroperationen, die am Experiment zur Verfügung stehen. Es ist ein sogenanntes Multi-Qubit-Gatter, durch das es möglich ist, viele Qubits durch bichromatisches Licht zu verschränken. Der größte Vorteil besteht darin, dass es im Gegensatz zu anderen Gattern (z.B. CNOT) unabhängig von der Vibrationsquantenzahl der Ionen ist. Die Ionen müssen daher nicht zwangsläufig in den Grundzustand gekühlt werden und man wird unabhängiger von schwer kontrollierbaren Heizeffekten. Eine genauere Beschreibung sowie Modifikationen des Gatters sind in den Originalveröffentlichungen [23] und [24] zu finden.

Das MS-Gatter funktioniert über eine spezielle Art der Anregung nahe den Seitenbändern der Bewegung. Dabei kommt bichromatisches Licht zum Einsatz, dessen Farben um δ gegenüber der roten und blauen Resonanz der Seitenbänder verschoben sind. Durch die Verstimmung kann die Bewegung der Ionen nicht permanent angeregt werden. Stattdessen sind nur Zwei-Photon Übergänge resonant, bei denen 'virtuell' eine Anregung der Bewegung zwischen den Ionen ausgetauscht wird:

$$|00\rangle|n\rangle \iff |11\rangle|n\rangle$$
 (3.67)

$$|10\rangle|n\rangle \quad \longleftrightarrow \quad |01\rangle|n\rangle. \tag{3.68}$$

Würde man hingegen bichromatisches Licht verwenden, das resonant mit den Seitenbandübergängen ist, würden die Ionen durch das bichromatische Licht permanent in ihrer Bewegung angeregt und dadurch stark aufgeheizt.

Der Hamilton-Operator der Wechselwirkung setzt sich wie in allen bisherigen Betrachtung aus H_0 des ungestörten Ions und H^{int} der Wechselwirkung mit dem bichromatischen Lichtfeld zusammen:

$$\hat{H}^{\text{int}} = \sum_{j} \frac{\hbar\Omega}{2} \left(\sigma_{+,j} e^{i \left[\eta \left(a + a^{\dagger} \right) - \omega t \right]} + \text{h.c.} \right).$$
(3.69)

Die Laufvariable j berücksichtigt dabei alle am Gatter teilnehmenden Ionen. Sowohl der Lamb-Dicke-Faktor η , als auch die Rabifrequenz Ω wird für alle Pfade und Ionen als gleich angenommen. Im Folgenden wird von zwei wechselwirkenden Ionen ausgegangen, um die Beschreibung zu erleichtern.

Unter störungstheoretischer Betrachtung aller Zustände $|m\rangle$, die zwei Ionen einnehmen können, erhält man für den zweiten Term der Entwicklung die Kopplungsstärke. Der erste Ausdruck hingegen stellt eine Verletzung der Energieerhaltung dar und ist physikalisch nicht sinnvoll.



Abb. 3.9: Schema des Mølmer-Sørensen Gatters

$$\left(\frac{\tilde{\Omega}}{2}\right) = \frac{1}{\hbar^2} \left| \sum_{m} \frac{\langle een|H_{\rm int}|m\rangle\langle m|H_{\rm int}|ggn\rangle}{E_{\rm ggn} + \hbar\omega - E_m} \right|$$
(3.70)

Die daraus resultierende Rabifrequenz

$$\tilde{\Omega} = -\frac{\left(\Omega\eta\right)^2}{2\left(\omega_{\rm ax} - \delta\right)} \tag{3.71}$$

hängt nicht von den Vibrationsquantenzahl ab, da sich im Laufe der Rechnung alle von n abhängigen Terme durch destruktive Interferenz wegheben. Die Kopplungsstärke $\tilde{\Omega}$ verkleinert sich, wie zu erwarten, je größer die Verstimmung δ ist.

Der Gesamtprozess verdeutlicht die Kopplung beider Ionen über den Quantenbus der Bewegung. So kann ein Ion unter Absorption eines Photons des roten Seitenbandes nur dann in den angeregten Zustand übergehen, wenn das andere Ion ein Photon des blauen Seitenbandes absorbiert. Die beiden Ionen tauschen dabei ein virtuelles Phonon (Quantum der Bewegung) aus und sind nach diesem Prozess korreliert. Für die Einstrahldauer des Lichtes

$$T = \frac{\pi}{2|\tilde{\Omega}|},\tag{3.72}$$

kann aus dem Grundzustand $|gg\rangle$ ein perfekt verschränkter Bell-Zustand erzeugt werden.

$$|gg,n\rangle \longrightarrow |\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|gg\rangle + |ee\rangle)$$
 (3.73)

Durch geschickte Folgeoperationen ist es zudem möglich, weitere Gatteroperationen wie das CNOT-Gatter zu realisieren. Das MS-Gatter ist so gesehen ein wichtiges Werkzeug der QIV. Als Verschränkungsoperation trägt es zum universellen Satz von Gatteroperationen nach DiVincenzo bei [13, 14, 25].

In diesem Kapitel wurde dargestellt, wie Ionen zur QIV genutzt werden können. Dabei wurde erläutert, wie die Interaktion zwischen gefangenen Ionen und Licht abläuft und welche Wechselwirkungsmechanismen es gibt. Ein Faktor, der die Güte von Quantengatter-Operationen entscheidend beeinflusst, ist die Pulsfläche von Laserimpulsen. Während Zeiten und somit die Länge von Pulsen über einen Referenzoszillator sehr genau eingestellt werden können, stellen die Intensitätsfluktuationen des Lichts den größten Schwachpunkt der Implementierung von Quantengattern dar. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein System zur Stabilisierung von Lichtimpulsen auf der Basis eines elektro-optischen Modulators entwickelt. Im nächsten Kapitel werden die Charakteristika dieses Modulators beschrieben, bevor in Kap. 5 eine ausführliche Beschreibung aller Stabilisierungsmaßnahmen folgt.

4. Der elektro-optische Amplitudenmodulator

Das Ziel dieser Arbeit ist es, hochstabile Lichtimpulse zu erzeugen, um Quantenzustände von Ionen zu manipulieren. Zur Lichtmodulation wird ein integrierter faseroptischer Amplitudenmodulator (Typ AM705, Firma Jenoptik) verwendet, dessen Arbeitsbereich (705-750nm) auf Experimente mit 40 Ca⁺ abgestimmt ist.

Der Modulator nutzt den elektro-optischen Effekt eines Kristalls zur Lichtmodulation aus und kann bei geringer elektrischer Verlustleistung mit niedrigen Spannungen gesteuert werden. Elektrooptische Modulatoren (EOM) versprechen aus diesem Grund eine bessere thermische Stabilität, als es bei akusto-optischen Modulatoren (AOM) der Fall ist. Dies liegt an der Tatsache, dass AOMs mit Schallwellen einer hohen Radiofrequenz (RF) arbeiten, deren Energie im optisch aktiven Material deponiert wird. Daraus resultierende Temperaturschwankungen können die Effizienz der Funktion beeinträchtigen und führen zu Intensitätsschwankungen des Lichts.

Ein weiterer Vorteil von elektro-optischen Modulatoren ist die Geschwindigkeit, mit der Licht geschaltet werden kann. Akusto-optische Modulatoren nutzen Schallwellen zur Lichtmodulation aus und sind in ihrer Bandbreite durch die Schallgeschwindigkeit in Materie limitiert. Elektro-optische Modulatoren hingegen erreichen eine Lichtmodulation durch äußere elektrische Felder, was Modulationsbandbreiten bis weit in den GHz-Bereich ermöglicht.

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit dem Funktionsprinzip, dem Aufbau und der Charakterisierung des verwendeten EOM und zeigt die Vorteile und Schwachstellen des Gerätes auf. Anhand dieser Kenntnisse werden in Kap. 5 Maßnahmen vorgestellt, die für einen stabilen Betrieb des Modulators ergriffen wurden.

4.1. Funktionsprinzip

Der innere Aufbau des Amplitudenmodulators entspricht im Wesentlichen einem Mach-Zehnder-Interferometer (MZI), in dessen Armen sich elektro-optische Zellen (Pockels-Zellen) befinden (Abb 4.1). Aufgrund seiner miniaturisierten Bauweise sind sowohl MZI als auch die Pockelszellen auf einem Substrat aufgebracht und in Form von Wellenleitern (*engl. wave guides*) realisiert. Ein solcher integrierter Aufbau erlaubt eine einfache Anbindung von optischen Fasern und bringt aufgrund seiner Abmaße praktikable Betriebsparameter, z.B. niedrige Steuerspannungen, mit sich.

Ein MZI nutzt die Interferenzfähigkeit von Licht, um die Lichtintensität an seinen Ausgängen zu kontrollieren. Dazu besitzt es einen Ausgangsstrahlteiler, an dem zwei kohärente Lichtstrahlen überlagert werden. Die relative Phasenlage beider Teilstrahlen führt zur Interferenz an den Ausgangsports und entscheidet über die Lichtintensität, mit der am jeweiligen Ausgang gerechnet werden kann. Aufgrund seiner Bauart besitzt das verwendete Gerät jedoch nur einen Ausgang. Das Licht am anderen Port wird intern absorbiert.

Die relative Phase beider Teilstrahlen ist eine Funktion der relativen optischen Weglänge und kann z.B. durch einen veränderlichen Brechungsindex in einem der Arme beeinflusst werden. Beim verwendeten Modulator kommen für diesen Zweck zwei gegenphasig arbeitende Pockels-Zellen zum Einsatz. Gegenüber nur einer aktiven Zelle besteht so der Vorteil, dass sich die benötigte Modulationsspannung halbiert. Als optisch aktives Material wird Lithiumniobat (LiNbO₃) verwendet, das einen vergleichsweise hohen elektro-optischen Koeffizienten aufweist (Kap. 4.2) und somit ebenfalls die Betriebsparameter begünstigt.

In diesem Abschnitt geht es hauptsächlich um die mathematische Beschreibung, die sich für die Lichtintensität am Ausgangsport des EOM ergibt. Die gesamte mathematische Abhandlung orientiert sich dabei stark an [26].



Abb. 4.1: Elektro-optischer Amplitudenmodulator auf der Basis eines Mach-Zehnder Interferometers

Zur Herleitung der Übertragungsfunktion des Modulators ist es zunächst sinnvoll, auf das Überlagerungsprinzip von kohärentem Licht einzugehen. Wählt man zur Beschreibung zweier Lichtstrahlen die komplexen Funktion $U_1 = \sqrt{I_1} \exp(i\varphi_1)$ und $U_2 = \sqrt{I_2} \exp(i\varphi_2)$, so resultiert die Gesamtintensität I aus dem Betragsquadrat beider überlagerter Wellenfunktionen:

$$I_{\text{ges}} = |U|^2 \text{ mit } U = U_1 + U_2.$$
 (4.1)

Durch Einsetzen der Wellenfunktionen und Ausführen der Rechnung gelangt man schließlich zur Interferenzgleichung. Sie enthält die Summe beider Teilintensitäten und verfügt zudem über einen Interferenzterm, der für kohärentes Licht von Bedeutung ist.

$$I = |U|^2 \tag{4.2}$$

$$= |U_1 + U_2|^2 \tag{4.3}$$

$$= |U_1|^2 + |U_2|^2 + U_1^* U_2 + U_1 U_2^*$$
(4.4)

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2 \cos(\varphi)}$$
(4.5)

Der Winkel $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, der dem Interferenzterm als Argument dient, stellt die Phasendifferenz beider Teilstrahlen dar. Für den Fall, dass alle Komponenten des Interferometers perfekt sind, insbesondere die Strahlteiler ein exaktes Verhältnis von 50:50 aufweisen, gilt $I_1 = I_2$. Mit $I_0 = \frac{1}{2} (I_1 + I_2)$ lässt sich Gleichung 4.5 dann vereinfachen zu
$$I = \frac{1}{2} I_0 \left(1 + \cos(\varphi) \right)$$
 (4.6)

$$= I_0 \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right). \tag{4.7}$$

In Abhängigkeit von φ kann es nach dieser Gleichung zu einer Überhöhung oder Auslöschung der Intensität kommen. Beispielsweise erhält man für $\varphi = 2n\pi$ eine erhöhte Lichtintensität mit I_0 , während $\varphi = (2n + 1)\pi$ zu einer vollständigen Auslöschung führt $(n \in \mathbb{N})$. Diese Übertragungsfunktion des Modulators ist jedoch nur unter Vernachlässigung von optischen Verlusten gültig. Tatsächlich macht die Einfügedämpfung einen beachtlichen Verlust von mehr als 7dB der Lichtleistung aus. Weiterhin bedingen die Imperfektionen der Strahlteiler, dass perfekte Teilverhältnisse von 50:50 in der Realität unerreichbar sind. Eine perfekte Auslöschung (Extinktion) beider Teilstrahlen am Ausgang des MZI ist somit nahezu ausgeschlossen. Die Berücksichtigung dieser Imperfektionen kann durch eine Anpassung der Interferometergleichung (Gl. 4.6) erfolgen.

In einer modifizierten Gleichung für die transmittierte Lichtintensität $I_{\rm T}$ bezeichnet $I_{\rm min}$ die minimale Transmission, die durch eine endliche Auslöschung entsteht. $I_{\rm max}$ bezeichnet die maximale Ausgangsintensität und φ_0 eine Phasenverschiebung, die z.B. auf geometrische Ungenauigkeiten zurückzuführen ist.

$$I_{\rm T} = \frac{1}{2} (I_{\rm max} - I_{\rm min}) (1 + \cos(\varphi - \varphi_0)) + I_{\rm min}$$
(4.8)

Das reale Transmissionsprofil, das sich nach dieser Gleichung ergibt, ist schematisch in Abb. 4.2 dargestellt.

4.2. Der elektro-optische Effekt

Der Brechungsindex n eines Materials ist in der Regel nicht konstant, sondern kann unter Einfluss eines elektrischen Feldes schwach geändert werden. Als eine Funktion des elektrischen Feldes Elässt sich n(E) daher um E = 0 entwickeln.

$$n(E) = n(0) + \underbrace{\frac{dn}{dE}}_{-\frac{1}{2}\mathfrak{r}n^3} E + \underbrace{\frac{1}{2}\frac{d^2n}{dE^2}}_{-\frac{1}{2}\mathfrak{s}n^3} E^2 + \cdots$$
(4.9)

Die elektro-optischen Koeffizienten \mathfrak{r} und \mathfrak{s} sind materialabhängige Konstanten und von der Form

$$\mathfrak{r} = -2 \left. \frac{dn}{dE} \right|_{E=0} n^{-3} \tag{4.10}$$

$$\mathfrak{s} = -\frac{d^2 n}{dE^2} \bigg|_{E=0} n^{-3}. \tag{4.11}$$



Abb. 4.2: Transmissionsprofil des realen Mach-Zehnder Interferometers

Die Entwicklung des Brechungsindex kann für Ordnungen größer zwei vernachlässigt werden, da die Einflüsse solcher Terme stark unterdrückt sind. Die ersten beiden Ausdrücke sind hingegen für zwei wichtige Effekte in der Optik verantwortlich, die als Pockels-Effekt (~ E) und Kerr-Effekt (~ E^2) bezeichnet werden. Beide Effekte stehen in Zusammenhang mit der Kristallsymmetrie und können nicht gleichzeitig auftreten.

Für Lithiumniobat ist der Pockels-Effekt in kristallographischer z-Richtung am stärksten und die Dispersion des Lichtes für die Polarisation in dieser Richtung maximal. Unter Verwendung z-polarisierten Lichtes ergibt sich für eine entsprechende Kristallausrichtung eine vereinfachte Dispersionsrelation mit

$$n(E) = n_3 - \underbrace{\frac{1}{2} n_3^3 \mathbf{t}_{33} E_3}_{\Delta n_3} \quad (\text{Pockels} - \text{Effekt}).$$
(4.12)

Hingegen wird Licht, das senkrecht zu dieser Polarisation ist, vollständig abgeschwächt. Aus diesem Grund muss stets eine polarisationsabhängige Optimierung des Lichtes vor der Einkopplung in den EOM erfolgen.

Für den Einsatz von LiNbO₃ in einem Amplitudenmodulator ist es von entscheidender Bedeutung, in welchem Maß ein Gangunterschied von zwei Teilstrahlen herbeigeführt werden kann. Für eine Lichtwelle bedeutet die Propagation durch ein Medium, das optisch dichter als Luft ist, eine erhöhte Zahl an Schwingungsperioden. Die zusätzliche Phase $\Delta \varphi$, die ein Lichtstrahl beim Durchlaufen eines solchen Mediums aufsammelt, beträgt

$$\Delta \varphi = n(E) \frac{2\pi}{\lambda_0} d, \qquad (4.13)$$

wobei λ_0 die Wellenlänge des Lichtes in Luft darstellt und *d* die geometrische Weglänge seiner Propagation in diesem Medium. Angewandt auf den Mach-Zehnder-Modulator, erhält man einen feldabhängigen Phasenunterschied $\varphi(E)$ beider Teilstrahlen am Ausgangsstrahlteiler mit

$$\varphi(E) = \varphi_0 - \underbrace{\pi \frac{\mathfrak{r} n^3 E L}{\lambda_0}}_{\Delta \varphi}, \qquad (4.14)$$

wobei φ_0 eine konstante, bauartbedingte Phase zwischen beiden Teilstrahlen darstellt. Gemäß Abb. 4.3 bezeichnen L und g die Länge und Breite der elektro-optischen Zelle.

Bis auf das elektrische Feld E = U/g sind alle vorkommenden Größen stoff- und bauartspezifische Konstanten, die sich zusammenfassen lassen als

$$U_{\pi} = \frac{g}{L} \frac{\lambda_0}{\mathfrak{r} n^3}.\tag{4.15}$$

Unter Verwendung der konstanten Größe U_{π} lässt sich das Transmissionsprofil (Gl. 4.8) des Modulators schließlich in Abhängigkeit einer äußeren Spannung ausdrücken. U_0 bezeichnet dabei ein Spannungsoffset, der durch den konstanten Phasenunterschied φ_0 beider Teilstrahlen zustande kommt.

$$I_{\rm T}(U) = \frac{1}{2} \left(I_{\rm max} - I_{\rm min} \right) \left(1 + \cos \left(\pi \frac{(U - U_0)}{U_{\pi}} \right) \right) + I_{\rm min}$$
(4.16)

 U_{π} wird aufgrund dieser Darstellung auch als Halbwellenspannung bezeichnet. Sie legt die Periodizität des Transmissionsprofils in Abhängigkeit der Modulationsspannung fest. Alle in Gl. 4.16 vorkommenden Größen werden für den Modulator in Kap. 4.4 charakterisiert.

4.3. Technische Realisierung des EOM

Der innere Aufbau des Amplitudenmodulators erfolgt mittels Wellenleitern, die sowohl die Führung des Lichtes übernehmen, als auch die aktiven elektro-optischen Zellen enthalten. Damit eine Modulation des Lichtes in diesen Zellen erfolgen kann, sind auf der Oberseite des umgebenden Substrates Elektroden aufgebracht, die mit einer äußeren Spannung belegt werden können (Abb. 4.3).

Die Kompensation der konstanten Offset-Spannung U_0 in Gl. 4.16 gelingt durch eine geeignete Elektrodenkonfiguration, die das Anlegen einer Kompensationsspannung U_{Bias} unabhängig von der Modulationsspannung U_{RF} ermöglicht (Abb. 4.4). Beide Kanäle dienen so unterschiedlichen Zwecken, und unterscheiden sich deshalb auch in ihren elektrischen Eigenschaften. Der Bias-Kanal wird beispielsweise durch Stützkondensatoren stabilisiert, was zu einer eingeschränkten



Abb. 4.3: Schematik des internen Aufbaus des Modulators unter Verwendung von Wellenleitern (entnommen aus [27])

Bandbreite dieses Kanals führt. Der RF-Kanal hingegen, der für schnelle Schaltvorgänge gedacht ist, besitzt eine interne Terminierung von 50 Ohm, die sich auf zwei Widerstände aufteilt. Wie in Kap. 4.4 zu sehen ist, ergeben sich durch diesen Spannungsteiler verschiedene Halbwellenspannungen für beide Kanäle.



Abb. 4.4: Interne Beschaltung des Amplitudenmodulators

4.4. Charakteristika

Transmissionsprofile und Drift

Zur Aufnahme des Transmissionsprofils für jeden Kanal (Abb. 4.5), wird die Spannung am jeweiligen Kanal linear erhöht und die Transmission des Lichts gemessen. Vergleichbare Ergebnisse für beide Messreihen können dabei durch Offset-Kompensation des EOM während den Messvorgänge erzielt werden. Dies bedeutet, dass bei einer RF-Spannung von 0V die Bias-Spannung so gewählt wird, dass das Minimum der Transmission zu beobachten ist. So ist es möglich, das RF-Transmissionsprofil durch lineare Erhöhung der RF-Spannung aufzuzeichnen. Das Transmissionsprofil des Bias-Kanals kann bestimmt werden, indem die linear steigende Bias-Spannung auf die Spannung zur Offset-Kompensation aufaddiert und die jeweilige Transmission gemessen wird. Der RF-Eingang liegt für diesen Vorgang auf Masse. Das Licht, das zur Messung verwendet wurde, konnte durch einen Regelkreis auf Intensitätsschwankungen von weniger als 1% stabilisiert werden (Kap. 5.1). Zur Einstellungen der Spannungswerte wurde ferner ein digitales Mess- und Steuersystem verwendet (Kap. 5.2.1), das eine Auflösung der Spannung von ca. 300μ V ermöglicht. Aufgrund dieser Ausgangsbedingungen wurde auf Fehlerbalken in den Diagrammen verzichtet, da sie ohnehin nicht erkennbar wären.



Abb. 4.5: Gemessene Offset-kompensierte Transmissionsprofile beider EOM Kanäle bei einer Temperatur von 22°C. Die Fitfunktionen beider Messreihen wurde gemäß Gl 4.16 gewählt. Man erhält: $U_{\pi}^{\text{Bias}} = 1, 6\text{V}, U_{\pi}^{\text{RF}} = 2,89\text{V}.$

Was sich bereits bei diesen einfachen Versuchen als problematisch erwiesen hat, ist die starke Drift des Modulators. Sie äußert sich darin, dass sich die Transmissionsprofile beider Kanäle über die Zeit hinweg verschieben und somit eine regelmäßige Anpassung der Bias-Spannung notwendig ist. Abb. 4.6 zeigt eine gemessene Drift der Bias-Spannung in Einheiten Halbwellenspannung über mehrere Stunden. Die Möglichkeit, die Bias-Spannung manuell nachzustellen, ist zu Testzwecken denkbar, scheidet jedoch für den langfristigen Einsatz des Modulators im Experiment aus. Dies liegt vor allem an der Driftgeschwindigkeit, die über wenige Stunden hinweg ein Vielfaches der Bias-Halbwellenspannung betragen kann. Außerdem kann eine grobe Einstellung per Hand die Extinktion des Modulators stark beeinträchtigen. Damit der Modulator dennoch brauchbar eingesetzt werden kann, wurde ein komplexer Steuerungsmechanismus entwickelt, der in Kap. 5 ausführlich beschrieben wird.

Nach Rücksprache mit dem Hersteller ist die Drift des Modulators hauptsächlich auf den photoelektrischen Effekt zurückzuführen. Unter Einwirkung von Licht werden gebundene Elektronen des Kristalls vom Valenzband ins Leitungsband gehoben. Durch ein äußeres elektrisches Feld (Elektroden am Kristall), beginnen diese freien Elektronen entgegen der Feldrichtung zu driften



Abb. 4.6: Messung der Drift der Bias-Offset-Spannung über einen Zeitraum mehrerer Stunden

und sorgen so für eine teilweise Kompensation des Feldes. Die effektive Spannung über dem elektro-optischen Kristall nimmt somit ab und hat eine Selbstmodulation des Lichts zur Folge.

Temperaturverhalten

Der Grund für eine Charakterisierung des Temperaturverhaltens ist vor allem durch die starke Drift der Transmissionsverhalten gerechtfertigt, da von Beginn an nicht auszuschließen war, ob eine Temperaturänderung das Driftverhalten begünstigt. Darüber hinaus ist es interessant festzustellen, ob und in welchem Maß die Halbwellenspannungen des Modulators durch Temperaturschwankungen beeinflusst werden. Da die spätere Lichtmodulation über den RF-Kanal erfolgt, wurde die Charakterisierung speziell für diesen Kanal vorgenommen.

Zur Simulation von Temperaturschwankugen wird der EOM über eine Trägerplatte aus Kupfer thermisch an zwei Peltier-Elemente gekoppelt, durch die eine Aufheizung oder Abkühlung der Platte erfolgen kann. Zur genauen Temperatureinstellung wurde - mit diesen Peltier-Elementen als Stellgliedern - ein Regelkreis aufgebaut, dessen zentrales Element ein digitaler Temperaturregler darstellt (Bezugsquelle: www.ibrtses.com). Der Temperaturfühler der Regelung ist ein temperaturempfindlicher Widerstand (NTC10k), der schraubbar an der Trägerplatte befestigt ist. Zum Schutz des Aufbaus vor Zugluft, wurde zudem ein leicht zu entfernendes Kunststoffgehäuse entworfen (Abb. 4.7).



Abb. 4.7: Temperaturstabilisierung des EOM

Zur Durchführung der Messung werden dem Temperaturregler Sollwerte für die Temperatur vorgegeben, auf die er die Trägerplatte des EOM einregelt. Die Regelparameter des digitalen PI-Reglers werden so gewählt, dass das Fehlersignal einer möglichst kleinen Schwankung unterliegt (Erklärung siehe Kap. 5.2.3). Temperatur-Regelungen haben generell den Nachteil, dass die zu regelnden Systeme meist sehr träge sind, d.h. eine große Zeitverzögerung aufweisen. Die manuelle Bestimmung der Regelparameter ist aus diesem Grund nur nach Augenmaß möglich. Bei einer maximalen Temperaturauflösung von 5mK konnte dennoch eine relative Temperaturschwankung von 20mK unterschritten werden, was für das Messvorhaben ausreichend war. Die absolute Genauigkeit des Reglers, die der Hersteller mit $\pm 2^{\circ}$ C angibt, spielt für die Messung eine untergeordnete Rolle. Vielmehr ist der Trend einer Temperaturdrift von Interesse.



Abb. 4.8: Temperaturverhalten von RF-Halbwellenspannung $(U_{\pi}^{\rm RF})$

Aus den Messergebnissen (Abb. 4.8) lässt sich schließen, dass eine Temperaturänderung durchaus zu einer Drift der Systemparameter führt. Da über einen Temperaturbereich von 10°C jedoch nur eine Abweichung von 0,2% zum Mittelwert besteht, kann die Halbwellen-Spannung als nahezu konstant angenommen werden. Die Offset-Spannung U_0 hingegen driftet unabhängig von der Temperatur erheblich.

Einfügedämpfung

Die Einfügedämpfung wird nach Aussage des Herstellers über die 'Faser-Abschneide-Methode' bestimmt. Dies bedeutet, dass ein fasergekoppelter Laser mit dem Wellenleiter des Amplitudenmodulators verbunden wird (*engl. splicing*) und die Transmission gemessen wird. Dann wird die Faser zwischen EOM und Laser getrennt und die Intensität des Lasers erneut gemessen. Mit einer solchen Praxis wird eine Einfügedämpfung ab Werk von 5,5dB ermittelt. Für die praktische Verwendung muss jedoch eine Einkopplung des Lichtes in die Eingangsfaser vorgenommen werden. Mit den damit verbundenen Einkopplungsverlusten konnten bestenfalls 7dB Abschwächung gemessen werden.

Extinktion

Die Extinktion oder Auslöschung ist definiert als das Verhältnis aus minimaler zu maximaler Transmission.

$$E = \frac{I_{\min}}{I_{\max}} \tag{4.17}$$

Eine Abschaltung des Lichts würde eine Extinktion des Modulators von Null voraussetzen. Dies ist jedoch aus verschiedenen technischen Gründen nicht realisierbar. Zum einen ist die Interferometergleichung (Gl. 4.6) nur für den Phasenversatz φ einer bestimmten Wellenlänge definiert. Zum anderen ist der Brechungsindex der Pockels-Zellen abhängig von der Wellenlänge (Dispersion) und führt zu abweichenden Gangunterschieden für Licht unterschiedlicher Wellenlängen. Vor allem für Licht großer spektraler Breite nimmt die Extinktion stark ab. Hinzu kommen Imperfektionen des Gerätes, die durch den Herstellungsprozess bedingt sind (z.B. Teilverhältnisse der 50:50 Strahlteiler).

Als Konsequenz gibt der Hersteller eine Extinktion von 1 : 2800 an, die jedoch maßgeblich von den experimentellen Gegebenheiten abhängt. Diese Herstellerangabe konnte in eigenen Versuchen übertroffen werden, obwohl sich die genaue Bestimmung der Extinktion als schwieriges Unterfangen erweist. Folgende Abschätzung soll die Problematik, die sich für die Charakterisierung der Auslöschung ergibt, verdeutlichen.

Eine Photodiode, deren Aussteuerbereich bis 10V voll genutzt wird, würde bei einer Extinktion von 1:2000 ein Ausgangssignal von 5mV liefern. Sofern die Diode linear arbeitet, entspräche eine höhere Extinktionen einem weitaus kleineren Wert. Für eine verstärkte Photodiode (Typ PDA-36A von Thorlabs) übertrifft das Rauschen, das selbst bei Verdunkelung vorhanden ist (*engl. dark noise*), das Nutzsignal in voller Höhe. Einer Bestimmung der Extinktion unter Verwendung einer aktiven Photodiode ist aus diesem Grund begrenzt. Alternativ dazu wurde eine passive Photodiode in Sperrrichtungs-Betrieb (*engl. reversed biased*) herangezogen (Typ PD-36A). Auch in diesem Fall war die Bestimmung der Extinktion auf kleinere Werte als 1:4000 nicht möglich. Zusätzlich sei angemerkt, dass bereits minimale Schwankungen des Ausgangssignals im Millivoltbereich zu erheblichen Schwankungen der Photodiode begünstigt (Kap. 5.3).

Die Ermittlung der Auslöschung unter Verwendung sowohl einer aktiven, als auch einer passiven Photodiode liefert einen Dynamikbereich des EOM von

$$10\log_{10}\left(\frac{I_{\max}}{I_{\min}}\right) \approx 33 - 36 \text{dB}.$$
 (4.18)

Eine bessere Methode zur Charakterisierung der Auslöschung stellt beispielsweise ein Ramsey-Experiment an einem Ion dar. Der Ablauf eines solchen Experimentes ist in Kap. 6.1 erläutert, konnte jedoch bis zum Ende dieser Arbeit aus technischen Gründen nicht mehr bewerkstelligt werden.

Zusammenfassung der Spezifikationen

Zusammenfassend werden am Ende dieses Kapitels sowohl die Herstellerangaben, als auch die selbst ermittelten Spezifikationen verglichen:

Parameter	Hersteller	Eigene Messung
Typenbezeichung	AM705	-
Wellenlängenbereich	705nm - 760nm	bei 729nm
Einfügedämpfung	$5,5\mathrm{dB}$	$\geq 7 dB$
Extinktion	2800:1	2000:1 - 4000:1
Dynamikbereich	34 dB	33 - 36dB
Max. Lichtintensität	$50 \mathrm{mW} (\mathrm{cw})$	-
Offset-Spannung (U_0)	0,5V	driftet erheblich
Bias-Halbwellensp. (U_{π}^{bias})	1,7V	1,60V bei 22° C
Bias-Bandbreite	10kHz	-
Bias-Maximalspannung	40 V	-
RF-Halbwellensp. $(U_{\pi}^{\rm RF})$	3,0V	$2,89V$ bei $22^{\circ}C$
RF-Bandbreite	1GHz	-
RF-Maximalspannung	10 V	-

Tabelle 1: Zusammenfassung aller Spezifikationsmerkmale des EOM. Anmerkung: Der Dynamikbereich ergibt sich aus den Werten für die Auslöschung gemäß Gl. 4.18.

5. Experiment

Der experimentelle Aufbau zur Intensitätsstabilisierung umfasst sowohl einen optischen, als auch elektronischen Teil.

Die Optik wurde abseits des Hauptexperiments auf einem optischen Tisch aufgebaut und mit Licht bei 729nm über eine optische Faser versorgt. Während anfängliche Versuche mit einfachen Testaufbauten durchgeführt werden konnten, wurde der optische Aufbau im Lauf der Zeit immer mehr dem tatsächlichen Experiment nachempfunden. Auf diese Weise konnte das spätere Verhalten im Experiment abgeschätzt werden, ohne laufende Messungen zu beeinflussen. Das Ziel des gesamten Aufbaus bestand darin, ein Arrangement aus Optik und Elektronik zu entwickeln, mit dem eine Lichtstabilität von besser als 1% im gepulsten Betrieb erzielt werden kann. Zu diesem Zweck wurde die optische Stabilisierung kontinuierlich weiterentwickelt, bis ein geeigneter Aufbau erreicht wurde (Kap. 5.1). Es sei jedoch angemerkt, dass die Stabilität des Lichtes bis zur endgültigen Implementierung des Aufbaus im Hauptexperiment nur mit einer Photodiode überprüft werden konnte.

Zur Aufnahme der Messdaten und zur Steuerung des EOM wurde ein digitales Mess-und Steuersystem eingesetzt (ADwin), das sich über einen Computer programmieren lässt. Zusätzlich wurde eine eigene Elektronik entwickelt, die als Schnittstelle zwischen diesem System und der restlichen Kontroll-Elektronik (Kap. 5.2) fungiert.

In diesem Kapitel wird die schrittweise Entwicklung eines Regelkreises beschrieben, durch den die Erzeugung hochstabiler Lichtimpulse schließlich möglich wird. Dieser Regelkreis besitzt sowohl die Fähigkeit einer automatischen Kalibrierung des EOM, als auch einer periodisch arbeitenden Intensitätsstabilisierung des Lichts. Am Ende des Kapitels werden die theoretischen Grenzen des Gesamtsystems aufgezeigt, die insbesondere durch die Photodiode der Stabilisierung gegeben sind.

5.1. Versuchsaufbau

Alle Versuchsaufbauten zum Testen verschiedener Intensitätsstabilisierungen erfolgten auf einem separaten optischen Tisch und wurden über eine optische Faser mit Licht versorgt. Fluktuationen der Polarisation können dabei durch Verwenden einer polarisationserhaltenden Faser minimiert werden. Mithilfe eines Polarimeters war es dann möglich, die Polarisation des Lichts so einzustellen, dass polarisationsbedingte Fluktuationen nach der Faser minimal wurden. Eine stabile Polarisation ist für Experimente mit dem EOM wichtig, da er nur für eine Polarisationsrichtung des Lichts funktioniert. Die Intensitätsstabilisierung des ankommenden Lichtes wurde mit einem AOM realisiert und diente als Grundlage aller weiteren Experimente.

Dieses Unterkapitel beschreibt die Vorstabilisierung des Lichtes und die chronologische Abfolge der Entwicklungsschritte, die zur Verwirklichung der Intensitätsstabilisierung der Lichtimpulse beigetragen haben. Die Suche nach einer geeigneten Lösung war besonders anspruchsvoll, da oftmals die Schnittstellen-Elektronik angepasst werden musste.

Vorstabilisierung des Lichtes

Die Vorstabilisierung (Abb. 5.1) stellt die Basisvariante aller optischen Testumgebungen dar und wurde, abgesehen von Optimierungszwecken, nicht verändert. Als optisch aktives Element wird ein AOM zur Stabilisierung des Lichtes eingesetzt, dessen Effizienz stark von dem Durchmesser des Lichts abhängt. Aus diesem Grund wurde der AOM im Brennpunkt eines 2f Linsensystems angeordnet, um so die Lichtausbeute seiner ersten Beugungsordnung zu erhöhen. Die Brennweite jeder Linse wurde mit 100mm so gewählt, dass der Kristallquerschnitt voll ausgenutzt wird, es aber trotzdem nicht zu Aberrationen kommt.

Damit eine Stabilisierung der Intensität auf eine definierte Polarisation erfolgen kann, wurde unmittelbar nach dem AOM die Polarisation bereinigt (*engl. polarisation clean-up*). Dazu wird die Polarisation durch ein Halbwellenplättchen (λ /2-Plättchen) zunächst so gedreht, dass ein folgender polarisierenden Strahlteiler (*engl. polarizing beam splitter*, *PBS*) maximale Transmission zeigt. Durch ein weiteres λ /2-Plättchen gelingt es, die Transmission durch den EOM zu maximieren. Über ein Glasplättchen im Strahlgang wird schließlich ein Teil des des Lichtes (5%) abgezweigt, um die Lichtintensität mit einer Photodiode zu erfassen ('pick-up'). Ein Regler (PI, siehe Kap. 5.2.3) misst das Signal der Photodiode und stellt über einen Verstärker die Beugungseffizienz des AOM ein. Der Verstärker besitzt dazu einen Mischer als Eingangsstufe, der die Leistung der Radiofrequenz mit dem Steuersignal des Reglers kontrolliert. Durch die Struktur dieser Regelung wird erreicht, dass sowohl die Polarisation, als auch die Intensität des Lichtes weitgehend stabil sind.



Abb. 5.1: Die Vorstabilisierung dient als Grundlage für jeden folgenden Testaufbau. Die Regelschleife besteht aus einer 'pick-up' Photodiode PD1, einem kommerziellen Regler im PI-Betrieb (Typ SIM960, Firma SRS) und einem AOM ('single-pass') mit Verstärkerstufe als Stellglied. Durch diese einfache Stabilisierungmaßnahme konnten bereits erste Tests am EOM erfolgen.

Unter Verwendung dieser einfachen Stabilisierung, konnten beispielsweise erste Versuche zur

Charakterisierung des EOM (Kap. 4.4) durchgeführt werden. Durch die Vorstabilisierung des Lichtes können die Intensitätsfluktuationen am Ausgang des EOM auf etwa 1% reduziert werden (Gründe s.u.). Trotz der Eigendrift des elektro-optischen Modulators ist dieser Wert leicht zu ermitteln, da die Fluktuationen des Lichts wesentlich schneller sind, als die Langzeit-Instabilität des Modulators. Dieser Wert ist für das gesteckte Ziel jedoch unbefriedigend, sodass eine erste Erweiterung der Intensitätsstabilisierung getestet wurde.



Abb. 5.2: Vorstabilisierung und zusätzliche Stabilisierungsstufe mit 'single pass' AOM (AOM2).

Vorstabilisierung + AOM ('single pass')

Die nächste Maßnahme bestand darin, einen weiteren AOM einzusetzen, um die Lichtintensität nach dem EOM zu stabilisieren (Abb. 5.2). Dazu wurde eine weitere Regelstrecke aufgebaut, die nicht nur mit kontinuierlichen, sondern auch mit gepulstem Licht arbeiten kann (Kap. 5.2.3).

Dies machte die Entwicklung einer eigenen Elektronik notwendig, die eine Regelung im diskontinuierlichen Betrieb ermöglicht (5.2). Der AOM wird für diese Regelung einmalig durchlaufen (*engl. single-pass*).

Auch mit dieser erweiterten Konfiguration konnte die relative Lichtstabilität einen Wert von 1% nicht unterschreiten. Dies legte die Vermutung nahe, dass etwa thermische Schwankungen des AOM die Lichtintensität und den Ablenkungswinkel seiner ersten Ordnung beeinträchtigen. Da die Lichteinkopplung in optische Fasern sehr empfindlich auf einen Strahlversatz reagiert, würden thermische Schwankungen des AOM Fluktuationen der Lichtintensität erklären. Um den zeitlich fluktuierenden Strahlversatz (*engl. beam pointing*) des Lichtes zu minimieren, wurde der AOM-Aufbau erneut abgeändert.

Vorstabilisierung + AOM ('double-pass')

Ein zweimaliges Durchlaufen des AOM (engl. double pass) eliminiert eine Winkelabhängigkeit des modulierten Lichts in erster Ordnung und kann gemäß Abb. 5.3 bewerkstelligt werden. Das einfach modulierte Licht wird in der 'double-pass' Konfiguration des AOM nach einmaliger Ablenkung zurückreflektiert und erfährt die gleiche Ablenkung ein zweites Mal in entgegengesetzter Richtung. Durch die zusätzliche Verwendung eines $\lambda/4$ -Plättchens wird das Licht beim zweimaligen Durchlaufen in seiner Polarisation gedreht und erlaubt die Trennung von ein- und auslaufendem Licht durch einen polarisationsabhängigen Strahlteiler (PBS). Bevor eine Einkopplung in die Faser des EOM erfolgt, wird das Licht erneut auf vertikale Polarisation gedreht, um die Transmission durch den EOM zu maximieren. Die Intensitätsstabilisierung erfolgt durch die gleiche Regelschleife, die bereits bei der 'single-pass' Konfiguration verwendet wurde.

Das Ergebnis dieser Stabilisierungsvariante zeigte keine Verbesserungen bezüglich der Lichtstabilität. Trotzdem bestand weiterhin der Verdacht, dass die Fluktuationen auf einen Strahlversatz des Lichtes und somit auf die Einkopplung zurückzuführen sind. Die geometrischen Schwankungen des Lichtes können für einen freien Strahl in der Regel auf Dichte- und dadurch Brechungsindexschwankungen der Luft zurückgeführt werden. Eine Reduzierung der freien Weglänge des Strahls durch Luft würde so zu einer besseren Einkopplung führen. Bei AOMs ist jedoch eine längere Wegstrecke erforderlich, um die verschiedenen Beugungsordnungen räumlich zu trennen. Daher wurde eine andere Möglichkeit verwirklicht.

Die Lösung des Problems besteht darin, das Licht erst nach der Einkopplung in die Faser auf seine Intensität zu stabilisieren. Zu diesem Zweck kann beispielsweise ein Faser-Strahlteiler verwendet werden, der einen Teil des Lichts abzweigt und auf die Photodiode der Vorstabilisierung lenkt. Da ein solcher Strahlteiler jedoch kurzfristig nicht zur Verfügung stand, wurde er unter Verwendung einer kurzen Faser simuliert (Abb. 5.4). Dazu wurde die kurze Faser vor der Eingangsfaser des EOM angeordnet und zwischen beiden Fasern ein Glasplättchen installiert. Wie für die Vorstabilisierung beschrieben, kann auf diese Weise eine Regelstrecke aufgebaut werden, die das reflektierte Licht des Glasplättchens als Stabilisierungsgröße nutzt. Die freie Weglänge des Lichts beträgt durch diesen Trick nur noch wenige Zentimeter, bevor es in die Faser des EOM eingekoppelt wird. Durch diesen Ansatz konnten die Fluktuationen des Lichtes auf wenige Promille reduziert werden.

Der Vorteil dieser Stabilisierung besteht weiterhin darin, dass sie kontinuierlich arbeitet. Für die



Abb. 5.3: Vorstabilisierung und zusätzliche Stabilisierungsstufe mit 'double pass' AOM (AOM2).

Regelung des Lichts im gepulsten Betrieb bleibt nach dieser Konfiguration nur noch der EOM als optisch aktives Element übrig.

Vorstabilisierung + AOM ('double-pass') + Regelung EOM ('gain')

Durch die bisherigen Stabilisierungsmaßnahmen, wird das Licht kontinuierlich stabilisiert und bietet einen guten Ausgangspunkt zur Erzeugung von Lichtimpulsen. Dennoch muss die Möglichkeit bestehen, das Licht auch in gepulster Form stabil zu halten. Als letztes optisch aktives Element kommt für eine solche Regelung nur der EOM in Frage. Insgesamt werden ihm zwei Aufgaben zuteil: Die Erzeugung von Lichtimpulsen und deren Amplitudenstabilisierung. Für den späteren Einsatz im Hauptexperiment müssen beide Prozesse unabhängig voneinander ablaufen, da die Signale zur Erzeugung der Impulse von der unabhängig betriebenen Experimentsteuerung



Abb. 5.4: Simulierter Faser-Strahlteiler zur Intensitätsstabilisierung des Lichts nach der Einkopplung.

(Puls-Box) synthetisiert werden.

Die einzige Möglichkeit der Regelung besteht daher in der Anpassung des Verstärkungsfaktors (*engl. gain*) des EOM. Dies erfolgt wie bei den kontinuierlichen Regelstrecken durch einen Signalmischer. Die Eingänge des Mischers werden einerseits mit den Signalen der Experimentsteuerung versorgt (Impulse), zum anderen mit dem Ausgangssignal des Reglers (Stellgröße), das den Verstärkungsfaktor festlegt (Abb. 5.5).



Abb. 5.5: Intensitätsregelung über einer Anpassung der Impulshöhe ('gain').

Durch diese dreistufige Intensitätsstabilisierung können schließlich Pulse geformt werden, deren relative Abweichung ca. 0,5% beträgt. In einer Langzeit-Messung konnte gezeigt werden, dass die eigentliche Grenze dieser Regelung hauptsächlich durch die Langzeit-Stabilität der Photodiode gegeben ist (Kap. 5.3). Als Messglied des Regelkreises stellt sie die Referenz der Stabilisierung dar.

5.2. Elektronische Ansteuerung

Nach den optischen Aufbauten zur Stabilisierung des Lichts wird im zweiten Teil dieses Kapitels der elektronische Teil der Intensitätssabilisierung erklärt. Wie bereits erwähnt, muss eine Stabilisierung von gepulstem Licht die Störeinflüsse kompensieren, die zwischen dem Ort der Impulserzeugung und den Ionen auftreten.

Kontinuierlich arbeitende Regler können nicht zwischen Fluktuationen und einer Modulation (an/aus) des Lichtes unterscheiden. Eine Abhilfe bietet der Einsatz von Abtast-Halte-Gliedern (*engl. sample & hold*), mit denen das Fehlersignal des Regelkreises für eine gewisse Zeit gepuffert werden kann. Die Pufferung gelingt unter Verwendung von Kondensatoren und erlaubt den Einsatz kontinuierlicher Regler (Abb. 5.6) trotz kurzer Unterbrechungen des Messsignals.

Ein entscheidender Nachteil der analogen Pufferung ist die Selbstentladung des Kondensators, die aus der Sicht des Reglers einem Einbruch des Fehlersignals gleichkommt. Die Reaktion des Reglers ist eine Änderung der Stellgröße und führt bei einer Serie von Lichtpulsen zu einer zeitlichen Variation der maximalen Intensität. Diesem Problem wurde begegnet, indem ein digitaler Regler



Abb. 5.6: Pseudokontinuierliche Regelung unter Verwendung eines Abtast-Halte-Gliedes

entworfen wurde, der im Gegensatz zu einer Kapazität eine beliebig lange Haltezeit zulässt und eine zeitlich konstante Stellgröße garantiert (Kap. 5.2.3).

Eine weitere wichtige Aufgabe der Elektronik ist die automatische Rekalibrierung des EOM aufgrund seiner Offset-Spannungs-Drift (Kap. 4.4). Dieses Unterkapitel diskutiert daher nicht nur die Grundlagen der Regelungstechnik und die Realisierung eines digitalen Reglers, sondern auch die Techniken zur Kalibrierung des EOM. Das Lock-In Prinzip stellt in diesem Zusammenhang ein wichtiges Verfahren dar und wird explizit für den verwendeten EOM diskutiert.

Nach der Erklärung aller notwendigen Steuerungselemente und Techniken, die für den gewünschten Betrieb des EOM notwendig sind, wird schließlich auf die Implementierung des Gesamtsystems im Hauptexperiment eingegangen. Vor allem werden die technischen Eingriffe erklärt, die für die Eingliederung des Systems notwendig waren.

Am Ende des Kapitels wird die Charakterisierung der Photodiode diskutiert, die dem Regelkreis als Messglied dient.

5.2.1. ADwin System

Die digitale Signalverarbeitung erfolgt durch ein Mess- und Steuersystem 'ADwin' der Firma Jäger Elektronik, welches für alle regelungstechnischen und zeitkritischen Aufgaben der Intensitätsstabilisierung verwendet wird. Dieser Abschnitt fasst alle wichtigen Funktionen des Gerätes zusammen. Eine genaue Beschreibung des Systems und seiner Programmierung sind in [28] und [29] zu finden.

System und Entwicklungsumgebung

Der Kern der elektronischen Prozesssteuerung ist ein System zur digitalen Signalverarbeitung ('ADwin L16') der Firma Jäger Elektronik. Mit einem Prozessor vom Typ ADSP 21062 'Sharc' der Firma Analog Devices ausgerüstet, stehen dem System ein 16 Bit analog-digital (AD) Wandler als Analogeingang und zwei 16 Bit digital-analog (DA) Wandler als Analogausgänge zur Verfügung. Darüber hinaus existieren je sechs digitale Ein- und Ausgänge, zwei Impuls-Zähler und eine Ethernet-Schnittstelle. Ein 'Event'-Eingang kann dazu verwendet werden, Prozesse auf dem System durch einen äußeren TTL-Puls zu starten.

Für den Einsatz im Experiment werden die analogen Ein- und Ausgänge des Systems für die verschiedenen Regelaufgaben verwendet, während die digitalen Ein- und Ausgänge der Prozesssteuerung dienen. Über die Ethernet-Schnittstelle kann das System aus der Ferne mit einem Computer kommunizieren. Das System kann jedoch selbständig starten, ohne dass ein externer Computer zur Steuerung nötig wäre.



Abb. 5.7: Schematischer Aufbau des ADwin L16. Anstatt der USB-Schnittstelle, ist das verwendete System mit einer Ethernet-Schnittstelle inklusive Bootloader ausgerüstet. (Entnommen aus [28])

Die Programmierung des Signalprozessors erfolgt in einer eigenen Programmiersprache (ADBasic) und kann in einer integrierten Entwicklungsumgebung (*engl. integrated development environment, IDE*) kompiliert und auf das System übertragen werden. Die Beseitigung von Programmierfehlern (*engl. debugging*) kann ebenfalls innerhalb der IDE erfolgen. Dazu können beispielsweise globale Variablen und Datenfelder in Echtzeit überwacht werden.

Daten- und Programmstruktur

Insgesamt stehen dem ADwin System zehn Prozesse zur Verfügung, die zur Abarbeitung eines Programms genutzt werden können. Dies hat den Vorteil, dass immer nur der Programmteil aktiv ist, der zu einem gegebenen Zeitpunkt benötigt wird. Ein weitere Vorteil besteht darin, dass die Wiederholrate verschiedener Prozesse getrennt einstellbar ist. Langsam ablaufende Strukturen, in denen beispielsweise AD- und DA-Wandlungen vorkommen, können so effektiv vom restlichen Programmcode separiert werden. Besonders während der Optimierung ist die Wahl von geeigneten Prozesszeiten eine Herausforderung, da zeitliche Prozessüberschneidungen zum Absturz des Systems führen.

Die Unterscheidung zwischen wichtigen und weniger wichtigen Prozessen wird dem System durch verschiedene Prozessprioritäten ermöglicht. Muss beispielsweise ein hochprioritärer Prozess aufgrund eines 'Event'-Signals gestartet werden, so kann dies zu einer vorübergehenden Pause eines Prozesses niedriger Priorität führen.

Der Datenaustausch zwischen verschiedenen Prozessen erfolgt über globale Variablen und globale Datenfelder, die als ganze Zahl (*engl. int, long*) oder Fließkomma-Wert (*engl. float*) vorliegen können. Ein besonderes Merkmal ist die Unterstützung von Ringpuffern (*engl. first-in first-out, FIFO*), die z.B. zur Realisierung von digitalen Filtern genutzt werden können (Kap. 5.2.3). Auf alle globalen Variablen und Datenfelder kann zudem extern zugegriffen werden, was die Überwachung einzelner Prozesse durch einen Computer ermöglicht.

Ein einzelner Prozess kann aus mehreren Teilen bestehen. Der wichtigste Teil stellt dabei die Hauptschleife ('Event') dar. Sie muss für jeden Prozess definiert sein und wird nach dem Aufruf des Prozesses so lange durchlaufen, bis eine Abbruch-Bedingung vorliegt. Oftmals ist es sinnvoll, Prozessteile, die nur einmalig aufgerufen werden, auszugliedern. Dies betrifft beispielsweise die Deklaration von prozesseigenen Variablen und kann in den Initialisierungsabschnitten 'Lowinit' und 'Init' erfolgen. Diese Prozessabschnitte werden jeweils vor der Hauptschleife ausgeführt. Wird ein laufender Prozess mit dem Befehl 'End' beendet, so besteht zudem die einmalige Möglichkeit, einen Programmcode nach der Beendigung der Hauptschleife aufzurufen. Dies erfolgt im Abschnitt 'Finish'.

Die oben erwähnte Laufzeitoptimierung eines Prozesses kann über den Befehl 'Processdelay' festgelegt werden und erfolgt im jeweiligen Initialisierungsabschnitt. Sie gibt an, mit welcher zeitlichen Verzögerung die Hauptschleife aufgerufen wird (Zykluszeit) und wird für das verwendete System in Einheiten von 25ns angegeben. Mit einer Zykluszeit von 1000 würde die Hauptschleife beispielsweise alle $25\mu s$ aufgerufen, was einer Frequenz von 40kHz entspricht.

Listing 1: Beispielcode für AD- und DA-Wandlung

1	Lowinit:	,	Wird einmalig ausgeführt
2	Init:	,	Wird einmalig ausgeführt
3	Processdelay = 1000	,	in Einheiten von 25ns
4	Event:	,	Hauptschleife
5	$Par_1 = ADC(1)$,	Speichert ADC(1)-Wert in Par_1
6	<pre>DAC(1,Par_1)</pre>	,	Gibt Par_1 an DAC(1) aus.
7	End	,	Abbruchbedingung
8	Finish:	,	Wird einmalig ausgeführt
9	Exit	,	Beenden des Prozesses

Zur Programmierung des Signalprozessors stehen im Wesentlichen alle Kontrollstrukturen zur Verfügung, die man für eine Basic-Programmiersprache erwartet. Dazu zählen z.B. Schleifen und Fallunterscheidungen. Für die Programmierung von Prozessen ist es unter Verwendung solcher Strukturen vor allem wichtig, dass die maximale Prozesslaufzeit die Prozessverzögerung nicht übersteigt. Aus diesem Grund sollten Schleifen und hochverschachtelte Strukturen vermieden werden, um das System nicht in einen instabilen Zustand zu bringen.

Die wichtigsten Befehle für die Signalverarbeitung sind die Befehle zur AD- und DA-Wandlung. Werden sie aufgerufen, muss bei einer AD-Wandlung mit einer Einschwingzeit des Multiplexers sowie einer Wandlungszeit von insgesamt $17\mu s$ gerechnet werden. Bei einer DA-Wandlung fällt diese Verzögerung etwas geringer aus, da kein Multiplexer vorhanden ist. Beide Situationen müssen bei der Laufzeit eines Prozesses beachtet und die Zykluszeit entsprechend angepasst werden. Da nicht bei jeder AD-Wandlung der Multiplexer auf einen anderen Kanal gesetzt werden muss, kann der AD-Wandler auch direkt angesprochen werden, was eine Verkürzung der Wandlungszeit um ca. $7\mu s$ zur Folge hat. Die Wandlungszeit beträgt dann $10\mu s$.

Listing 2: Schnelle AD-Wandlung auf einem Kanal

		-	
1	Set_Mux(0)	,	Multiplexer auf Kanal 1
2	<pre>Start_Conv(1)</pre>	,	Wandlung starten
3	Wait_Eoc(1)	,	Ende der Wandlung abwarten
4	$Par_1 = ReadADC(1)$,	Auslesen des ADC
1 2 3 4	Start_Conv(1) Wait_Eoc(1) Par_1 = ReadADC(1)	2	Wandlung starten Ende der Wandlung abwarten Auslesen des ADC

Die Auflösung der AD- und DA-Wandler beträgt 16 Bit, der korrespondierende Spannungsbereich reicht von -10V bis 10V. Die Wandler arbeiten dabei mit ganzen Zahlen, wobei der Wert 0 $(2^0 - 1)$ einer Spannung von -10V und 65536 (2^{16}) einer Spannung von ca. 10V entspricht. Der

kleinste Spannungsschritt beträgt nach dieser Rechnung 305,175 μV und die allgemeine Formel zur Umrechnung ist gegeben mit

$$U = \text{Digits} \cdot 305, 175\mu \text{V} - 10\text{V}.$$
 (5.1)

Basierend auf diesem System, kann mit Hilfe eines Lock-In Verstärkers ein System zur Steuerung, Regelung und Kalibrierung des EOM auf einfache Weise entwickelt werden.

5.2.2. Kalibrierung des EOM

Wie in Kapitel 4.3 beschrieben, verfügt der EOM über zwei Eingänge, wobei der Bias-Eingang zur Offset-Kompensation genutzt werden kann. Durch interne Stützkondensatoren liegt die Grenzfrequenz dieses Kanals bei 10KHz. Der zweite Eingang verfügt über einen internen Abschluss von 50 Ohm und erlaubt Schaltgeschwindigkeiten von bis zu 1GHz. In diesem Unterkapitel wird beschrieben, wie der Bias-Eingang zur exakten Kalibrierung des EOM verwendet wird. Das Ziel besteht darin, die Offset-Spannung des EOM so zu wählen, dass für die RF-Spannung $U_{\rm RF} = 0$ V die maximale Extinktion erreicht wird.

Die einfachste Möglichkeit zur Bestimmung der Bias-Spannung bestünde darin, den Bias-Kanal bei $U_{RF} = 0V$ durchzustimmen und den passenden Wert anhand des Minimum der Transmission des Lichtes zu ermitteln. Die Genauigkeit der Bestimmung hängt maßgeblich vom Signal-zu-Rauschen Verhältnis (*engl. signal to noise ratio, SNR*) des Detektors ab (Kap. 4.4). Für einen großen Rausch-Hintergrund, wie er im konkreten Experiment auftritt, ist die präzise Bestimmung dieser Größe kaum möglich. Wird das Minimum der Transmission nicht genau getroffen, summiert sich die Impulsfläche (Lichtintensität × Zeit) im vermeintlich abgeschalteten Zustand stärker auf, als dies für eine optimale Offset-Kompensation der Fall ist. Diese Impulsfläche führt schließlich zu einer sehr langsamen Rabi-Oszillation der Ionen, die im Laufe einer Puls-Sequenz zu fehlerhaften Gatteroperationen führt. Daher ist es notwendig, einen Weg zu finden, die Offset-Spannung so genau wie möglich einzustellen.

Lock-In Prinzip

Die Methode, die sich als geeignet erwiesen hat, ist die Rekalibrierung unter Verwendung eines Lock-In Verstärkers (*engl. lock-in amplifier, LIA*). Das Lock-In Prinzip beruht auf der phasensensitiven Gleichrichtung (*engl. phase sensitive detection, PSD*) eines Signals im Takt einer Referenzfrequenz (*engl. local oscillator, LO*) und stellt im Wesentlichen eine Multiplikation dieser Spannungen dar. Das Eingangssignal des Lock-In Verstärkers entsteht durch Modulation eines Systems mit der Referenzfrequenz und steht somit in fester Phasenbeziehung zum Referenzoszillator. Während unkorrelierte Signale nach einer phasensensitiven Gleichrichtung im zeitlichen Mittel Null ergeben, addieren sich korrelierte Signale bei einer Integration auf. Das Schaltdiagramm des Lock-In Verstärkers ist in Abb. 5.8 dargestellt, wobei nur der obere Pfad (X) für die Stabilisierung Verwendung findet. Durch die Lock-in Technik ist es möglich, selbst kleine Signale von einem wesentlich höheren Rausch-Hintergrund zu isolieren. Für den verwendeten elektro-optischen Modulator wird der Vorgang der Modulation anhand Abb. 5.9 verdeutlicht.

Durch Anwenden dieser Technik kann das Minimum der Transmission trotz überlagertem Photodiodenrauschens genau bestimmt und die Bias-Spannung entsprechend gewählt werden. Die



Abb. 5.8: Schematischer Aufbau des LIA-MVD-200-L (entnommen aus [30])

Implementierung des Lock-In Verstärkers und die genaue Verwendung mit dem EOM wird im Folgenden erläutert. Dazu wird zunächst ein mathematisches Modell geschaffen, das die Interaktion zwischen Lock-in Verstärker und EOM beschreibt und sich an der Schematik in Abb. 5.8 orientiert.

Den Ausgangspunkt des Zusammenspiels stellt der Referenzoszillator dar. Sein Signal wird sowohl dem EOM, als auch dem Lock-In Verstärker zugeführt ('reference input'). Die Systemantwort des EOM auf diese Modulation macht sich als Oszillation der Intensität bemerkbar und wird von der Photodiode detektiert. Dieses Antwortsignal liegt dann am Eingang des Lock-In Verstärkers an ('voltage input') und wird zunächst verstärkt, bevor es mittels Bandpassfilter von unerwünschten Spektralanteilen befreit wird. Insbesondere werden Gleichspannungsanteile aus dem Signal verbannt und sichergestellt, dass nur noch der spektrale Bereich des Referenzsignals vorhanden ist. Die phasensensitive Gleichrichtung ('PSD') kann im Wesentlich als Multiplikation des aufbereiteten Eingangssignals mit dem Referenzsignal verstanden werden und liefert in Abhängigkeit der relativen Phase die Summen- und Differenzfrequenz beider Funktionen. Ein Tiefpass und ein Verstärker sorgen schließlich dafür, dass am Ausgang des Lock-In Verstärkers das Differenzsignal der Multiplikation übrig bleibt.

Ein Fehlersignal, das zur Kalibrierung des EOM geeignet ist, ergibt sich nach dieser Methode durch Abtasten des Bias-Transmissionsprofils für verschiedene Bias-Spannungen. Dazu kann beispielsweise eine linear wachsende Spannung (Sägezahn) mit überlagerter Referenz-Oszillation verwendet werden. Die Frequenz der Sägezahnspannung muss dabei aufgrund aller Filterelemente wesentlich langsamer sein, als die Frequenz der Referenzoszillation. Der mathematische Zusammenhang, der den Informationsgehalt des Lock-In Signals als Fehlersignal beschreibt, wird im Folgenden für das Transmissionsprofil des EOM hergeleitet. Der RF-Eingang liegt für diese Prozedur auf Masse.

Es wird angenommen, dass die Bias-Spannung $U_{\text{Bias}}(t)$ zur Modulation des EOM von sägezahnförmiger Gestalt $(U_{\text{S}}(t))$ ist und von der wesentlich schnelleren Referenz-Oszillation $U_{\text{M}}(t)$ geprägt wird. Die Amplitude der schnelleren Oszillation sei außerdem viel kleiner als die Halbwellenspannung des Systems $(\hat{U}_{\text{M}} \ll U_{\pi}^{\text{Bias}})$.

$$U_{\text{Bias}}(t) = U_{\text{S}}(t) + \hat{U}_{\text{M}}\sin\left(\omega_{\text{M}}t\right)$$
(5.2)

Für Zeiten $T \ll \frac{1}{\omega_{\rm M}}$ kann die Sägezähnspannung als konstant angesehen werden $(U_{\rm S}(t) = U_{\rm S})$ und für das Transmissionsprofil (Gl. 4.16) des Modulators ergibt sich:

$$I(U_{\text{Bias}}(t)) = \frac{1}{2} I_0 \left(1 + \cos\left(\pi \frac{U_{\text{Bias}}(t) - U_0}{U_{\pi}^{\text{Bias}}}\right) \right) + I_{\min}$$
(5.3)

$$= \underbrace{\frac{1}{2}I_0 + I_{\min}}_{\text{Gleichanteile,K}} + \frac{1}{2}I_0 \cos\left(\pi \frac{U_{\text{S}} + \hat{U}_{\text{M}}\sin\left(\omega_{\text{M}}t\right) - U_0}{U_{\pi}^{\text{Bias}}}\right).$$
(5.4)

Mit $k = \frac{U_{\rm M}}{U_{\pi}^{\rm Bias}} \ll 1$, lässt sich dieser Ausdruck um k = 0 entwickeln.

$$I(U_{\text{Bias}}(t)) = K + \frac{1}{2}I_0 \cos\left(\pi \frac{U_{\text{S}} - U_0}{U_{\pi}^{\text{Bias}}} + \pi \underbrace{\frac{\hat{U}_{\text{M}}}{U_{\pi}^{\text{Bias}}}}_{k \approx 0} \sin\left(\omega_{\text{M}}t\right)\right)$$
(5.5)

$$\stackrel{\text{Taylor}}{=} \underbrace{K + \frac{1}{2} I_0 \cos\left(\pi \frac{U_{\text{S}} - U_0}{U_{\pi}^{\text{Bias}}}\right)}_{K'} \tag{5.6}$$

$$- \frac{1}{2}I_0 \sin\left(\pi \frac{U_{\rm S} - U_0}{U_{\pi}^{\rm Bias}}\right) \pi \sin\left(\omega_{\rm M} t\right) k + \mathcal{O}\left(k^2\right)$$
(5.7)

Wird dieses Signal vom Lock-In Verstärker erfasst ('voltage input'), so wird es zunächst um den Faktor A_1 verstärkt, bevor es einem Bandpassfilter zugeführt wird. Der Bandpassfilter kann frei konfiguriert werden und wird so angepasst, dass sowohl die Gleichanteile (K'), als auch die Anteile höherer Frequenz ($\mathcal{O}(k^2)$) stark unterdrückt werden. Das Signal U_{int} , das am phasensensitiven Gleichrichter des Lock-In Verstärkers anliegt, lässt sich so vereinfachen zu:

$$U_{\rm int}\left(U_{\rm Bias},t\right) = -\frac{1}{2}A_1\hat{U}_{\rm int}\sin\left(\pi\frac{U_{\rm S}-U_0}{U_{\pi}^{\rm Bias}}\right)\pi\sin\left(\omega_{\rm M}t\right)k.$$
(5.8)

Im Allgemeinen haben elektrische wie auch optische Systeme nichtlinearen Charakter, sodass oftmals ein Phasenversatz zwischen Referenzoszillator und Nutzsignal besteht. Für den Mischvorgang beider Signale wird dieser Versatz mit φ berücksichtigt. Für das Ausgangssignal U_{PSD} des Mischers ergibt sich:



Abb. 5.9: Auswirkung einer Modulation auf die transmittierte Intensität (schematisch).

$$U_{\rm PSD}(t) = -\frac{1}{2} k A_1 \hat{U}_{\rm int} \sin\left(\pi \frac{U_{\rm S} - U_0}{U_{\pi}^{\rm Bias}}\right) \pi \sin\left(\omega_{\rm M} t\right) \underbrace{\hat{U}_{\rm ref} \sin\left(\omega_{\rm M} t + \varphi\right)}_{\rm Ref.Osz.}$$
(5.9)

$$= -\frac{1}{4}kA_1\hat{U}_{\rm int}\hat{U}_{\rm ref}\pi\sin\left(\pi\frac{U_{\rm S}-U_0}{U_{\pi}^{\rm Bias}}\right)\left[\cos\left(\varphi\right)-\cos\left(2\omega_{\rm M}t+\varphi\right)\right].$$
 (5.10)

Schnelle Frequenzanteile können eliminiert werden, indem das Signal nach dem Mischvorgang integriert wird. Dabei entfällt der mit $2\omega_{\rm M}$ oszillierende Term. Laut Hersteller soll die Integrationszeit mindestens fünf mal die Zeitkonstante des Integrators betragen. Bei einer minimal wählbaren Integrationskonstanten von 3ms entspricht dies einer Zeit von 15ms. Das Ausgangssignal $U_{\rm E}$ des Lock-in Verstärkers erhält man nach einer weiteren Verstärkung A_2 mit

$$U_{\rm E} = -\frac{1}{4} k A_1 A_2 \hat{U}_{\rm int} \hat{U}_{\rm ref} \pi \sin\left(\pi \frac{U_{\rm S} - U_0}{U_{\pi}^{\rm Bias}}\right) \cos\left(\varphi\right).$$
(5.11)

Das Vorzeichen dieser Ausgangsspannung sowie die Amplitude hängen von der konstanten Phasenverschiebung φ ab und können frei gewählt bzw. maximiert werden. Für $\varphi = 0$ ist mit der besten Signalqualität zu rechnen. Die einwandfreie Funktion des Gerätes kann nur gewährleistet werden, wenn beide Verstärkungsfaktoren so beschaffen sind, dass der LIA nicht an die Grenzen seiner maximalen Ausgangsspannung stößt. Mit der maximalen Ausgangsspannung U_{max} und optimaler Einstellung erhält man so das Signal

$$U_{\rm E} = -U_{\rm max} \sin\left(\pi \frac{U_{\rm S} - U_0}{U_{\pi}^{\rm bias}}\right) \cos\left(\varphi\right).$$
(5.12)



Abb. 5.10: Gemessenes Transmissionssignal und korrespondierendes Fehlersignal (schematisch)

Diese Darstellung macht nun deutlich, weshalb das Ausgangssignal des Lock-In Verstärkers als Fehlersignal genutzt werden kann. Durch eine Phasenverschiebung von π zum Transmissionssignal hat das Fehlersignal immer dann einen Nulldurchgang, wenn das Transmissionssignal ein Minimum oder Maximum aufweist (hier z.B. für $U_{\rm S} = U_0$). Dabei spielt es keine Rolle, ob das Transmissionssignal von Rauschen oder einem Spannungsoffset aufgrund begrenzter Extinktion überlagert ist (Abb. 5.10). Der Lock-In Verstärker stellt somit ein geeignetes Messgerät zur Kalibrierung des EOM dar.

Experimenteller Kalibrierungsvorgang

Die Erzeugung des Fehlersignals durch einen Lock-In Verstärker und die Nachstellung der Offset-Spannung, z.B. durch einen Regler, bergen einige Herausforderungen:

- Ein gewöhnlicher Regler arbeitet kontinuierlich und stabilisiert das Fehlersignal auf einen gewissen Wert, z.B. Null (Minimum oder Maximum der Transmission). Der EOM hingegen soll zur Erzeugung von Lichtimpulsen verwendet werden und eine kontinuierliche Kalibrierung macht keinen Sinn.
- Die Aufnahme eines Messpunktes erfordert eine Integrationszeit von mindestens 15ms.
- Für Zeiten in denen Pulse geformt werden, darf keine Modulation stattfinden.

Aus diesen Gründen wird die Steuerung der Kalibrierung durch das ADwin System übernommen, das im gepulsten Betrieb eine schnelle Nachstellung der Offset-Spannung ermöglicht. Zudem kann die Modulationsspannung zu bestimmten Zeiten zu- oder weggeschaltet werden.

Der Ablauf der Kalibrierung sieht vor, dass der Bias-Kanal des EOM zunächst mit einer linearen Rampenspannung abgetastet wird, um die Lage der Minima und Maxima der Transmission grob zu bestimmen (RF-Kanal liegt währenddessen auf Masse). Die grob ermittelte Bias-Spannung U_0^{grob} , die zum ersten Minimum der Transmission gehört (Spannungsoffset), dient dann als Anhaltspunkt für eine genauere Bestimmung einer optimalen Bias-Spannung durch die Lock-in Technik. Dazu wird der Wert U_0^{grob} minimal um die Werte ϵ variiert und das Fehlersignal des Lock-In Verstärkers aufgenommen. Da das Fehlersignal $U_{\text{E}}^{\pm \epsilon}$ an dieser Stelle symmetrisch um Null und für kleine Bereiche linear ist, kann unter Verwendung der aufgenommenen Messwerte eine Geradengleichung $U'_{\text{E}}(U_{\text{S}})$ für das Transmissionssignal aufgestellt werden.



Abb. 5.11: Schematische Bestimmung des Nullpunktes anhand des Fehlersignals (Punkt-Steigungs-Form)

$$U'_{\rm E}(U_{\rm S}) = \frac{U_{\rm E}^{+\epsilon} - U_{\rm E}^{-\epsilon}}{2\epsilon} \left(U_{\rm S} - U_{\rm E,0}\right)$$
(5.13)

Der Schnittpunkt dieser Gerade mit der Abzissenachse des Fehlersignals liefert dann die gesuchte Bias-Spannung (Abb. 5.11).

$$U_{\mathrm{E},0} = \frac{2\epsilon}{U_{\mathrm{E}}^{+\epsilon} - U_{\mathrm{E}}^{-\epsilon}} U_{\mathrm{E}}^{\prime} \left(U_{\mathrm{S}}\right) - U_{\mathrm{S}}$$
(5.14)

Unter Verwendung dieser Formel reicht es, ein gemessenes Wertepaar einzusetzen, um den Schnittpunkt mit Null zu berechnen.

Diese Prozedur bietet eine schnelle Möglichkeit, den EOM im gepulsten Betrieb zu rekalibrieren. Für Zeiten, in denen die Modulation des EOM nicht stören darf, kann die Modulation durch das ADwin System weggeschaltet werden. Dies geschieht durch einen Analogschalter, der einen Teil der zusätzlich entworfenen Elektronik darstellt (Abb. 5.12).

Eine aufwändigere, jedoch elegantere Variante wäre es, den Lock-In Verstärker softwaremäßig auf dem Signalprozessor zu realisieren. Ob dies auf dem vorhandenen System möglich ist, wurde jedoch nicht geprüft. Vielmehr wurde gezeigt, dass die Lösung prinzipiell funktioniert.



Abb. 5.12: Zusammenspiel von ADwin und Lock-In Verstärker

5.2.3. Intensitätsstabilisierung

Das vorangeganene Unterkapitel beschreibt die Maßnahmen, die zur Kalibrierung und Rekalibrierung des EOM getroffen wurden, um eine höchstmögliche Extinktion des EOM zu gewährleisten. Dieser Abschnitt befasst sich mit den Maßnahmen, die zur Stabilisierung der Lichtamplitude getroffen wurden.

Wie man der Skizze des Versuchsaufbaus (Abb. 5.19) entnehmen kann, wurden dem Haupt-Experiment im Rahmen dieser Arbeit, zwei unabhängige Stabilisierungszweige hinzugefügt:

- Kontinuierliche Stabilisierung des Lichts vor dem EOM
- Stabilisierung des gepulsten Lichtes nach dem EOM

Die kontinuierliche Regelung ist so beschaffen, dass sie empfindlich auf die Einkopplung in die Eingangsfaser des EOM reagiert. Sie regelt somit Intensitätsfluktuationen aus (*engl. beam poin-ting*), die von einer Strahllagenveränderung des Lichtes rühren. Die Stabilisierung des Lichtes im gepulsten Betrieb kann nur durch einen periodisch arbeitenden Regler erfolgen und nutzt den EOM als letztes aktives optisches Element vor den Ionen aus (siehe auch Kap. 5.1).

In diesem Abschnitt wird zunächst auf die Grundlagen der Regelungstechnik eingegangen. Die Beschreibung orientiert sich sich stark an den Erklärungen in [31]. Anschließend werden die verwendeten optischen und elektronischen Elemente als Teile des Regelkreises identifiziert. Die Dynamik des Reglers, der per Software auf dem Signalprozessor realisiert wird, wird im Anschluss besprochen.

Grundlagen der Regelungstechnik

Ein Regler hat die Aufgabe, das Ausgangssignal eines Systems (z.B. Lichtintensität) so einzustellen, dass ein Vergleich des Signals mit einem Sollwert eine Differenz von Null aufweist. Dieses Vergleichssignal wird als Fehlersignal bezeichnet. Es ermöglicht dem Regler, einer Abweichung des Systems vom Sollwert entgegenzuwirken. Das so eingeregelte Ausgangssignal des Systems wird erneut mit dem Sollwert verglichen usw.. Dieses Prinzip der Rückkopplung (*engl. feedback*) stellt die Grundlage eines jeden Reglers dar (Abb. 5.13).



Abb. 5.13: Prinzip einer Regelschleife

Zur mathematischen Beschreibung eines Reglers, ist es zunächst sinnvoll, einige systemtheoretische Begriffe einzuführen.

Die Ubertragungsfunktion eines Systems ist definiert als das Verhältnis einer Ausgangsgröße zu einer Eingangsgröße und wird in der Systemtheorie oftmals in Abhängigkeit der Frequenz angegeben. Eine Darstellung im Frequenzraum gelingt durch die Laplace-Transformation aller zeitabhängigen Größen und Übertragungsgliedern und hat den Vorteil, dass sich viele Problemstellungen einfacher lösen lassen. Die Laplace-Transformation ist im Wesentlichen eine Fouriertransformation mit unsymmetrischen Grenzen und für eine zeitabhängige Funktion f(t) gegeben als:

$$\mathcal{L}\left(f\left(t\right)\right) = \int_{0}^{\infty} ds f\left(t\right) e^{-st}.$$
(5.15)

Der Parameter s enthält mit $s = i\omega$ die komplexe Frequenzabhängigkeit der transformierten Funktion. Die Lösung für den Zeitbereich erhält man durch inverse Laplace-Transformation, die für die meisten Probleme tabelliert vorliegt.

Für oben abgebildete Regelschleife (Abb. 5.13) erhält man den Ausgangswert $Y_{aus}(s)$ als Funktion der Frequenz mit:

$$Y_{\text{aus}}(s) = S(s) \left((Y_{\text{ein}}(s) - Y_{\text{aus}}(s)) G(s) + Z(s) \right)$$
(5.16)

$$= \underbrace{\frac{S(s)G(s)}{1+S(s)G(s)}}_{H(s)}Y_{ein}(s) + \underbrace{\frac{S(s)}{1+S(s)G(s)}}_{H'(s)}Z(s).$$
(5.17)

Wie in Abb. 5.13 verdeutlicht, beschreiben Y_{ein} und Y_{aus} das Ein- und Ausgangssignal der Regelschleife. G(s) und S(s) beschreiben die Übertragungsfunktionen des Reglers und des zu regelnden Systems. Z(s) stellt den funktionalen Zusammenhang zwischen einer äußeren Störgröße und dem System her. Die beiden Übertragungsfunktionen $H(s) = Y_{\text{aus}}/Y_{\text{ein}}$ und $H'(s) = Y_{\text{aus}}(s)/Z(s)$ geben die Dynamik des Systems unter einer variierenden Eingangsgröße (unter Vernachlässigung der Störung) bzw. unter Störeinfluss (unter Vernachlässigung des statischen Eingangssignals) wieder.

Für eine kontinuierliche Intensitätsstabilisierung des Lichtes, stellt Y_{ein} einen konstanten Wert dar, während die Störgröße Z(s) unvorhersehbar fluktuiert. Die Funktion H'(s) gibt daher die Dynamik des Systems unter Störung wieder. Die Auswirkung einer Störung auf das System kann daher minimiert werden, indem H'(s) so klein wie möglich gewählt wird. Ein trivialer Ansatz wäre, G(s) so groß zu wählen, dass sich H'(s) Null annähert. Dies ist jedoch praktisch nicht möglich, wie im Folgenden erklärt wird.

Jedes Element im Signalweg führt zu einer Verzögerung des Signals und verursacht so eine Phasenverschiebung zwischen Eingangs- und Ausgangssignal, die umso größer wird, je größer die Frequenz ω ist. Beträgt die Phasenverschiebung gerade 180°, so wird die Amplitude des rückgekoppelten Signals bei dieser Frequenz ω_{krit} invertiert. Das Fehlersignal verhält sich dann entgegengesetzt seines beabsichtigen Verhaltens und treibt den Regler in die falsche Richtung. Als Konsequenz beginnt das System zu schwingen, was einen fatalen Ausgang - etwa die Zerstörung des Systems - zur Folge haben kann. Die Realisierung eines sicheren und auch effektiven Regelkreises erfordert daher eine minimale Phasendifferenz (Phasenreserve) zwischen Eingangs- und Ausgangssignal von mindestens 30°. Für einen PI-Regler (Proportional-Glied und Integrator), wie nachfolgend beschrieben, hat sich aus diesem Grund ein empirisches Verfahren bewährt, um die Regelparameter in Praxis zu bestimmen.

Die einfachste Möglichkeit auf eine Regelabweichung (Fehlersignal $\neq 0$) zu reagieren, wäre es, einen Proportionalregler einzusetzen.

$$G(s) = k_{\rm p} \tag{5.18}$$

Der Vorteil dieser Regelung bestünde darin, dass der Betrag der Übertragungsfunktion so lange erhöht werden kann, bis die kritische Phasenreserve erreicht ist. Es hat sich jedoch gezeigt, dass ein Regler, der nur aus einem Proportionalglied besteht, nie den Sollwert erreichen kann. Stattdessen bleibt eine Regelabweichung zum gewünschten Ausgangswert bestehen. Diese Regelabweichung kann beseitigt werden, indem ein Integrator eingesetzt wird, der eine bestehende Regelabweichung aufsummiert und das Regelsignal so lange vergrößert oder verkleinert, bis sich das Fehlersignal auf Null einpendelt. Das Ausgangssignal r(t) hat für einen PI-Regler im Zeitbereich die Form

$$r(t) = k_{\rm p} e(t) + k_{\rm i} \int_0^T e(t) dt.$$
 (5.19)

Dabei ist e(t) das Fehlersignal, k_p und k_i die Regelparameter (*engl. gain*) für den Proportionalteil und den Integrator des Reglers. Die Übertragungsfunktion des Reglers ist durch die Laplace-Transformation gegeben als:

$$G(s) = k_{\rm p} + \frac{k_{\rm i}}{s}.$$
 (5.20)

Nach oben erwähntem empirischen Verfahren erfolgt eine Einstellung des Reglers zunächst nur mit dem Proportionalteil. Dieser wird so lange erhöht, bis das System zu schwingen beginnt. Ausgehend von der Schwingfrequenz $(1/T^{krit})$ und dem kritischen Proportionalitätsfaktor k_p^{krit} kann dann auf einen sicheren Proportionalitätsfaktor (k_p) und den Regelparameter des Integrators (k_i) geschlossen werden:

$$k_{\rm p} = 0,45 \cdot k_{\rm p}^{\rm krit}$$
 $k_{\rm i} = 0,32 \cdot \frac{k_{\rm p}}{T^{\rm krit}}.$ (5.21)

Dieses Verfahren ist benannt nach Ziegler und Nichols. Es hat den Vorteil, dass ein System nicht vollständig charakterisiert werden muss, was sich oft als langwieriges Unterfangen erweist. Die Umgebungsbedingungen können die Systemeigenschaften dahin verändern, dass vormals ermittelte Regelparameter nicht mehr passen. Auch in diesem Fall bietet das Verfahren nach Ziegler und Nichols eine Möglichkeit der schnellen Nachjustage der Parameter.

Digitale Realisierung des Reglers

Ein digitaler Regler muss zur Signalverarbeitung zunächst eine Digitalisierung des analogen Systemausgangs (Messsignal) vornehmen. Dies geschieht in definierten Zeitintervallen mit einer Abtastrate $f_{\rm S} = \frac{1}{T_{\rm S}}$ (engl. sampling rate). Da schnelle Fluktuationen des Systems (> 10kHz) kaum Einfluss auf das Messergebnis haben und zudem die Bandbreite des Reglers überschreiten, bietet sich eine Filterung der erfassten Werte an, bevor das digitale Fehlersignal errechnet wird.

Für diese Aufgabe wurde ein digitaler Filter implementiert, der bei einer Abtastfrequenz von $f_{\rm S} = 40 \rm kHz$ eine Grenzfrequenz von $f_{\rm g} = 8 \rm kHz$ aufweist. Der verwendete Filter sechster Ordnung besitzt eine Übertragungsfunktion gemäß Abb. 5.14.



Abb. 5.14: Übertragungsfunktion des digitalen Filters

Die Filterkoeffizienten, auf deren Bedeutung an dieser Stelle nicht eingegangen wird, können beispielsweise durch die Programmiersprache Python berechnet werden. Das Programm-Skript, das dazu genutzt wurde, ist im Anhang A zu finden.

Der Sollwert des Reglers kann entweder frei vorgegeben, oder nach dem Start des Reglers automatisch auf 90% des Maximalwertes der Transmission gesetzt werden. Zur automatischen Ermittlung des Wertes wird das Transmissionsprofil zunächst über die Bias-Spannung erfasst, während der RF-Eingang auf Masse liegt. Nach einer ersten Kalibrierung des EOM wird dann unter Anlegen einer RF-Spannung (ca. 90% des Maximalwerters) der Wert für den initialen Fehler *e* bestimmt. Die Stellgröße des Reglers wird dann aus dem Fehlersignal durch die digitale Implementierung des PI-Teils errechnet. Der proportionale Anteil P_n ergibt sich durch eine einfache Multiplikation mit dem Proportionalitätsfaktor k_p .

$$P_n = k_{\rm p} e_n \tag{5.22}$$

Der integrative Anteil I_n addiert eine Abweichung vom Sollwert nach jeder Messung zum vorigen Wert I_{n-1} auf.

$$I_n = I_{n-1} + k_i T_s e_n (5.23)$$

Der Index n beschreibt dabei die Iterationsschritte des Reglers, T_s die Zeit, die zwischen zwei Abtastungen des ADC liegt (*engl. sampling time*). Die digitale Reglergleichung ergibt sich schließlich durch Addition beider Anteile.

Im Gegensatz zu analogen Reglern, müssen bei einer digitalen Realisierung zusätzliche Schutzmaßnahmen getroffen werden, um den begrenzten Spannungsbereich der DA-Wandler nicht zu überschreiten. Diese könnten für den Fall eines zu großen oder zu kleinen Eingangswertes eine grob falsche Ausgabe liefern. Insbesondere für den Integrator muss eine Grenze definiert werden, um einen solchen Fehler zu vermeiden (*engl. anti wind-up*). Gleiches gilt für das Steuersignal des Reglers, das zusätzlich den proportionalen Anteil enthält.

Die Regelparameter werden wie für den analogen Regler nach dem Verfahren nach Ziegler und Nichols eingestellt. Das Fehlersignal der Regelung, das zur Bestimmung der kritischen Schwingfrequenz benötigt wird, kann in der ADBasic Entwicklungsumgebung visualiert werden und ermöglicht so eine einfache Bestimmung dieser Parameter.

Da der Regler, wie im nächsten Abschnitt beschrieben, an die experimentellen Zyklen angepasst werden muss, wird die Regelschleife bei einer gewissen Abbruchbedingung angehalten (TTL-Puls der Pulsbox). Der Ausgabewert des Reglers wird dann durch Mittelwertbildung der letzten 100 Steuersignale festgelegt, um zu vermeiden, dass das Ausgangssignal durch kurzzeitige Spitzen im Fehlersignal dominiert wird.

Die Beschreibung des Reglers in der Programmiersprache ADBasic befindet sich in Anhang B. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird bei der dort dargestellten Software-Variante auf die Angabe von Konstrukten, die der Prozesssteuerung dienen, verzichtet.



Abb. 5.15: Experimentelle Sequenzen und Totzeiten des Systems

5.2.4. Implementierung der EOM-Steuerung im Experiment

Als eine der größten Herausforderungen hat sich der Einbau der EOM mitsamt seiner Ansteuerung in das bestehende Experiment erwiesen. Der Grund hierfür ist, dass die Kalibrierung des EOM und die Intensitätsstabilisierung des Lichtes autark ablaufen und keine großartigen Veränderungen am Experiment erfordern sollen. Dies wird ermöglicht, indem Totzeiten im Experimentablauf ausgenutzt werden, während denen die Experimentsteuerung Daten erfasst und auswertet (Abb. 5.15).

Die EOM Steuerung wird dabei durch einen TTL-Impuls (Trigger) der Experimentsteuerung an den Signalprozessor aktiviert. Außerdem wird der RF-Kanal des EOM, der vom Erzeugung der Lichtimpulse verwendet wird, durchgeschaltet. Dies erlaubt der EOM Steuerung die Amplitude des Lichts autark zu stabilisieren.

Die Steuerung des EOM unterteilt sich in verschiedene Prozesse, die nach einem Trigger-Impuls seriell abgearbeitet werden. Die periodische Rekalibrierung und die Stabilisierung stellen dabei die wichtigsten Prozesse dar, weil sie für jede Aktivierung des Systems durchlaufen werden. Wird das Experiment jedoch zum ersten Mal gestartet, so muss zunächst gewährleistet werden, dass es in einen definierten Anfangszustand übergeht. Insbesondere muss der Sollwert der Regelung an aktuelle Bedingungen anpasst werden. Aus diesen Gründen wurde eine Zustandsmaschine (*engl. state machine*, Abb. 5.16) entworfen, die den Initialisierungsprozess automatisch vollzieht. Dabei wird berücksichtigt, dass beide Systeme anfänglich nicht synchron laufen. Dies bedeutet, dass einzelne Prozesse für den ersten Trigger-Impuls unter Umständen nicht vollständig abgearbeitet werden können. Spätestens nach dem zweiten Puls ist aber eine vollständige Initialisierung vollzogen, sodass das System in den kontinuierlichen Betrieb (Kalibrierung und Stabilisierung) übergeht.



Abb. 5.16: Zustandsmaschine der automatisierten EOM Steuerung

Die einzelnen Zustände der Steuerung werden auf dem ADwin System durch eigene Prozesse realisiert und werden zu gegebenem Zeitpunkt aufgerufen. Die Kommunikation zwischen den Prozessen wird ermöglicht, indem jedem Prozess eine globale Variable zugeteilt wird, deren Wahrheitswert nach einer erfolgreichen Prozessausführung gesetzt wird. Anhand dieser Markierungen (*engl. flags*) ist es jedem Prozess möglich, nach dem aktuellem Zustand des Systems zu handeln.

Nach der Inititalisierungsphase sind nur noch drei Prozesse aktiv, die für die Rekalibrierung und Intensitätsstabilisierung verantwortlich sind:

- 1. Grob-Scan der Bias Transmission (RF auf Masse)
- 2. 2 X Fein-Einstellung der Bias-Spannung mittels Lock-In Verstärker (RF auf Masse)
- 3. Intensitätsstabilisierung des RF-Kanals (Bias wird gehalten)

Die Intensitätsstabilisierung als letztes Glied der Kette findet so lange statt, bis das Verschwinden des Trigger-Pulses einen Abbruch signalisiert. Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, findet dann eine Mittelwertbildung über die letzten 100 Regelsignale statt und der Mittelwert wird als Regelsignal gehalten. Dann werden die Zustandsvariablen der Haupt-Prozesse zurückgesetzt. Anschließend wird der erste Prozess aufgerufen (Grob-Scan), der auf das Trigger-Puls des nächsten Zyklus wartet.

Kommt es zu einer zwischenzeitlichen Unterbrechung, z.B. während des zweiten Prozesses, so fällt das System ebenfalls in den ersten Prozess zurück, wobei das Steuersignal des letzten gültigen Prozesses beibehalten wird. So wird sichergestellt, dass selbst für den Fall eines Fehlers, das Experiment vorübergehend weiterlaufen kann. Prozesse, die zur Initialisierung benötigt werden, z.B. das Finden und Setzen des Sollwertes, werden nach erfolgreicher Ausführung nicht mehr aufgerufen. Neben einem automatischen Ablauf ist zudem ein Eingriff von außen, d.h. durch einem Computer möglich, um beispielsweise einen definierten Sollwert der Intensität einzustellen.

Trotz dieser Automatik, mussten am bestehenden System kleinere Eingriffe vorgenommen werden, um eine Inbetriebnahme des EOM zu ermöglichen. Vormals wurde ein AOM eingesetzt, um sowohl die Impulse zu formen, als auch das Licht zu verstimmen. Zur Impulsformung wurde das RF-Signal des AOM durch einen variablen Abschwächer moduliert und sollte nun durch den EOM erfolgen.

Die Synthese der Radiofrequenz, als auch die elektronische Pulserzeugung erfolgen digital über einen DDS-Baustein (*engl. direct digital synthesis*) und einen DA-Wandler, der den variablen Abschwächer treibt. Die Abhandlung aller zeitkritischen Prozesse (z.B. zeitgenaue Programmierung des DDS-Bausteins und des DA-Wandlers) erfolgt durch eine frei programmierbare Logik (*engl. field programmable gate array*, FPGA), die dem aktuellen Experiment entsprechend angepasst werden kann. Zusammen werden diese Komponenten (FPGA, DDS, DAC und variabler Abschwächer) als Puls-Box bezeichnet.

Zur Erzeugung von Lichtimpulsen mit dem EOM ist nur die Impulsform von Interesse, da der EOM mit schnellen DC-Signalen arbeitet. Die Verstimmung hingegen muss nach wie vor durch einen AOM erfolgen. Aus diesem Grund werden beide Signalpfade der Puls-Box gemäß Abb. 5.17 aufgetrennt und im Experiment separat behandelt.



Abb. 5.17: Modifikation der Puls-Box

Die Radiofrequenz wird zunächst durch eine variable Endstufe verstärkt, bevor sie dem AOM zugeführt wird. Dieser Signalzweig wird so Teil der bereits diskutierten kontinuierlichen Intensitätsstabilisierung der Einkopplung in die EOM Eingangsfaser. Das Signal zur Generierung der Pulse hat eine maximale Signalamplitude von ca. 1V und muss nun variabel verstärkt werden, bevor es dem EOM zugeführt wird. Die Regelung dieser Verstärkung durch das ADwin System kontrolliert die Intensität der Laserpulse. Der Verstärker ist Teil der selbst entworfenen Elektronik und ist in Abb. 5.5 schematisch dargestellt. Der ausführliche Schaltplan der Treiberstufe befindet sich in Anhang C.

Die erfolgreiche Implementierung der gesamten Steuereinheit und der peripheren Elektronik lässt



Abb. 5.18: Kalibrierungsprozess des EOM und Intensitätsstabilisierung während einer Totzeit des Experiments

sich anhand des Signals der Pick-up Photodiode ablesen, die in der Addressiereinheit der Ionen (siehe Abb. 5.19) platziert ist (Abb. 5.18).

Nach erfolgter Implementierung bleibt zu klären, mit welcher Stabilität des Lichtes maximal zu rechnen ist. Dazu wird die Photodiode als instabilstes Glied der Regelstrecke charakterisiert (Kap. 5.3). Zuvor wird jedoch ein Gesamtüberblick über alle Veränderungen im Experiment gegeben.

5.2.5. Schema des Gesamtaufbaus



Abb. 5.19: Gesamtüberblick aller Veränderungen im Hauptexperiment.

Abb. 5.19 zeigt den Aufbau des Hauptexperiments nach allen Veränderungen. Der grüne Teil stellt die kontinuierliche Intensitätsstabilisierung vor der Einkopplung in die Eingangsfaser des EOM dar. Die Radiofrequenz für den AOM der kontinuierlichen Regelung stammt aus der Puls-Box. Der blaue Teil des Aufbaus stellt alle Maßnahmen dar, die zur Intensitätsstabilisierung der Lichtpulse vorgenommen wurden. Die Änderungen am System betreffen nur den Pfad des adressierten Lichts. Der Pfad für den globalen Strahl bleibt unverändert und wird in dieser Arbeit nicht weiter diskutiert.

5.3. Charakterisierung der Photodiode

Die Photodiode zur Stabilisierung bezieht ihr Licht über einen Strahlteiler, der unmittelbar vor dem Strahl-Deflektor der Addressierungseinheit steht. Als Strahlteiler kommt eine optische Membran (*engl. pellicle*) zum Einsatz, die eine Reflektivität von 8% aufweist und einen nachträglichen Strahlversatz vermeidet (Typ BP108 von Thorlabs). Aus technischen Gründen liegt die Intensität des zur Regelung verfügbaren Lichtes bei etwa 200μ W. Ein ausreichender Signalpegel am Ausgang der aktiven Photodiode kann durch eine variable Verstärkung von 0dB - 80dB erreicht werden. Für den Detektor im Regelkreis hat sich eine Verstärkung von 20dB als geeignet erwiesen, um das Lichtsignal auf einen elektrischen Signalpegel von einigen Volt zu heben. Allerdings hängt die Signalqualität maßgeblich vom Signal-zu-Rausch Verhalten der verstärkten Diode ab, was für die Intensitäts-Stabilisierung von besonderer Bedeutung ist.

Die folgende Charakterisierung der verwendete Photodiode (Typ PDA-26A von Thorlabs) bezüglich ihrer Stabilitätseigenschaften unterteilt sich in die Ermittlung der kurzfristigen Stabilität (Rauschen) und der Langzeitstabilität (z.B. thermische Drifts).

Photodioden-Rauschen

Der Rauschpegel, der sich als Offset-Spannung des Photodiodensignals bemerkbar macht, setzt sich aus verschiedenen Rauschanteilen unterschiedlicher Herkunft zusammen (siehe auch [32–34]), von denen die wichtigsten genannt werden sollen:

- 1. *Quantenrauschen* ist bedingt durch die Photonenstatistik des Lichtes und vergleichbar mit Schrotrauschen (*engl. shot noise*), das an Ohmschen Widerständen und PN-Übergängen für den elektrischen Strom auftritt.
- 2. Thermisches Rauschen (Johnson-Rauschen) entsteht durch die Brownsche Molekularbewegung von Ladungsträgern in elektrischen Leitern und tritt selbst dann auf, wenn der Leiter stromlos ist.
- 3. Schrotrauschen ist das elektrische Analogon zum Quantenrauschen des Lichts und tritt dort auf, wo Potentialbarrieren zu überwinden sind. Eine Potentialbarriere kann z.B. die Energielücke eines PN-Übergangs sein, wie sie in Verstärkern vorkommen. Auch Widerstände können durch ihre Bauweise Imperfektionen aufweisen die zu gleichen Effekten führen (Kohleschicht- vs. Metallschicht-Widerstände).

Alle genannten Rauscharten haben Frequenzcharakteristika, die sich gleichmäßig über das gesamte Frequenzspektrum erstrecken. Langsame Photodioden mit eingeschränkter Bandbreite haben somit ein besseres Rauschverhalten, als solche mit großer Bandbreite. Für die Stabilisierung des EOMs werden vergleichsweise langsame Signale gemessen, da alle notwendigen Prozeduren in den Totzeiten des Experiments ablaufen. Ein hoher Rauschpegel kann daher durch den Einsatz einer langsamen Photodiode vermieden werden. Trotzdem ist durch das Rauschen, egal welcher Herkunft, die Genauigkeit, mit der ein Signal gemessen werden kann, fundamental begrenzt.

Das Signal-zu-Rauschverhältnis (*signal to noise ratio*, SNR) ist ein Maß dafür, wie stark das gemessene Signal durch die Rauschamplitude fehlerbehaftet ist. Die Lichtintensität kann maximal auf diese Genauigkeit stabilisiert werden. Das Signal-zu-Rauschverhältnis des verwendeten
Detektors wurde über eine Messserie ermittelt, die die Schwankungen des Photodioden-Signals gegen die tatsächliche Leistung doppellogarithmisch abbildet (vgl. [33]). Die Leistung wurde dabei mit einem Intensitätsmessgerät (Typ Vega, Firma Ophir) aufgenommen. Insgesamt wurden Messungen für drei Verstärkungsstufen der Photodiode durchgeführt (Abb. 5.20).



Abb. 5.20: Photodioden-Rauschen bei verschiedenen Intensitäten und für verschiedene Verstärkungen (Typ PDA-36A, Thorlabs).

Aus den Verläufen der Messsignale lässt sich schließen, dass es sich bei dem Rauschen hauptsächlich um klassisches Rauschen (z.B. Verstärkerrauschen handelt), da der Anstieg der Kurven relativ schnell erfolgt. Quantenrauschen hingegen ist aus statistischen Gründen proportional zu \sqrt{I} (mit der Intensität I des Lichts), was in doppellogarithmischer Auftragung höchstens zu einer Steigung von 0,5 pro Dekade führen kann. Mit einem SNR der Photodiode von 0,2% bei 200 μ W ist die theoretische Begrenzung der Stabilisierung mit diesem Wert festgelegt.

Langzeitstabilität der Photodiode

Im vorherigen Abschnitt wurde die durch Rauschen limitierte Kurzzeitstabilität der verwendeten Photodiode diskutiert. Auf längere Sicht beeinflusst insbesondere die thermische Drift der Photodiode die Genauigkeit der Stabilisierung. Zur Charakterisierung werden zwei Photodioden gleichen Typs über einen 50:50 Strahlteiler über längere Zeit verglichen. Dazu wird die Lichtintensität auf eine Photodiode stabilisiert, die so Teil eines Regelkreises ist (*engl. in-loop*). Der andere Detektor beobachtet ebenfalls das Intensitätsverhalten, ist jedoch nicht an der Regelung beteiligt (*engl. out-of-loop*) (Abb. 5.21).

Die Messungen fanden über Nacht im abgedunkelten Labor statt, um Einflüsse äußerer Lichteinstreuung zu vermeiden.

Über viereinhalb Stunden Messdauer wurde eine maximale relative Ungenauigkeit der Photodioden von $\pm 0,4\%$ festgestellt. Die absolute Genauigkeit wurde bei diesem Messaufbau nicht be-



Abb. 5.21: Aufbau zur Charakterisierung der Langzeitstabilität der Photodioden



Abb. 5.22: Relative Abweichung zweier Photodioden über der Zeit.

rücksichtigt. Aus diesem Grund muss über längere Zeit mit Intensitätsfluktuationen des Lichts von mindestens 0,4% gerechnet werden. Wegen ihrer begrenzten kurz- und langfristigen Stabilitätseigenschaften stellt die verwendeten Photodiode als Messreferenz den Flaschenhals der gesamten Intensitätsstabilisierung dar.

Neben den Imperfektionen der Photodiode gibt es weitere Faktoren, die die Stabilität des gesamten Systems beeinflussen. Da diese nur schwer klassifiziert werden können, wurde - wie im nächsten Kapitel beschrieben - eine aufwändige Messung vorgenommen, um die tatsächliche Stabilität des Systems zu prüfen.

6. Versuchsdurchführung und experimentelle Ergebnisse

Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, hochstabile Lichtimpulse am Ort der Ionen zu erzeugen. Das Resultat der Implementierung wird überprüft, indem ein erweiterter Ramsey-Versuch an einem Ion durchgeführt wird, um die Intensitätsfluktuationen des Lichtes zu charakterisieren. Die Störeinflüsse auf das Ion rühren nicht nur von einer schwankenden Lichtintensität, sondern können auch anderen Quellen entstammen. Eine erhöhte Empfindlichkeit auf Intensitätsschwankungen des Lichtes erfordert daher eine Modifikation des Ramsey-Experimentes. Dieses Kapitel beschäftigt sich mit den Techniken, die zur Bestimmung der Intensitätsfluktuationen zum Einsatz kommen.

Beginnend mit dem Ramsey-Experiment, das zunächst in seiner ursprünglichen Form erklärt wird, folgt im zweiten Unterkapitel eine tiefergehende Betrachtung des Experiments. Insbesondere die Variation externer Parameter (Verstimmung und Phase des Lichtes) kann sich stark auf das Ergebnis des Ramsey-Experiments auswirken und wird in diesem Teil des Kapitels eingehend untersucht. Die optimalen Betriebsparameter führen schließlich zur Kohärenzzeit des Systems, die zur Bestimmung einer geeigneten Ramsey-Zeit herangezogen werden kann. Die besondere Auslegung des Experiments auf Intensitätsfluktuationen erlaubt schließlich eine Charakterisierung der Lichtstabilität. Zu guter Letzt wird als Ergebnis dieser Arbeit ein Vergleich der Lichtstabilität zwischen dem aktuellen und dem früheren Aufbau angestellt.

6.1. Ramsey-Experiment

Übergänge zwischen langlebigen Zuständen in Atomen können als Oszillator von Atomuhren genutzt werden. Dabei kann die Frequenz der Oszillation durch die Methode nach Ramsey zugänglich gemacht werden. Nach dieser Methode werden Atome oder Ionen durch einen $\pi/2$ -Puls (Mikrowellen, Laser), zunächst aus dem Grundzustand in einen Überlagerungszustand $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ (Grund-und angeregter Zustand) gebracht. Dann wird dem System eine freie Evolution während der Ramsey-Zeit $T_{\rm R}$ gewährt, bevor ein weiterer $\pi/2$ -Puls folgt (Abb. 6.1). Anschließend wird der Zustand des Systems durch eine Projektion des Atoms auf einen der Basiszustände gemessen.



Abb. 6.1: Schematische Pulsfolge eines Ramsey-Experiments

Für das Ergebnis des Experimentes sind verschiedene Szenarien denkbar, die hauptsächlich auf die Verstimmung des externen Oszillators gegenüber der Resonanzfrequenz des Ions zurückzuführen sind. Laufen beide Oszillatoren mit der gleicher Frequenz, so kommt es zu keiner Phasenverschiebung und das Atom/Ion befindet sich nach dem Experiment im angeregten Zustand. Weichen beide Frequenzen minimal voneinander ab, so kommt es während der Ramsey-Zeit zu einer relativen Phasenverschiebung $\Delta \varphi$ beider Oszillatoren. Beträgt die Phasenverschiebung gerade π , wird das Atom/Ion durch den zweiten $\pi/2$ -Puls in den Grundzustand überführt. Allgemein kann man für das Ergebnis des Experiments festhalten: • $\Delta \varphi = 0$:

Laufen beide Oszillatoren im Gleichtakt, kommt es zu keiner Phasenverschiebung. Für das Ergebnis des Experiments erwartet man das Atom im angeregten Zustand, sodass eine Projektion auf diesen Zustand einen Wert von 1 liefert.

• $\Delta \varphi > 0$:

Für den Fall einer (kleinen) Phasenverschiebung aufgrund einer Frequenzdifferenz liefern projektive Messungen einen Wert kleiner 1.

Für die exakte mathematische Beschreibung dieses Verhaltens, muss man die meist scharf begrenzten Zeitfenster τ^{int} beachten, in denen die $\pi/2$ -Pulse erfolgen. Wie sich durch eine Fouriertransformation zeigen lässt, führen diese zu einem verbreiterten Frequenzspektrum der Anregung [35].

$$\Delta \nu = \frac{\Delta \omega}{2\pi} = \frac{1}{\tau^{\text{int}}} \tag{6.1}$$

Das Gesamtbild, das sich für die Besetzung des angeregten Zustandes nach einem Ramsey-Experiment ergibt (*engl. Ramsey fringes*), wird wegen dieser spektralen Verbreiterung zusätzlich durch eine Einhüllende geprägt. Mit $\delta = (\omega_0 - \omega_L)$ erhält man für die Besetzungswahrscheinlichkeit des angeregten, atomaren Zustands die Funktion

$$|c_1|^2 = \left|\frac{\Omega\tau^{\text{int}}}{2}\right|^2 \left|\frac{\sin(\delta\tau^{\text{int}}/2)}{\delta\tau^{\text{int}}/2}\right|^2 \cos^2\left(\frac{\delta T_{\text{R}}}{2}\right),\tag{6.2}$$

die proportional zur Einhüllenden sinc(x)², mit $x = \delta \tau^{\text{int}}/2$, ist. Der zweite Teil der Funktion (~ \cos^2) beschreibt die eigentlichen Oszillationen durch eine Frequenzverschiebung des Lasers und bleibt für eine verschwindende Phasendifferenz konstant Eins. Für eine minimale Verstimmung hingegen, ist ein starker Abfall des Funktionswertes zu erwarten, der umso steiler ist, je größer $T_{\rm R}$ gewählt wird. Die Breite der Kurve lässt sich quantitativ bestimmen, indem man den Fall betrachtet, bei der die Anregungswahrscheinlichkeit durch die Verstimmung des Lasers $\Delta \nu = \frac{\delta}{2\pi}$ auf die Hälfte ($\pi/4$) abgefallen ist:

$$\frac{\delta T_{\rm R}}{2} = \frac{\pi}{4} \longrightarrow \Delta \nu = \frac{1}{4T_{\rm R}}.$$
(6.3)

Die steile Flanke an diesem Punkt kann dann z.B. als Fehlersignal für eine Regelschleife dienen und dafür genutzt werden, einen externen Oszillator kontinuierlich nachzustimmen. Für Atomuhren, die nach diesem Prinzip funktionieren (z.B. atomare Fontänen), werden Ramsey-Zeiten von bis zu einer Sekunde realisiert, was zu einem scharfen Ramsey-Muster führt. So kann auf kleinste Verstimmungen reagiert werden und eine Kompensation erfolgen.

Für Ionen sind ebenfalls lange Wartezeiten realisierbar und die Kohärenzzeit ist theoretisch nur durch die mittlere Lebensdauer des Übergangs (spontaner Zerfall) begrenzt. In der Realität hingegen spielen auch bei Ionen viele Störgrößen, wie das Magnetfeld zur Aufspaltung der Zeeman-Niveaus, Intensitätsfluktuationen des Lichtes, unkontrolliertes Phasenrauschen des Lichtes usw., wichtige Rollen. Durch den damit verbundenen Verlust des Ramsey-Kontrastes, kann ein Ramsey-Kontrast-Experiment für die Charakterisierung eben solcher Störeinflüsse herangezogen werden. Die Herausforderung dabei besteht darin, das Experiment so umzugestalten, dass nur eine Störgröße, z.B. die Fluktuation der Intensität, Einfluss auf das Resultat hat.

6.2. Bestimmung der Kohärenzzeit mittels Ramsey-Kontrast-Experiment

Die Kohärenzzeit ist in den meisten Fällen eine empirisch zu bestimmende Größe eines Quantensystems. Dies liegt vor allem daran, dass äußere Störeinflüsse und Rauschen oft einer komplexen Beschreibung folgen und nur schwer mathematisch zu fassen sind. Daher wird ein allgemeiner Dämpfungsterm eingeführt, der, bedingt durch zufälliges Rauschen, den Ramsey-Kontrast über die Zeit hinweg vermindert. Neben Rauschen spielt auch die Verstimmung des Lichtes gegenüber der Resonanzfrequenz eine wichtige Rolle. Insbesondere für kurze Ramsey-Zeiten ist es schwierig zwischen Kontrastverlust durch Rauschen oder Kontrastverlust durch Verstimmung zu unterscheiden.

Eine präzise Aussage über die Kohärenzzeit kann nur dann getroffen werden, wenn ein Kontrastverlust durch eine Verstimmung des Lichtes ausgeschlossen werden kann. Dieser Sachverhalt wird im Folgenden anhand verschiedener Szenarien verdeutlicht, die ein Ramsey-Experiment beeinflussen können.

Nachfolgende Überlegungen setzen voraus, dass die Phase des Lichtes und Zeiten viel genauer kontrolliert werden können, als es für das B-Feld und die Lichtintensität der Fall ist. Diese Annahme wird dadurch gerechtfertigt, dass alle Signale über DDS-Bausteine erzeugt werden (siehe Kap. 5.2.4), denen ein hochgenauer Quarz-Oszillator als Referenz dient. Für den Ausgang eines Ramsey-Experiments, erwartet man ein Muster, das proportional zu Gl. 6.2 ist:

$$|c_1|^2 \sim \cos^2\left(\frac{1}{2}\delta T_{\rm R}\right). \tag{6.4}$$

Wird der Versuchsablauf durch zufälliges Rauschen beeinflusst, so sorgt dies im Mittel für Messwerte, die nicht mehr die gesamte Spanne zwischen 0 (Projektion auf $|0\rangle$) und 1(Projektion auf $|1\rangle$) abdecken, sondern in einem Bereich $[0 + \epsilon, 1 - \epsilon]$ liegen und so zu einem verminderten Kontrast der Messung führen (Abb. 6.2). Dieser Kontrast, der die Spanne zwischen den Maxima eines Ramsey-Experimentes darstellt, ist ein Maß für die Kohärenz des Systems. Geht Phaseninformation verloren (Dekohärenz), schwindet auch der Ramsey-Kontrast (Abb. 6.2). Die das System beeinflussende Rauschamplitude soll für folgende Betrachtungen mit A(t) beschrieben werden.

Unter Variation der Parameter δ (Verstimmung) und $T_{\rm R}$ (Ramsey-Zeit) sind verschiedene Ergebnisse für das Ramsey-Experiment denkbar. Der mathematische Zusammenhang ergibt sich durch eine Erweiterung von Gl. 6.4.

$$|c_1|^2 \sim e^{-aT_{\rm R}} \cos^2\left(\frac{\delta T_{\rm R}}{2}\right) \tag{6.5}$$

Die Dämpfung *a* ist dabei proportional zum zeitlich gemittelten Betragsquadrat der Rauschamplitude $\overline{|A^2|}$. Eine genaue Erklärung befindet sich in [36]. Die unabhängige Variation der verschiedenen Einflussgrößen auf das Ramseyexperiment sind in nachfolgender Auflistung erklärt und in Abb. 6.3 veranschaulicht.



Abb. 6.2: Verminderung des Ramsey-Kontrasts durch Rauschen. Der Zustandsvektor schwankt um den Zustandsvektor ohne Rauschen. Mittelung über dieses Rauschen führt zu einem effektiv verkürzten Zustandsvektor und damit zu einem verminderten Kontrast des Ramsey-Experiments.

1) T_R wird variiert (Abb. 6.3)

a) $\delta = 0, A(t) = 0$:

Dies stellt den perfekten Fall dar. Der Laser ist in Resonanz mit dem atomaren Übergang und es ist keine äußere Störgröße anwesend. Das Ergebnis des Ramsey-Experiments ist für jede gewählte Ramsey-Zeit Eins.

b) $|\delta| > 0, A(t) = 0$:

Die Frequenzverschiebung des Lasers gegenüber dem atomaren Resonanzfrequenz resultiert in einer Phasenverschiebung beider Systeme, die von der Zeit abhängt. In Abhängigkeit der Ramsey-Zeit erhält man so ein oszillierendes Muster der Anregungswahrscheinlichkeit.

```
c) \delta = 0, \overline{A(t)} = 0 mit \langle A \rangle^2 = \sigma^2:
Durch den Einfluss von Rauschen oder einer Störgröße, die im Mittel Null ist, geht die
Phaseninformation des Atoms über die Zeit schneller verloren. Die Kohärenzzeit des Ions
nimmt ab (Abb. 6.2).
```

d) $|\delta| > 0$, $\overline{A(t)} = 0$ mit $\langle A \rangle^2 = \sigma^2$: Zusätzlich zu 1 b) findet unter Rauscheinfluss eine Dämpfung der Amplitude statt.

Anhand dieser Diagramme kann man sehen, dass es gerade für kleine Verstimmungen kaum festzustellen ist, ob die Abnahme des Ramsey-Kontrastes hauptsächlich durch den äußeren Störeinfluss (1c) oder die Verstimmung bedingt ist (1b). Dies wird in Abb. 6.4 explizit für kleine Verstimmungen δ verdeutlicht.

Diesem Umstand kann man Abhilfe verschaffen, indem man die Lichtphase φ als weiteren Parameter einführt, der unabhängig von der Ramsey-Zeit variiert werden kann. Den mathematischen Zusammenhang, der sich für das resultierende Ramsey-Muster ergibt, erhält man durch Erweiterung von Gl. 6.5 mit der Phase φ :

$$|c_1|^2 \sim \cos^2 e^{-aT_{\rm R}} \left(\frac{\delta T_{\rm R} + \varphi}{2}\right). \tag{6.6}$$

Auch hier ergeben sich verschiedene Resultate, abhängig von der Variation der Parameter. Im Gegensatz zur vorherigen Überlegung wird die Ramsey-Zeit $T_{\rm R}$ konstant gehalten.



Abb. 6.3: Zeitliche Verläufe eines Ramsey-Experimentes unter Variation von δ und dem Einfluss von Störungen.

- 2) φ wird variiert, $T_{\rm R} = \text{const.}$ (Abb. 6.6)
 - a) $\delta = 0, A(t) = 0$:

Da der Laser nicht verstimmt ist, kann eine zusätzliche Phase φ zu einer scheinbaren Verschlechterung des Ramsey-Kontrastes zu einem festen Zeitpunkt $T_{\rm R}$ führen. Dies ist bedingt durch die Verschiebung des Ramsey-Musters und hat den gleichen Effekt wie ein verstimmter Laser.

b) $|\delta| > 0$, A(t) = 0: Durch eine Verstimmung δ des Lasers ist das resultierende Ramsey-Muster gegenüber a)

zusätzlich phasenverschoben.

- c) $|\delta| > 0$, $\overline{A(t)} = 0$ mit $\langle A \rangle^2 = \sigma^2$, Zeitpunkt $T_{\mathrm{R},1}$: Wie zu erwarten nimmt der Ramsey-Kontrast für eine Ramsey-Zeit $T_{\mathrm{R},1}$ unter Anwesenheit eines äußeren Störeinflusses ab.
- d) $|\delta| > 0$, $\overline{A(t)} = 0$ mit $\langle A \rangle^2 = \sigma^2$, Zeitpunkt $T_{\mathrm{R},2} > T_{\mathrm{R},1}$: Der Effekt aus c) ist im direkten Vergleich mit einer längeren Ramsey-Zeit $T_{\mathrm{R},2} > T_{\mathrm{R},1}$ deutlich zu erkennen.

Für dieses Beispiel ist ebenfalls zu erkennen, dass die Anregungswahrscheinlichkeit zu einem gewissen Zeitpunkt $T_{\rm R}$ maßgeblich durch die Verstimmung des Lasers bestimmt wird. Der Ramsey-Kontrast lässt sich auf diese Weise nicht eindeutig bestimmen. Daher müssen beide Verfahren (Zeitliche Abtastung und Abtastung der Phase) kombiniert werden, um die tatsächliche Kohärenzzeit zu finden. Für jede gewählte Ramsey-Zeit erfolgt daher eine Abtastung der Phase, um



Abb. 6.4: Verlauf der zeitlichen Kohärenz im Idealfall und unter kleinen Verstimmungen $|\delta| > 0$



Abb. 6.5: Schematik: Ramsey Experiment mit veränderlicher Lichtphase φ des zweiten Ramsey-Pulses.

das Maximum und Minimum der Anregung (Kontrast) festzustellen. Das Ergebnis eines solchen langwierigen Verfahrens ist in Abb. 6.7 dargestellt.

Bei einer Kohärenzzeit von ca. 38,5ms kann man anhand des Diagramms weiterhin erkennen, dass nur für Zeiten <1 ms der Kontrast deutlich größer als 90% ist. Weder spontaner Zerfall, Magnetfeldrauschen noch Intensitätsfluktuationen zeigen auf dieser Zeitskala große Auswirkungen. Dieser vergleichsweise kurze Zeitbereich ist somit gut geeignet, um ein modifiziertes Ramsey-Experiment durchzuführen und somit sehr empfindlich, um Intensitätsfluktuationen zu bestimmen.

6.3. Ramsey-Experiment mit AC-Stark Pulsen

Für Ramsey-Kontrast-Experimente, wirken sich Fluktuationen verschiedener externer Parameter gleich aus und sind quasi nicht voneinander zu unterscheiden. Dennoch benötigt man eine Methode, Intensitätsfluktuationen des Lichts genau zu messen. Dazu bedarf es einer Modifikation des Experiments, die im Folgenden beschrieben wird.

Anstatt nur mit resonanten Anregungen auf dem Trägerübergang zu arbeiten, wird zusätzlich ein AC-Stark-Puls in der Zeit der sonst freien Präzession angewandt. Durch die große Verstimmung gegenüber der Resonanz (typischerweise 20-40 MHz), ist eine weitere Anregung des Ions stark



Abb. 6.6: Ramsey-Kontrast unter Veränderung der Lichtphase zu einer festen Ramsey-Zeit $T_{\rm R}$.

unterdrückt und der Bloch-Vektor verlässt die Äquatorialebene der Bloch-Sphäre nicht $(\frac{d}{dt}|c_1| = \frac{d}{dt}|c_2| = 0)$. Durch die stark nicht-resonante Wechselwirkung fängt der Vektor jedoch an um die z-Achse der Bloch-Sphäre zu rotieren, da das Ion durch die Energieverschiebung über den AC-Stark-Effekt einen Phasenversatz gegenüber dem Lichtfeld aufsammelt. Wie in Kap. 3.3.2 hergeleitet wurde, beträgt die Energie-Verschiebung

$$\Delta E_{\rm AC} = \hbar \frac{\Omega^2}{4\Delta} \sim \frac{I}{4\Delta}.$$
(6.7)

Das Experiment wird somit wesentlich empfindlicher gegenüber der Intensität I, als dies bei einer Rabi-Oszillation der Fall ist (~ \sqrt{I}). Der Phasenversatz, den das Ion im Laufe des AC-Stark-Pulses aufsammelt, kann über

$$\Phi = \int_0^{T_{\rm R}} \frac{\Delta E}{\hbar} dt \sim \frac{1}{4\Delta} \int_0^{T_{\rm R}} I dt$$
(6.8)

errechnet werden und wird über die Intensität und Dauer so festgelegt, dass er für das Experiment ein n-faches von π beträgt. Die Fluktuationen der Intensität wirken sich proportional auf diese Phasenverschiebung aus. Diese Phasenverschiebung kann gemessen werden, indem eine weitere Drehung ($\pi/2$ -Puls) um die y-Achse der Blochkugel vorgenommen wird, der eine Projektion auf $|1\rangle$ folgt. Über eine Vielzahl an Messungen ergibt sich eine Verteilung um den Mittelwert 0,5 (der Besetzung von $|c_1|^2$). Anhand der Breite dieser Verteilung können Rückschlüsse auf die Fluktuationen des Lichtes gezogen werden. Diese sind direkt proportional zur Streuung um den gemessenen Mittelwert.



Abb. 6.7: Ramsey-Kontrast an einem Ion. Die Kohärenzzeit (e^{-1} Zerfallszeit) beträgt bei dieser Messung $\approx 38,5$ ms

6.3.1. Statistisches Rauschen

Bislang wurde vernachlässigt, dass statistisch bedingt eine weitere Rauscherscheinung zum Vorschein tritt (*engl. projection noise*). Wie in allen Zufallsexperimenten, bei denen es nur zwei mögliche Antworten gibt, erhält man nach einer gewissen Anzahl von Versuchszyklen eine binomiale Häufigkeitsverteilung, deren Breite durch

$$\Delta p_{\rm pn} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}},\tag{6.9}$$

gegeben ist. Der Mittelwert bzw. der Erwartungswert der Verteilung wird mit p bezeichnet, N ist die Anzahl experimenteller Zyklen. Für einen Erwartungswert von 1/2 und 150 Zyklen, ist die Streuung mit 5% erheblich. Für die Auswertung der Daten im nächsten Unterkapitel wird der Erwartungswert aus dem jeweiligen Datensatz berechnet. Die Analyse der Daten berücksichtigt darüber hinaus die statistischen Schwankungen.

6.4. Versuchsdurchführung und Ergebnisse

Zur Bestimmung der Intensitätsfluktuationen des Lichtes werden insgesamt acht verschiedene Ramsey-Zeiten untersucht. Alle Ramsey-Zeiten führen bei gegebener Intensität zu relativen Phasenverschiebungen, die als Vielfache von π gewählt sind. Für eine ältere Messung, die als Vergleich herangezogen wird, wurden für jede Phasenverschiebung 200 Messungen mit jeweils 100 Zyklen vorgenommen. Die Abfolge der verschiedenen π -Zeiten erfolgte nacheinander. Für die aktuelle Messung werden 30 Messungen zu je 150 Zyklen für die verschiedenen Ramsey-Zeiten vorgenommen. Gemäß Abb. 6.8 erwartet man für Ramsey-Zeiten, die ganzen Vielfachen von π entsprechen



Abb. 6.8: Ramsey-Kontrast-Experiment mit AC-Stark Pulsen. Die Länge des AC-Stark-Pulses wird so gewählt, dass die Phasendrift des Blochvektors ganze Vielfache von π beträgt.

einem Mittelwert aller Messungen von 0,5. Wie in nachfolgender Rechnung gezeigt wird, lässt sich über die Breite der Verteilung um diese Mittelwerte auf die Intensitätsschwankungen des Lichts schließen.

Die Phasendrift Φ , die während eines AC-Stark-Pulses stattfindet, lässt sich als langsame Rabi-Oszillation auffassen. Dadurch, dass am Ende dieser Drift eine Drehung um die *y*-Achse der Blochsphäre erfolgt, wird die 'Anregung' dieser Rabi-Oszillation auf die *z*-Achse projiziert. Für den Mittelwert $p = |c_1|^2$ der Messung erhält man:

$$p = \frac{1}{2} \left(1 + \cos\left(2\Phi + \frac{\pi}{2}\right) \right). \tag{6.10}$$

Die Breite der Schwankung erhält man ferner durch

$$\Delta p = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \Phi} \Delta \Phi} \tag{6.11}$$

$$= \frac{1}{2} \underbrace{\sin\left(2n\pi + \frac{\pi}{2}\right)}_{1} 2\Delta\Phi \tag{6.12}$$

$$= \Delta \Phi. \tag{6.13}$$

Nimmt man nur die Lichtintensität als fehlerbehaftete Größe an (s.o.), so gilt nach Gl. 6.7 und 6.8:

$$\Delta \Phi \sim \Delta I$$
 (6.14)

$$= kI. (6.15)$$

Die Konstante kfasst dabei alle anderen vorkommenden Größen zusammen. Nach diesem Zusammenhang gilt dann:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi} = \frac{\Delta I}{I} \tag{6.16}$$

Mit $\Phi = n\pi$ (gewählt), lässt sich Gl. 6.11 umformulieren zu:

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta p}{n\pi} \tag{6.17}$$

Diese Formel gilt unter Vernachlässigung des statistischen Rauschens. Für die Auswertung der Messergebnisse, gilt es das statistische Rauschen vorher Δp herauszurechnen:

$$\Delta p = \sqrt{\Delta p_{\text{total}}^2 - \Delta p_{\text{pn}}^2}.$$
(6.18)

 $\Delta p_{\rm total}^2$ ist die Varianz der gesamten Messreihe.

Abb. 6.9 zeigt die ausgewerteten Messreihen für die aktuelle und die ältere Vergleichsmessung. Im oberen Diagramm sind die Mittelwerte für die verschiedenen Ramsey-Zeiten dargestellt, im unteren die relativen Fehler dieser Werte. Bemerkenswert ist die periodische Schwankung der aktuellen Messwerte um den Mittelwert 0,5. Dies lässt auf eine geringfügig falsch eingestellte π -Zeit schließen.



Abb. 6.9: Ramsey-Experiment mit AC-Stark Pulsen zur Charakterisierung der relativen Intensitätsfluktuationen für verschiedene Ramsey-Zeiten. Der obere Graph zeigt die Mittelwerte der Messung, der untere die relative Abweichung dieser Werte (Intensitätsfluktuation).

Man sieht eine deutliche Besserung von ca. 1% der relativen Schwankungen im Vergleich zu vorher. Dies ist allerdings nicht mit den Messungen auf der Photodiode vereinbar, für die ein weitaus kleinerer Wert ermittelt werden konnte. Die Ursache der restlichen Schwankungen muss daher aus anderen Quellen stammen. Mögliche Erklärungen könnten beispielsweise der Strahlversatz sein, der nach der Stabilisierung auftritt (Objektiv, freie Weglänge) oder ein stark fluktuierendes Magnetfeld.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Ionensysteme stellen zur Zeit eine der stabilsten und vielversprechendsten Quantensysteme dar, die einem Quantencomputer als Grundlage dienen könnten. Fehlerhafte Quantengatter-Operationen und die Skalierbarkeit solcher Systeme sind derzeit die großen Herausforderungen, die es seitens der Forschung zu bewältigen gilt. In dieser Arbeit wurde versucht, den Einfluss einer dominanten Fehlerquelle zu verringern.

Zur Manipulation des Quantenzustands von Ionen mit Licht, werden Laserimpulse spezifischer Intensität und Länge benötigt. Während die Länge von Lichtimpulsen sehr genau kontrolliert werden kann, sind die relativen Intensitätsschwankungen des Lichts mit einigen Prozent erheblich. Dies geht hauptsächlich auf den weit verbreiteten Einsatz von akusto-optischen Modulatoren zurück, die mit einer schaltbaren Radiofrequenz betrieben werden. Durch die Deponierung von Schallenergie im Kristall, unterliegen solche Modulatoren einer starken thermischen Drift, die sich auf die Intensität des modulierten Lichtes auswirkt. Alternativ dazu können Modulatoren auf elektro-optischer Basis verwendet werden. Wie in dieser Arbeit gezeigt wird, wird das Verhalten elektro-optischer Modulatoren auch von einer Drift geprägt, die jedoch kompensiert werden kann. Ein großer Vorteil von integrierten elektro-optischen Modulatoren sind die niedrigen Steuerspannungen, die zur Modulation von Licht benötigt werden. Dies erlaubt eine aktive Stabilisierung der Lichtintensität nach dem Modulator. Dass dies sowohl im kontinuierlichen, als auch im gepulsten Modus des Modulators funktioniert, wird in dieser Arbeit ausführlich gezeigt und erklärt. Durch die Stabilisierungsmaßnahmen, sowohl des elektro-optischen Modulators (Drift), als auch der Lichtintensität, konnten die relativen Intensitätsfluktuationen um einen Faktor von ca. 1,5 verbessert werden. Dies stellt einen aussichtsreichen Ausgangspunkt dar, um die Güte von Quantengattern stark zu verbessern. Zum Ende dieser Arbeit konnte dies jedoch aufgrund technischer Probleme im Labor nicht mehr demonstriert werden.

Eine mögliche Verbesserungen des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Systems wäre beispielsweise eine vollständig digitale Implementierung aller Regel-und Stabilisierungsmechanismen. Mit schnellen AD- und DA- Wandlern könnten dann einzelne Pulse auf der Mikrosekunden-Skala aufintegriert und einzeln stabilisiert werden. Zusätzlich könnte man über eine vollständige Implementierung aller aktiven optischen Elemente in einen einzelnen elektro-optischen Modulator nachdenken. Dieser könnte sowohl die Verstimmung des Lichts, die Stabilisierung der Polarisation, die Ausregelung des Faser-Rauschens als auch die Stabilisierung der Lichtintensität vornehmen. Vorteile wären ein kleinerer Aufbau, eine wesentlich höherer mechanische und optische Stabilität, sowie ein geringerer optischer Leistungsverlust.

A. Digitaler FIR-Filter

Folgender Code in der Skriptsprache Python beschreibt einen digitalen Tiefpass-Filter mit einer Grenzfrequenz von 8kHz bei einer Abtastrate des AD-Wandlers von 20kHz. Die resultierenden Filter-Koeffizienten werden in einem Datenfeld auf dem Signalprozessor gespeichert. Um den Filter auf einen Datensatz anzuwenden, werden die abgetasteten Werte in einen Ringpuffer (FIFO) geladen und für jeden Zyklus des DSP mit den Filterkoeffizienten multipliziert. Anschließend der Mittelwert aller Produkte gebildet. Das Ergebnis stellt eine Integration über ein Signal dar, bei der Frequenzanteile oberhalb der Grenzfrequenz stark geglättet werden (Tiefpass sechster Ordnung).

Bemerkung: Da es sich um einen Filter endlicher Impulsantwort handelt (engl. finite impulse response, FIR), benötigt man zusätzlich eine Fensterfunktion, um das Frequenzverhalten des Filters zu verbessern. Für den verwendeten Filter wurde eine Blackman-Fensterfunktion verwendet. Auf die genaue Beschreibung der Funktion des Filters und Bedeutung dieser Funktion wird in dieser Arbeit nicht eingegangen, kann jedoch in [37] nachgeschlagen werden.

Listing 3: FIR Filter mit einer Grenzfrequenz von 8kHz/20kHz

```
from scipy.signal import *
1
\mathbf{2}
3
   n = 7
                     # Filterordnung ist n-1
4
   ratio = 8./20
                     # relative Grenzfrequenz
5
6
   k = firwin(n, cutoff=ratio, window = 'blackman')
7
8
   # Die 7 Filterkoeffizienten sind in k[i] hinterlegt.
9
   #
     In diesem Fall lauten die Koeffizienten:
10
     k[1] = 1.0741e - 18
   #
     k[2] = 0.0151
11
   #
12
   \# k[3] = 0.2367
13
   \# k[4] = 0.4964
   \# k[5] = 0.2367
14
15
   \# k[6] = 0.0151
16
   \# k[7] = 1.0741e - 18
```

B. Digitaler PI-Regler

```
Listing 4: Programmcode digitaler PI-Regler
```

```
1
   Rem Kontinuierlicher, digitaler Regler ohne 'sample and hold'.
2
3
   Dim set As Float
                             ' Sollwert
4 Dim mean As Long
                             ' Signal nach Tiefpass
                             ' Fehlersignal
   Dim err As Float
5
                             ' Ausgang Proportionalglied
6
   Dim prop As Float
   Dim pror
Dim int As Float
                            'Ausgang Integrator
7
                             ' Regelsignal total
8Dim out As Floatπεμευδυμιώς9Dim int_lim As Float' Integrationslimit10Dim maxout As Float' maximales Ausgangssignal11Dim Kp As Float' Proportionalitätskonstante
8
   Dim out As Float
                             ' Integrationskonstante
12 Dim Ki As Float
                            ' ADC/DAC OV
13
   Dim zero As Float
                             ' Laufvariable
14
   Dim k As Long
                             ' Laufvariable
15
   Dim i As Long
16
17
   Dim Data_1[7] As Long As Fifo 'PD-Signal
   Dim Data_2[7] As Float
                                        ' Filter Koeffizienten
18
19 Dim Data_3[1000] As Long As Fifo ' Fehlersignal
20
21
   Init:
22
     zero = 32768
23
     set = 60000
                              ' beliebiger Sollwert
                              ' OK für AD633, muss kleiner sein für AD835
24
     maxout = 65536
25
     int_lim = set - zero
26
27
     kp=0.8
28
     ki=0.1
29
30
     Rem FIR Filter with n=7, ratio 8kHz/20kHz, window = blackman
31
32
     Data_2[1] = 1.0741e-18
33
      Data_2[2] = 0.0151
      Data_2[3] = 0.2367
34
35
      Data_2[4] = 0.4964
36
      Data_2[5] = 0.2367
37
      Data_2[6] = 0.0151
38
      Data_2[7] = 1.0741e-18
39
40
     Rem Initialisierung des Integrators und der Datenfelder
41
     int = 5000
42
43
     Fifo_Clear(1)
44
45
     Fifo_Clear(3)
46
      i = 1
47
```

```
48
    Processdelay = 2000 '2000*25ns = 50e-06s (20kHz)
49
50 Event:
51
     If (i \le 7) Then
52
       Data_1=ADC(1)
                            'Füllt Data_1 mit Messwerten
       i = i+1
53
54
     Else
55
       (i > 7) Then
       Data_1 = ADC(1)
56
57
58
       mean = 0
       For k = 1 to 7 'Wende Filter an
59
60
         mean = mean + (Data_1-zero)*Data_2[k]
61
       Next k
62
63
       mean = mean + zero
       err = set - mean
                            ' Fehlersignal
64
                           ' speichere Fehlersignal
65
       Data_3 = err
66
67
       Rem Integrator
68
69
       If ((int>=-int_lim) And (inte <= int_lim)) Then</pre>
70
         int = int + Ki*err
71
       Endif
72
73
       Rem Proportionalteil
74
75
       prop = Kp*prop
76
77
       Rem Regelsignal
78
79
       out = int + prop + zero
80
81
       If (out >= maxout) Then
82
        out = maxout
83
       Endif
84
       If (out >= zero) Then
85
86
         Dac(2,out)
87
       Else
         Dac(2,zero)
88
89
       Endif
90
     Endif
91
92
     If (i > 7) Then
93
       i = 8
94
     Else
      i = i+1
95
96
     Endif
```

81

C. Treiberelektronik EOM

In nachfolgender Abbildung ist der Schaltplan der Treiberelektronik skizziert. Der Übersicht halber wird nur der analoge Teil der Schaltung dargestellt. Auf die Ausführung der Logik und aller Stromversorgungen wurde verzichtet, da es sich um Standardschaltungen handelt.



Literatur

- R. P. Feynman, Simulating physics with computers, Int. Journal of Theoretical Physics 21, 467 (1982).
- [2] R. P. Feynman, Quantum mechanical computers, Foundations of Physics 16, 507 (1986).
- [3] E. Fredkin and T. Toffoli, *Conservative logic*, Int. Journal of Theoretical Physics 21, 219 (1982).
- [4] C. Bennet and G. Brassard, Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing, in Proceedings of IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing, 1984.
- [5] C. H. Bennet, Quantum cryptography using any two nonorthogonal states, Phys. Rev. Lett 68, 3121 (1992).
- [6] S. Gulde, M. Riebe, G. P. T. Lancaster, C. Becher, J. Eschner, H. Häffner, F. Schmidt-Kaler, I. L. Chuang, and R. Blatt, *Implementing the Deutsch-Josza algorithm on an ion-trap* quantum computerosza algorithm on an ion-trap quantum computer, Nature 421, 48 (2003).
- [7] P. W. Shor, Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring, in Foundations of Computer Science, 1994 Proceedings, 35th Annual Symposium on, page 124, 1994.
- [8] R. P. Feynman, F. L. Vernon, and R. W. Hellwarth, *Geometrical representation of the* schrödinger equation for solving maser problems, Journal of Applied Physics 28, 49 (1957).
- [9] D. P. DiVincenzo, Two-bit gates are universal for quantum computation, Phys. Rev. A 51, 1015 (1995).
- [10] D. Deutsch, Quantum computional networks, Proc. R. Soc. Lond. A 425, 73 (1989).
- [11] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, Quantum Computation and Quantum Information, Cambridge University Press, 2000.
- [12] D. P. DiVincenzo, The physical implementation of quantum computation, Fortschritte der Physik 48, 771 (2000).
- G. Kirchmair, Quantum non-demolition measurements and quantum simulation, PhD thesis, Universität Innsbruck, 2010.
- [14] C. Roos, *Controlling the quantum state of trapped ions*, PhD thesis, Universität Innsbruck, 2000.
- [15] M. Riebe, Preparation of entangled states and quantum teleportation with atomic qubits, PhD thesis, Universität Innsbruck, 2005.
- [16] T. Deuschle, Kalte Ionenkristalle in einer segmentierten Paul-Falle, PhD thesis, Universität Ulm, 2007.

- [17] I. Bloch, Atomphysik, Vorlesungsskript Universität Mainz 2006/2007.
- [18] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, and D. Wineland, Quantum dynamics of single trapped ions, Rev. Mod. Phys. 75, 281 (2003).
- [19] R. Loudon, The Quantum Theory of Light, Oxford University Press, 2000.
- [20] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, Atom-Photon Interaction, Wiley-VCH, 1998.
- [21] G. Werth, V. N. Gheorghe, and F. G. Major, *Charged Particle Traps II*, Springer, 2009.
- [22] J. I. Cirac and P. Zoller, Quantum computations with cold trapped ions, Physical Review Letters 74, 4091 (1995).
- [23] A. Sørensen and K. Mølmer, Quantum computation with ions in thermal motion, Phys. Rev. Lett 82, 1971 (1999).
- [24] A. Sørensen and K. Mølmer, Ion trap quantum computer with bichromatic light, Fortschritte der Physik 48, 811 (2000).
- [25] J. Benhelm, Precision spectroscopy and quantum information processing with trapped calcium ions, PhD thesis, Universität Innsbruck, 2008.
- [26] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, Fundamentals of Photonics, Wiley-Interscience, 2007.
- [27] Jenoptik AG, Integriert-optische Modulatoren, Technische Information.
- [28] Jäger Computergesteuerte Messtechnik GmbH, ADwin-light-16, Handbuch.
- [29] Jäger Computergesteuerte Messtechnik GmbH, ADbasic, Echtzeit-Entwicklungstool für ADwin Systeme.
- [30] Femto, Datasheet LIA-MVD-200-L.
- [31] G. Kirchmair, Frequency stabilization of a titanium-sapphire laser for precision spectroscopy on calcium ions, Master's thesis, Universität Innsbruck, 2006.
- [32] U. Tietze and C. Schenk, Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer, 2002.
- [33] H. A. Bachor and T. C. Ralph, A Guide to Experiments in Quantum Optics, Wiley-VCH, 2004.
- [34] Hameg Instruments, Fachartikel: Was ist Rauschen?
- [35] C. J. Foot, Atomic Physics, Oxford University Press, 2005.
- [36] T. Monz, P. Schindler, J. Barreiro, M. Chwalla, D. Nigg, W. A. Coish, M. Harlander, W. Hänsel, M. Hennrich, and R. Blatt, 14-qubit entanglement: Creation and coherence, Physical Review Letters 106, 130506 (2011).
- [37] A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, and J. R. Buck, *Discrete-Time Signal Processing*, Prentice Hall, 1999.

Danksagung

Mit dem Abschluss meines Studiums möchte ich mich bei all jenen bedanken, die mir meine Ausbildung ermöglicht und mich auf meinem Weg begleitet haben. Prof. Blatt gilt mein Dank, dass er mich für ein Jahr in seine Arbeitsgruppe aufgenommen und mir ein hervorragendes wissenschaftliches Umfeld geboten hat. Bei Julio Barreiro möchte ich mich in besonderem Maße bedanken. Durch seine Vermittlung konnte ich einen interessanten und prägenden Aufenthalt an der University of Illinois in der Gruppe von Prof. Kwiat verbringen. Seinem Bemühen ist es außerdem zu verdanken, dass ich schließlich in Innsbruck gelandet bin. Vielen Dank, Julio!

Meiner Arbeitsgruppe in Innsbruck möchte ich für eine gute Zusammenarbeit danken, vor allem aber für die schöne Zeit außerhalb der Universität. Ich werde die gemeinsamen Bergtouren und die schönen Abende im Pub vermissen.

Meine Freunden, Kommilitonen und Mitbewohnern in Mainz danke ich für eine unvergessliche Zeit als Student. Für die langen Abende, an denen wir Übungsblätter gelöst haben, für die gemeinsamen Klausurvorbereitungen und für die notwendige Abwechslung vom Studium.

Meiner Freundin Anna danke ich für ihr enormes Verständnis und ihre Geduld aufgrund meine langen Auslandsaufenthalte. Durch ihren Rückhalt und ihre Unterstützung hat sie ein großes Opfer erbracht.

Meinen Eltern gebührt der größte Dank. Ohne ihre kompromisslose Unterstützung wäre vieles unerreichbar geblieben. Vielen Dank!

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Mainz, den 30. Mai 2011

Stephan Quint