

Eine Einzelphotonenquelle mit einem $^{40}\text{Ca}^+$ -Cavity-QED System

Diplomarbeit

vorgelegt von
Andreas Stute

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Fakultät für Mathematik und Physik

durchgeführt am
Institut für Experimentalphysik
Leopold-Franzens-Universität Innsbruck
Arbeitsgruppe Prof. Dr. R. Blatt

Innsbruck / Freiburg
September 2007

Diese Diplomarbeit wurde in der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Rainer Blatt an der Universität Innsbruck durchgeführt und von Prof. Dr. Hanspeter Helm an der Universität Freiburg betreut.

In Gedenken an Michaela,
die das Ende ihrer Diplomarbeit leider nicht erleben durfte.

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Einleitung | 7 |
| 2 | Theoretisches Modell | 11 |
| 2.1 | Hohlraum-Resonator Quantenelektrodynamik | 11 |
| 2.1.1 | Fabry-Perot Resonator | 11 |
| 2.1.2 | Jaynes-Cummings Modell | 12 |
| 2.1.3 | Mastergleichung für ein Zwei-Niveausystem | 18 |
| 2.2 | Populationstransfer im Drei-Niveau-Atom mit Resonator | 19 |
| 2.2.1 | Stimulierter Ramanübergang | 20 |
| 2.2.2 | Hamilton-Operator | 22 |
| 2.2.3 | Mastergleichung | 23 |
| 2.2.4 | Effektive starke Kopplung | 24 |
| 2.3 | Photonenstatistik | 25 |
| 2.3.1 | Die Intensitätskorrelationsfunktion $g^{(2)}$ | 25 |
| 2.3.2 | Berechnung der $g^{(2)}$ -Funktion | 26 |
| 2.3.3 | Veranschaulichung der Photonenzustände | 27 |
| 2.4 | $^{40}\text{Ca}^+$ -Termschema | 33 |
| 2.4.1 | Energieniveaus und Übergänge in $^{40}\text{Ca}^+$ | 33 |
| 3 | Computersimulationen | 37 |
| 3.1 | Quantum Optics Toolbox | 37 |
| 3.2 | Methoden | 37 |
| 3.2.1 | Zeitunabhängiger Hamilton-Operator | 37 |
| 3.2.2 | Zeitabhängiger Hamilton-Operator | 39 |
| 3.3 | Acht-Niveau-Atom mit Resonator | 39 |
| 3.4 | Simulation der Einzelphotonenquelle | 40 |
| 3.4.1 | Berechnung der $g^{(2)}$ -Funktion | 41 |
| 3.4.2 | Ergebnisse | 42 |
| 4 | Experimentelle Realisierung | 47 |
| 4.1 | Ionenfalle | 47 |
| 4.1.1 | Lineare Paulfalle | 47 |
| 4.1.2 | Realisierung der Falle | 48 |
| 4.2 | Resonator | 49 |
| 4.2.1 | Realisierung des asymmetrischen Resonators | 49 |
| 4.3 | Lasersystem | 49 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4.3.1 | 397 nm Laser | 50 |
| 4.3.2 | 866 nm Laser und 785 nm Laser | 52 |
| 4.4 | Hanbury Brown und Twiss Box | 53 |
| 4.4.1 | Aufnahme der Daten und Berechnung der $g^{(2)}$ -Funktion | 54 |
| 5 | Eine rauscharme Photodiode zur „Sample & Hold“ Intensitätsstabilisierung | 57 |
| 5.1 | Ein rauscharmer Photodiodenempfänger | 57 |
| 5.1.1 | Elektrisches Rauschen | 58 |
| 5.1.2 | Rauschen in der Photodiode | 59 |
| 5.1.3 | Transimpedanzverstärker | 61 |
| 5.2 | Messung der Bandbreite des Photodiodenempfängers | 65 |
| 5.3 | Messung des Rauschspektrums des Photodiodenempfängers | 66 |
| 5.4 | „Sample & Hold“ PI Regler | 69 |
| 5.5 | Messung des Rauschens des Lasers mit/ohne Intensitätsstabilisierung | 70 |
| 6 | Eine Einzelphotonenquelle mit einem $^{40}\text{Ca}^+$-Ion | 73 |
| 6.1 | Allgemeine Prozedur | 73 |
| 6.1.1 | Fangen eines Ions | 73 |
| 6.1.2 | Einstellen des Resonators | 75 |
| 6.1.3 | Durchfahren der Stehwelle | 75 |
| 6.1.4 | Aufnahme der Resonanzfrequenzen des Resonators | 75 |
| 6.1.5 | Pulssequenzen | 75 |
| 6.2 | Messung der Einzelphotonenquelle | 77 |
| 6.2.1 | Pulssequenzen | 77 |
| 6.2.2 | Einfluß der Länge des Pumpimpulses | 81 |
| 6.2.3 | Maximale Effizienz | 81 |
| 7 | Zusammenfassung und Ausblick | 83 |
| A | Schaltplan Sample & Hold PI-Regler | 85 |
| B | Exponentialreihe | 87 |
| | Literaturverzeichnis | 93 |

1 Einleitung

In der Quantenoptik steht die Wechselwirkung von Licht und Materie im Mittelpunkt des Interesses. Dabei sind in den letzten Jahrzehnten große Fortschritte gemacht worden, diese Wechselwirkung auf der Ebene einzelner Atome und Photonen zu studieren. Ein einzelnes neutrales Atom sowie Ion kann gefangen, gekühlt und manipuliert werden [1–3]. Sein Fluoreszenzlicht zeigt einzelne, zeitlich voneinander getrennte Photonen und war das erste experimentelle Beispiel für einen quantenmechanischen bzw. nicht-klassischen Lichtzustand [4].

Für das Studium der Wechselwirkung eines einzelnen Atoms mit einem einzelnen Photon reicht es jedoch nicht aus, einzelne Atome und Photonen nachzuweisen. Vielmehr möchte man diese in deterministischer Weise kontrollieren. Dafür müssen die Zeitskalen der kohärenten, reversiblen Entwicklung des Systems klein gegenüber denen der irreversiblen, dissipativen Verluste des (offenen) Quantensystems sein. Dies ist nur dann der Fall, wenn das System stark gekoppelt ist [5]: Das Atom muß schneller mit der Mode des Photons wechselwirken als mit allen anderen Vakuummoden. Dafür ist es notwendig, das Vakuumfeld in der Umgebung des Atoms zu manipulieren, indem ein Resonator aus zwei Spiegeln um das Atom herum errichtet wird [6]. Sind die Spiegel dem Atom sehr nahe (bei optischen Übergängen im Bereich von μm), so sieht das Atom nur noch die Mode des Resonators. Ein solches System wird in der Hohlraum-Quantenelektrodynamik („Cavity Quantum Electrodynamics“, CQED) studiert [7].

Da in einem CQED-System die Wechselwirkung eines einzelnen Atoms mit einem einzelnen Photon einer wohldefinierten Mode des Lichtfeldes kontrollierbar ist, sind zahlreiche Anwendungen solcher Systeme denkbar.

Auf der einen Seite werden für die Quanteninformationsverarbeitung fliegende Qubits benötigt, welche Quanteninformation zwischen stationären Qubits übermitteln können [8]. So könnten Photonen die Quanteninformation zwischen entfernten Punkten eines Netzwerkes stationärer Quantencomputer übertragen [9], wenn der Prozess des Umschreibens der Information vom Atom auf das Photon reversibel ist.

Auf der anderen Seite können mit solchen Systemen Einzelphotonenquellen realisiert werden, welche z.B. für die Kryptographie [10, 11] und für rein optische Quantencomputer [12–14] notwendig sind. Letztere basieren allein auf linearen optischen Elementen und benötigen neben Strahlteilern und effizienten Photonendetektoren Einzelphotonenquellen. Der wesentliche Charakter einer Einzelphotonenquelle ist die zuverlässige Erzeugung einzelner, ununterscheidbarer Photonen zu vorgegebenen Zeitpunkten. Dies bedeutet nicht nur, dass die Photonen zeitlich getrennt vonein-

ander emittiert werden, sondern auch, dass der Zeitpunkt jeder Photonenerzeugung kontrolliert werden kann. Als Quellen einzelner Photonen kommen zunächst viele Systeme in Frage, die bei näherer Betrachtung jedoch nicht alle diese Anforderungen erfüllen. Würde man z.B. einen gepulsten Laser abschwächen, so erhielte man bei guter Unterdrückung von Pulsen mit mehreren Photonen eine sehr geringe Effizienz für Pulse aus einzelnen Photonen [15]. Verwendet man Photonenpaare, die bei dem Prozeß der parametrischen Ab-Konversion („parametric down conversion“) in nicht-linearen optischen Kristallen [14, 16] erzeugt werden, so triggert die Detektion des ersten Photons das Vorhandensein eines Zweitphotons in einer anderen räumlichen Mode. Hierbei ist jedoch der Zeitpunkt der Photonenerzeugung nicht kontrollierbar. Daher werden für die deterministische Erzeugung einzelner Photonen Quantensysteme verwendet, die aus einem angeregten Zustand heraus nur ein einzelnes Photon emittieren können. Durch gepulste Anregung eines solchen Quantensystems kann der zeitliche Abstand zwischen den einzelnen emittierten Photonen bestimmt werden. Als Quantensysteme werden Quantentröge [17], Quantenpunkte [18], Photonische Kristalle [19], Farbzentren [20, 21], einzelne Moleküle [22], neutrale Atome [23–26] und — entsprechend der vorliegenden Arbeit — Ionen [27] verwendet.

Einzelne Atome sind universell und haben gegenüber den Festkörpersystemen den Vorteil, keine herstellungsbedingten Unterschiede zwischen zwei Exemplaren aufzuweisen. Ein CQED-System mit einem Resonator um das Atom herum bietet zusätzlich den Vorteil der Emission in eine vorgegebene Mode, wodurch sowohl die Effizienz der Erzeugung einzelner Photonen als auch die Kontrolle über den Emissionsprozess erhöht werden.

Experimente im Bereich der CQED mit starker Kopplung wurden zuerst für atomare Übergänge im Mikrowellenbereich [28, 29] durchgeführt. Erst seit etwa einem Jahrzehnt können mit Hilfe hochreflektierender dielektrischer Spiegel auch Experimente im optischen Bereich [5, 6] realisiert werden, in welchem Glasfasern für die Lichtleitung verwendet und die Photonen effizienter nachgewiesen werden können. Dabei können sowohl neutrale als auch geladene Teilchen verwendet werden. Bei den Experimenten mit neutralen Atomen [23, 24] ist es von Vorteil, dass sehr kleine Resonatoren mit Spiegelabständen im $50\ \mu\text{m}$ Bereich gebaut werden können. Somit wird das Modenvolumen klein und die Kopplung stark. Geladene Teilchen haben den Vorteil längerer Speicherzeiten und besserer Kontrolle über die Position des Ions im Resonator.

Einzelphotonenquellen wurden mit neutralen Atomen auf zwei Weisen realisiert. Bei der ersten Methode werden die Atome durch einen Laser angeregt und emittieren beim Flug durch den Resonator ein Photon in dessen Mode [23]. Hierbei ist die Güte der Einzelphotonenquelle durch die Anzahl der gleichzeitig durch den Resonator fallenden Atome begrenzt. Bei der zweiten Methode werden die Atome in einer optischen Dipolfalle im Resonator gefangen. Jedoch ist auch hier die Anzahl der Atome im Resonator nicht immer gleich [30]. Zusätzlich ist die Lokalisierung der Atome in der Stehwelle des Resonatorfeldes schwierig zu kontrollieren, wodurch die Kopplung

an das Resonatorfeld von Atom zu Atom fluktuiert. Letztlich ist die Speicherzeit der Atome derzeit auf einige Sekunden begrenzt [24, 31].

Einzelne Ionen hingegen können für mehrere Tage gefangen werden. Ein Ion-Resonator System könnte somit mehrere Tage lang kontinuierlich einzelne Photonen erzeugen. Außerdem können die Anzahl und die Position der Ionen im Resonator genau kontrolliert werden. Der einzige Nachteil eines solchen Systems ist, dass der Resonator um die Falle herum gebaut werden muss und somit der Spiegelabstand drei Größenordnungen größer (20 mm) ist als für neutrale Atome. Die resultierende kleinere maximale Kopplungsstärke schwankt aber nicht von Ion zu Ion, da die Lokalisierung des Ions in der Stehwelle besser als bei neutralen Atomen kontrolliert werden kann.

Mit Hilfe eines Ionen-Hohlraum-Resonator Systems könnte außerdem eine Schnittstelle zwischen stationärem und fliegendem Qubit realisiert werden. Für Ionenquantencomputer sind bereits Quantengatter [32, 33] und Quantenalgorithmen [34] durchgeführt worden. Eine Atom-Photon Schnittstelle [9] könnte diese Quantencomputer vernetzen und somit prinzipiell skalierbar machen.

Diese Arbeit berichtet über die Realisierung einer Einzelphotonenquelle mit einem einzelnen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion in einem Hohlraum-Resonator und ist wie folgt gegliedert: In Kapitel 2 wird die Theorie der CQED eingeführt, in der die Kopplung eines Zwei-Niveausystems mit einer einzigen Mode des elektromagnetischen Feldes beschrieben wird. Anschließend wird der Besetzungstransfer in einem Drei-Niveausystem erläutert. Nach der Definition und Veranschaulichung der Intensitätskorrelationsfunktion $g^{(2)}(\tau)$ folgt die Beschreibung des Termschemas des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions. Die Computersimulationen, die zum Verständnis des Ion-Resonatorsystems durchgeführt wurden, werden in Kapitel 3 erklärt. Kapitel 4 ist der Beschreibung des experimentellen Aufbaus des Resonators, der Falle, des Laser- und des Detektionssystems gewidmet. In Kapitel 5 wird ein Teil des experimentellen Aufbaus detailliert beschrieben, der in dieser Arbeit realisiert wurde: Die Intensitätsstabilisierung der Laser mit einer schrotrausclimtierten Photodiode. Die Erzeugung und Charakterisierung einzelner Photonen mit dem vorgestellten System wird in Kapitel 6 beschrieben. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung der Ergebnisse und einem Ausblick für zukünftige Experimente.

2 Theoretisches Modell

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen für die Einzelphotonenquelle vorgestellt. Zu Beginn werden die charakteristischen Größen eines Fabry-Perot Resonators eingeführt. Es folgt eine Einleitung in das Gebiet der Hohlraum-Resonator Quantenelektrodynamik. Anschließend wird das Jaynes-Cummings Modell vorgestellt, das die Wechselwirkung eines Atoms mit einer einzigen Mode eines Resonators beschreibt. Zum Abschluß wird die Mastergleichung für das Zwei-Niveau System erläutert, welche die dissipativen Prozesse einschließt. Die für die Theorie herangezogenen Quellen sind: Saleh, Teich „Fundamentals of Photonics“ [35], Rempe et al. „Cavity Quantum Electrodynamics with strong-coupling in the optical domain“ [6], Cohen-Tannoudji „Atom-Photon-Interactions“ [36], Loudon „The Quantum Theory of Light“ [37] und Compagno et al. „Atom-Field Interactions and Dressed Atoms“ [38].

2.1 Hohlraum-Resonator Quantenelektrodynamik

2.1.1 Fabry-Perot Resonator

In diesem Abschnitt sollen kurz die charakteristischen Größen eines Fabry-Perot Resonators eingeführt werden. Eine Herleitung findet man z.B. in [35, Kap.9].

Ein Fabry-Perot Resonator besteht aus zwei Spiegeln im Abstand L mit den Transmissionen T_1, T_2 und den Reflektivitäten R_1, R_2 . Für Spiegel ohne Verluste gilt $R_i = 1 - T_i$. Den Abstand zwischen zwei Moden des Resonators bezeichnet man als freien Spektralbereich ν_F :

$$\nu_F = \frac{c}{2L} \quad (2.1)$$

Die Finesse \mathcal{F} ist gegeben durch die Reflektivität $R = R_1 R_2$ und gibt für $\mathcal{F} \gg 1$ das Verhältnis des freien Spektralbereiches ν_F zur Breite einer Resonatormode $\delta\nu$ an:

$$\mathcal{F} \approx \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \approx \frac{\nu_F}{\delta\nu} \quad (2.2)$$

Das Transmissionsspektrum des Resonators ist dann gegeben durch

$$T(\nu) = \frac{T_{max}}{1 + \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\pi\nu}{\nu_F}\right)} \quad (2.3)$$

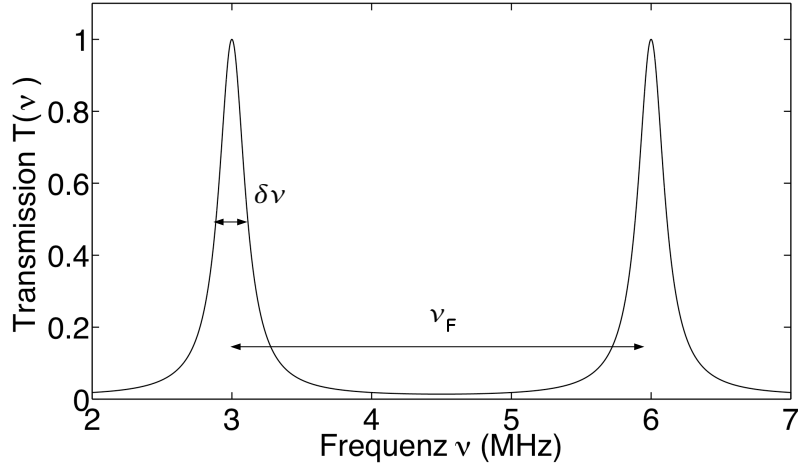


Abbildung 2.1: Transmissionsspektrum eines verlustfreien, symmetrischen Fabry-Perot Resonators mit Spiegelabstand $L = 2$ cm und Transmission $T = 0.3$. Der freie Spektralbereich ν_F ist der Abstand zwischen zwei benachbarten Moden. Die Breite einer Resonatormode ist $\delta\nu$.

mit $T_{max} = \frac{|T|^2}{T_1 + T_2 - T_1 T_2}$ und $T = T_1 T_2$. Für einen verlustfreien, symmetrischen Resonator ist das Transmissionsspektrum in Abb. 2.1 für einen Spiegelabstand $L = 2$ cm und eine Transmission $T = 0.3$ gezeigt. Die Lebensdauer τ_p eines Photons im Resonator ist

$$\tau_p \approx \frac{\mathcal{F}L}{c} \quad (2.4)$$

Während ihr Kehrwert $1/\tau_p$ die Zerfallskonstante der Intensität ist, gilt für die Zerfallskonstante des elektrischen Feldes im Resonator

$$\kappa = \frac{1}{2\tau_p} \approx \frac{c}{2L\mathcal{F}} \quad (2.5)$$

Für die Hohlraum-Quantenelektrodynamik ist der Parameter κ von fundamentaler Bedeutung, da er den einen von zwei relevanten Dissipationsprozessen des Systems beschreibt. Hier sieht man, dass κ vor allem durch die Reflektivität und den Abstand der Spiegel gegeben ist.

2.1.2 Jaynes-Cummings Modell

In der Quantenelektrodynamik werden nichtklassische Effekte wie der spontane Zerfall eines angeregten Atoms und Verschiebungen der atomaren Energieniveaus durch Vakuumfluktuationen des elektromagnetischen Feldes erklärt [36]. Diese können auch für makroskopische Effekte verantwortlich sein. So ziehen sich zwei ideale Spiegel im

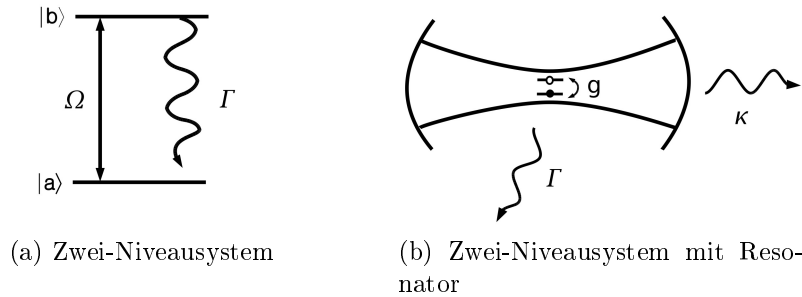


Abbildung 2.2: Schematische Zeichnung eines Zwei-Niveausystems. (a) Koppelt eine Lasermode das Zwei-Niveausystem, so führt das Atom Rabi-Oszillationen mit der Rabi-Frequenz Ω durch. (b) Das Atom koppelt an eine einzige Mode eines optischen Resonators. Die Kopplungsstärke an die Resonatormode g ist die Rate, mit der das Zwei-Niveausystem und die Resonatormode reversibel ein Energiequant austauschen. Der spontane Zerfall des Atoms Γ und der Zerfall des Resonators κ sind die dissipativen, irreversiblen Prozesse.

Vakuum an, wenn sie sich sehr nahe sind. Diese sog. Casimirkraft wird durch die veränderte Konfiguration des Vakuumfeldes über eine Modeneinschränkung durch die Anwesenheit von Spiegeln erklärt [39].

In der Hohlraum-Resonator Quantenelektrodynamik studiert man ein System, bei dem sich ein Atom in der Mitte zwischen zwei Spiegeln befindet [5]. Dann wird die Modenstruktur des Vakuumfeldes um das Atom herum durch die Spiegel in einer solchen Weise verändert, dass die spontane Emission des Atoms beeinflusst wird [6].

Das Atom sei vereinfacht als Zwei-Niveausystem angenommen. Koppelt ein Laser die beiden Zustände $|a\rangle$ und $|b\rangle$ des Zwei-Niveausystems, so führt das Atom Rabi-Oszillationen [36, Kap. V] mit der Rabi-Frequenz Ω durch. Dies ist schematisch in Abb. 2.2(a) dargestellt. Die spontane Emission mit der Rate $\Gamma = 2\gamma$ dämpft diese Oszillationen. Dabei ist Γ die Zerfallsrate der Intensität und γ die Zerfallsrate des Feldes. Ist die Kopplung stärker als die spontane Emission, so kann man Rabi-Oszillationen des Atoms zwischen dem Grund- und dem angeregten Zustand beobachten, die schneller sind als die Rate der spontanen Emission ($\Omega > \gamma$) und erst nach einigen Oszillationsperioden abklingen. Dabei emittiert das Atom Photonen in die Mode des Lasers mit einer Rate, die viel größer als γ ist. Diese Rate kann jedoch nur durch die Kopplung des Atoms an die vielen Photonen des Laserfeldes erreicht werden. Es stellt sich die Frage, unter welchen Bedingungen ein angeregtes Atom auch ohne den Einfluss der vielen Laser-Photonen überwiegend in eine vorgegebene Mode emittiert. Beschrieben wird dieser Fall durch das Jaynes-Cummings Modell, welches die Kopplung eines Zwei-Niveausystems an eine einzige Mode des Strahlungsfeldes beinhaltet. Analog zur Rabi-Frequenz Ω wird die Kopplungskonstante g der elektrischen

schen Dipolwechselwirkung definiert, die unabhängig von der Anzahl der Photonen in der Mode ist. Diese Kopplungskonstante g ist die Rate, mit der das Zwei-Niveau Atom mit der Mode des Strahlungsfeldes ein einziges Energiequantum austauscht. Dies ist schematisch in Abb. 2.2(b) gezeigt. Wie kann man ein solches System realisieren, bei dem tatsächlich die Kopplung eines Atoms mit einem einzelnen Photon einer Mode des Strahlungsfeldes größer ist als die Kopplung an alle anderen Vakuummoden? Befindet sich ein angeregtes Atom im freien Raum, koppelt es immer an ein Quasikontinuum von Vakuumfeldmoden, was für die irreversible spontane Emission verantwortlich ist. Deshalb gilt für die meisten Experimente im freien Raum, in denen die Wechselwirkung zwischen Licht und Atomen untersucht wird, dass die Rate der spontanen Emission Γ viel größer ist als die Rate der Wechselwirkung g des Atoms mit einer einzelnen Feldmode.

Erst wenn sich das Atom in einem Resonator befindet, den man auf Resonanz mit dem atomaren Übergang einstellt, kann man die Kopplung des Atoms an diese eine Mode des Vakuumfeldes aufgrund der überhöhten Feldstärke des Lichtes im Resonator vergrößern [40]. Erfüllt man die Bedingung $g > \gamma$, so emittiert das Atom bevorzugt in die Resonatormode. Die Rate des Energieaustausches zwischen Atom und Resonatormode ist dann größer als die Rate der spontanen Emission. Je nach Einstellung des Resonators kann man so die spontane Emission des Atoms verstärken oder unterdrücken [41, 42].

Im Experiment erstreckt sich der Resonator nur über einen sehr kleinen Raumwinkel um das Atom herum. Daher wird die spontane Emission in fast alle Vakuumfeldmoden nicht beeinflusst und die Lebensdauer eines angeregten Zustandes beträgt weiterhin $\tau = 1/\gamma$. Analog zur Rabi-Frequenz $\Omega = \frac{\mu E}{\hbar}$ [36, Kap. VI, Gl. (B.17)] mit dem Dipolmatrixelement des atomaren Übergangs μ und der Feldstärke E ist die Ein-Photonen-Wechselwirkung g gegeben durch:

$$g = \frac{\mu E_{vac}}{\hbar} \quad (2.6)$$

Dabei ist das Vakuumfeld E_{vac} wegen der Normierung $\epsilon_0 \int E_{vac}^2 dV = \frac{\hbar\omega}{2}$ [6]:

$$E_{vac} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}} \quad (2.7)$$

Damit das Atom bevorzugt in die Resonatormode emittiert ($g > \gamma$), muss das Modenvolumen V des Vakuumfeldes also möglichst klein sein und die Frequenz des Übergangs möglichst groß (optische Wellenlängen).

Die spontane Emission des Atoms ist jedoch nicht der einzige dissipative Prozess des Systems. Auch die Resonatormode koppelt an das Quasikontinuum der Vakuummoden, was durch die Zerfallsrate des Resonatorfeldes $\kappa \propto \frac{1}{\mathcal{F}L}$ (Gl. 2.5 auf Seite 12) berücksichtigt wird, die durch die Finesse und den Abstand der Spiegel gegeben ist. Um die Bedingung $g > \gamma$ zu erfüllen, wird ein kleines Modenvolumen gewählt: $V \rightarrow 0$.

Dann muss $\mathcal{F} \gg 1$ sein, damit auch $g > \kappa$ gilt. Dies bedeutet, dass die Dipolwechselwirkung g nicht nur größer als die spontane Zerfallsrate des Atoms γ , sondern auch größer als die Zerfallsrate des Resonators κ sein muss. Erst für $g \gg (\gamma, \kappa)$ können die dissipativen Prozesse vernachlässigt werden. Befindet man sich in diesem Bereich der sog. starken Kopplung, ist der Verlust des Resonators klein ($g \gg \kappa$), und das Photon, welches vom Atom in den Resonator emittiert wurde ($g \gg \gamma$), wird vom Atom absorbiert und erneut emittiert, usw., bevor es irreversibel in die Umgebung des Systems emittiert wird.

Das Gesamtsystem läßt sich in drei Untereinheiten aufteilen: Atom A , Resonatormode C und Reservoir R . Das Atom A mit Hamilton-Operator H_A ist über die Kopplung $V_{AC} \sim g$ mit einer einzigen Feldmode gekoppelt, die Resonatormode C mit Hamilton-Operator H_C genannt wird. Das Atom bzw. die Resonatormode sind über die Kopplungen $V_{AR} \sim \gamma$ bzw. $V_{CR} \sim \kappa$ aber auch zum Reservoir R mit Hamilton-Operator H_R von anfangs leeren Feldmoden gekoppelt. Der Hamilton-Operator des globalen Systems $A + C + R$ ist:

$$H = H_A + H_C + H_R + V_{AC} + V_{AR} + V_{CR} \quad (2.8)$$

Dieses Gesamtsystem wird in Abschnitt 2.1.3 behandelt. Befindet man sich im Bereich der starken Kopplung $g \gg (\gamma, \kappa)$, so werden das Reservoir R und die Kopplungen V_{AR} und V_{CR} vernachlässigt. Man betrachtet also nur das Teilsystem Atom mit Resonatormode. Der Hamilton-Operator des Atoms ist gegeben durch

$$H_A = \hbar\omega_0\sigma_z = \hbar\frac{\omega_0}{2}(|b\rangle\langle b| - |a\rangle\langle a|) \quad (2.9)$$

Dabei ist $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix}$ und $\hbar\omega_0$ der Energieabstand zwischen Grundzustand $|a\rangle$ mit Energie $E_a = -\frac{\hbar\omega_0}{2}$ und angeregtem Zustand $|b\rangle$ mit Energie $E_b = +\frac{\hbar\omega_0}{2}$. Der Hamilton-Operator der Resonatormode mit Frequenz ω_c ist

$$H_C = \hbar\omega_c (a^\dagger a) \quad (2.10)$$

mit dem Aufsteigeoperator $a^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle$ und dem Absteigeoperator $a |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle$. Seine Eigenzustände sind die Fockzustände $\{|n\rangle\}$ mit Energie $\hbar\omega_c(n + \frac{1}{2})$, wobei die Mode mit n Photonen besetzt ist. Die Eigenzustände von $H_A + H_C$ (ohne Kopplung V_{AC}) nennt man die Basis ungekoppelter Zustände: $\{|a, n+1\rangle, |b, n\rangle\}$. Atom und Feldmode koppeln über den Hamilton-Operator V_{AL} . In der Dipolnäherung schreibt man die Kopplung als

$$V_{AC} = -\vec{\mu} \cdot \vec{E} = g(\sigma^+ + \sigma^-)(a^\dagger + a) \quad (2.11)$$

mit dem Dipoloperator $\vec{\mu} = e\vec{r} = \vec{\mu}_{ab}(\sigma^+ + \sigma^-) = \vec{\mu}_{ab}(|b\rangle\langle a| + |a\rangle\langle b|)$. Dabei ist $\sigma_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ und $\sigma_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Dabei kann das quantisierte Feld zeitunabhängig

geschrieben werden, weil man durch die unitäre Transformation $U = e^{-i\omega_L t}$ in ein mitrotierendes Bezugssystem transformieren kann [43]. Außerdem wird angenommen, das Atom sei ohne Bewegung und besser als eine optische Wellenlänge λ lokalisiert. Dann ist das quantisierte Feld einer Mode am Ort des Atoms [37, Gl. (5.83) ff.]:

$$\vec{E} = \vec{E}^+ + \vec{E}^- = \mathcal{E}_0 \vec{\epsilon}(a^\dagger + a) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_c}{2\epsilon_0 V}} \vec{\epsilon}(a^\dagger + a) \quad (2.12)$$

mit der komplexwertigen Polarisation $\vec{\epsilon}$ und der Amplitude \mathcal{E}_0 . Damit ist die Kopplungsstärke g :

$$g = -\vec{\mu}_{ab} \cdot \vec{\epsilon} \sqrt{\frac{\hbar\omega_c}{2\epsilon_0 V}} \quad (2.13)$$

Von den vier Termen $\sigma^\dagger a, \sigma a^\dagger, \sigma^\dagger a^\dagger, \sigma a$ in V_{AC} werden nur die beiden energierhaltenden Terme $\sigma^\dagger a$ und σa^\dagger berücksichtigt, was Drehwellennäherung („Rotating Wave Approximation“, RWA) genannt wird [36, Kap. V.A.3]. Der Erwartungswert der Kopplung zweier Basisvektoren der ungekoppelten Basis $\langle b, n-1 | V_{AC} | a, n \rangle = \sqrt{n}g = \frac{\Omega}{2}$ ist proportional zur Wurzel der Anzahl der Photonen n und damit zur Rabi-Frequenz Ω .

Der Hamilton-Operator aus Gleichung (2.8) schreibt sich insgesamt [36, Kap. VI]:

$$H_{AC} = \underbrace{\hbar\omega_0 \sigma_z}_{H_A} + \underbrace{\hbar\omega_c (a^\dagger a)}_{H_C} + \underbrace{g(\sigma^+ + \sigma^-)(a^\dagger + a)}_{V_{AC}} \quad (2.14)$$

Bis auf den Grundzustand $|a, 0\rangle$ gehört jeder Eigenzustand von $H_A + H_C$ zu einem von unendlich vielen zweidimensionalen Unterräumen $\{|b, n\rangle, |a, n+1\rangle\}$. Wegen der RWA koppelt V_{AC} nur Zustände einer Mannigfaltigkeit. Daher kann man (bis auf den Grundzustand, der durch V_{AC} nicht beeinflusst wird) die unendlich dimensionale Matrix, die H_{AC} repräsentiert, in der Basis der ungekoppelten Zustände aufteilen in eine unendliche Menge von 2×2 Matrizen:

$$H^{(n)} = \begin{pmatrix} \hbar\omega_c n - \hbar\omega_0/2 & \Omega/2 \\ \Omega/2 & \hbar\omega_c n + \hbar\omega_0/2 \end{pmatrix} \begin{matrix} |b, n\rangle \\ |a, n\rangle \end{matrix} \quad (2.15)$$

Diagonalisiert man $H^{(n)}$, so erhält man als Eigenvektoren die sogenannten *dressed states* [36, Kap.VI.A.]:

$$\begin{aligned} |+, n\rangle &= \cos \theta |a, n+1\rangle - \sin \theta |b, n\rangle \\ |-, n\rangle &= \sin \theta |a, n+1\rangle + \cos \theta |b, n\rangle \end{aligned} \quad (2.16)$$

mit den Eigenwerten:

$$E_n^\pm = \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) \pm \frac{\hbar\Delta}{2} \quad (2.17)$$

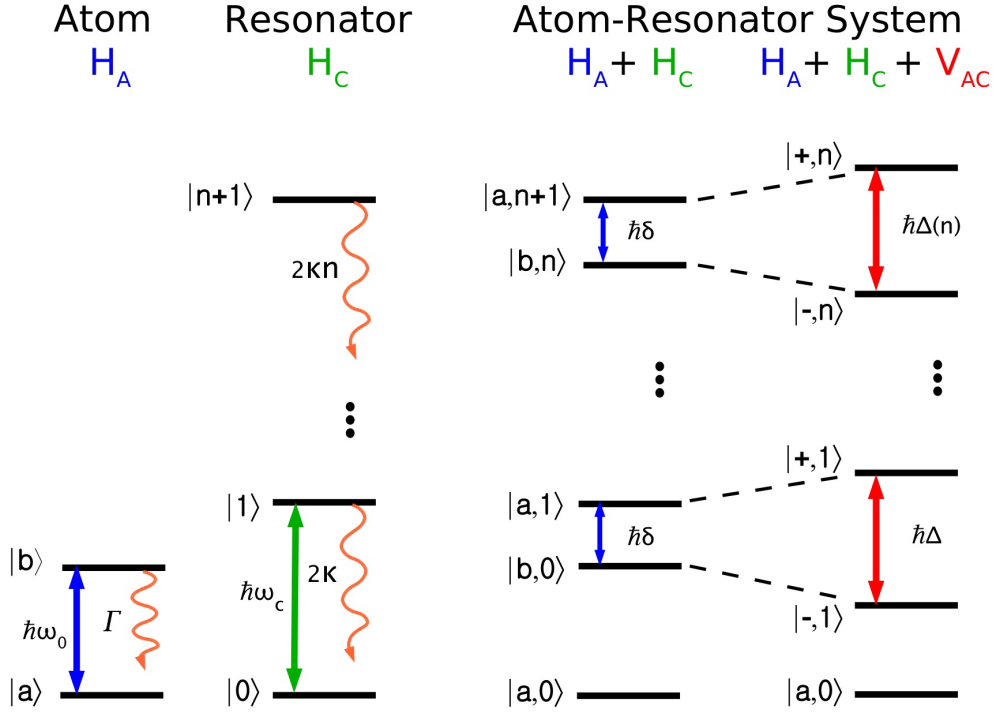


Abbildung 2.3: *Links:* Die atomaren Eigenzustände zu H_A sind $|a\rangle$ und $|b\rangle$ mit Energieunterschied $\hbar\omega_0$. Die atomare spontane Emissionsrate ist $\Gamma = 2\gamma$. Die Resonatormoden-Eigenzustände zu H_C sind die Fockzustände $\{|n\rangle\}$ mit Energieunterschied $\hbar\omega_c$. Die Zerfallsrate der Resonatormode ist 2κ . *Mitte:* Ohne Kopplung bilden die Eigenzustände des Systems Atom mit Resonatormode $H_A + H_C$ die ungekoppelte Basis $\{|a, n+1\rangle, |b, n\rangle\}$ mit Energieunterschied $\hbar\delta = \hbar(\omega_c - \omega_0)$. *Rechts:* Mit Kopplung bilden die Eigenzustände des Systems $H_A + H_C + V_{AC}$ die *dressed states* mit Energieunterschied $\hbar\Delta = \sqrt{(\hbar\delta)^2 + 4n|g|^2}$.

Dabei ist der Mischwinkel $\tan(2\theta) = -\frac{\Omega}{\delta}$ und die Energieaufspaltung $\Delta = \sqrt{\delta^2 + \Omega^2/\hbar}$ mit der Verstimmung $\delta = (\omega_c - \omega_0)$.

Zur Veranschaulichung der Eigenwerte der *dressed states* siehe Abb. 2.3: Ohne Kopplung ist der Energieunterschied der Zustände $|b, n\rangle$ und $|a, n+1\rangle$ gegeben durch die Verstimmung δ . Mit Kopplung mischen sie zu den neuen Eigenzuständen $|+, n\rangle$ und $|- , n\rangle$ mit der Energieaufspaltung $\Delta(n)$. Hier ist zusätzlich die Kopplung des Atoms an das Reservoir γ und die Kopplung des Resonators an das Reservoir κ eingezeichnet, die bisher vernachlässigt wurden.

2.1.3 Mastergleichung für ein Zwei-Niveausystem

In diesem Kapitel wird der Formalismus der Mastergleichung beschrieben, der auch die dissipativen Prozesse des Systems beinhaltet. Dafür müssen die Kopplungen V_{AR} und V_{CR} aus Gl. (2.8) berücksichtigt werden. Interessiert man sich nur für das Teilsystem des Atoms mit Resonatormode, müssen wir es durch einen Dichteoperator beschreiben, weil ein Teilsystem, auch wenn das Gesamtsystem in einem reinen Zustand ist, i.A. in einem gemischten Zustand ist [36]. Die Dichtematrix ρ_{AC} , die ein solches statistisches Ensemble beschreibt, erhält man, indem man die Teilspur des Dichteoperators ρ des globalen Systemes über die Variablen des Reservoirs bildet:

$$\rho_{AC} = \text{Tr}_R \rho \quad (2.18)$$

Für die Erwartungswerte bedeutet das, dass man über alle Freiheitsgrade μ des Strahlungsfeldes summiert: $\langle a | \rho_{AC} | b \rangle = \sum_{\mu} \langle a, \mu | \rho | b, \mu \rangle$. Betrachtet man nun den Übergang zwischen zwei diskreten atomaren Zuständen $|b\rangle$ und $|a\rangle$, so ist dieser bezüglich des Gesamtsystems (einschließlich des Reservoirs an Vakuummoden) ein Übergang eines diskreten Zustandes in ein Kontinuum an Zuständen. Dies ist der Grund für den irreversiblen Charakter der spontanen Emission [36, Kap. II.A.1]: Es gibt keine kohärenten Oszillationen zwischen $|b\rangle$ und $|a\rangle$ mehr, sondern einen irreversiblen Übergang vom diskreten Zustand $|b, 0\rangle$ in das Kontinuum der Zustände $|a, 1_{\vec{k}\vec{\epsilon}}\rangle$, wobei \vec{k} der Wellenvektor und $\vec{\epsilon}$ die Polarisation der Mode ist, in die das Photon emittiert wurde. Die Rate der spontanen Emission [44, Gl. (32)] ist nach Fermis Goldener Regel [36, Kap.I.B.2, Gl. (B.8)] proportional zur Zustandsdichte der Endzustände:

$$\Gamma_{b \rightarrow a} = \frac{4e\omega_{ab}^3}{3\hbar c^3} |\langle a | e\vec{r} | b \rangle|^2 \quad (2.19)$$

Dabei ist $e\vec{r}$ der Dipoloperator.

Eine Beschreibung der Zeitentwicklung der Dichtematrix des Teilsystems erfolgt durch die Mastergleichung [36, Kap.IV]. Diese besteht aus einem System linearer Differentialgleichungen mit zeitunabhängigen Koeffizienten. Die Irreversibilität der spontanen Emission wird dadurch berücksichtigt, dass die Zeitentwicklung der Dichtematrix ρ_{AC} nicht mehr unitär ist. Dies wirkt sich sowohl auf die Besetzungen als auch auf die Kohärenzen in ρ_{AC} aus. Die Mastergleichung kann z.B. folgendermaßen dargestellt werden [36, Kap.VI.D.1]:

$$\dot{\rho}_{AC} = \underbrace{-\frac{i}{\hbar} [H_{AC}, \rho_{AC}]}_{\text{Schrödingergleichung}} - \underbrace{\frac{\Gamma}{2} (\sigma_+ \sigma_- \rho_{AC} + \rho_{AC} \sigma_+ \sigma_-)}_{\text{Spontaner Zerfall}} + \underbrace{\Gamma \sigma_- \rho_{AC} \sigma_+}_{\text{Recyclingterm}} \quad (2.20)$$

In dieser sogenannten „Lindbladform“ ist der erste Term die unitäre Zeitentwicklung für ein abgeschlossenes System nach der Schrödingergleichung, der zweite Term beschreibt den Zerfall der Besetzungen und Kohärenzen. Der dritte Term sorgt für die

Normierung $\text{Tr}(\rho_{AC}) = 1$ und wird deshalb Recyclingterm genannt. Die Mastergleichung kann in noch kompakterer Form geschrieben werden:

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= -\frac{i}{\hbar} [H_{AC}, \rho_{AC}] + \mathcal{L}_{diss} [\rho] \\ &= \mathcal{L} [\rho]\end{aligned}\quad (2.21)$$

Dabei sind \mathcal{L}_{diss} und \mathcal{L} Liouville-Superoperatoren, die Matrizen auf Matrizen abbilden und sowohl Vor- als auch Nachmultiplikation enthalten (daher die Schreibweise $\mathcal{L}[\rho]$). Der dissipative Liouvilleoperator \mathcal{L}_{diss} enthält nur die dissipativen Terme (spontaner Zerfall und Recyclingterm) aus Gl. (2.20), während der gesamte Liouvilleoperator \mathcal{L} als Abkürzung für die gesamte Mastergleichung geschrieben wird.

Die Art der Formulierung der Mastergleichung in der Lindbladform von Gl. (2.20) wurde in den Simulationen gewählt. Hier soll jedoch der Anschaulichkeit halber noch eine andere Form erwähnt sein. Projiziert man Gl. (2.20) auf die Basis der ungekoppelten Zustände $\{|a, n+1\rangle, |b, n\rangle\}$ und summiert anschließend über alle Anzahlzustände $\{|n\rangle\}$, erhält man die optischen Blochgleichungen für die Dichtematrix des

$$\text{Atoms } \rho_A = \begin{pmatrix} \rho_A^{(bb)} & \rho_A^{(ba)} \\ \rho_A^{(ab)} & \rho_A^{(aa)} \end{pmatrix}:$$

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_A^{(bb)} &= i\frac{\Omega}{2} (\rho_A^{(ba)} - \rho_A^{(ab)}) - \Gamma \rho_A^{(bb)} \\ \dot{\rho}_A^{(aa)} &= i\frac{\Omega}{2} (\rho_A^{(ba)} - \rho_A^{(ab)}) + \Gamma \rho_A^{(bb)} \\ \dot{\rho}_A^{(ab)} &= i\delta_L \rho_A^{(ab)} - i\frac{\Omega}{2} (\rho_A^{(bb)} - \rho_A^{(aa)}) - \frac{\Gamma}{2} \rho_A^{(ab)}\end{aligned}\quad (2.22)$$

Betrachtet man nur noch das Teilsystem des Atoms, erhält man also gedämpfte Rabi-Oszillationen: Die Populationen $\rho_A^{(bb)}$ und $\rho_A^{(aa)}$ rotieren mit den Differenzen der Kohärenzen $\rho_A^{(ba)}$ und $\rho_A^{(ab)}$ und umgekehrt. Der Term $i\delta_L \rho_A^{(ab)}$ sorgt dafür, dass bei einer Verstimmung $\delta_L = \omega_L - \omega_{ab}$ die Population des angeregten Zustandes niemals Eins erreichen kann. Die Terme mit Γ dämpfen die Dynamik.

2.2 Populationstransfer im Drei-Niveau-Atom mit Resonator

Hier wird ein vereinfachtes Modell des später verwendeten $^{40}\text{Ca}^+$ Atoms vorgestellt: Ein Drei-Niveausystem mit zwei Grundzuständen (auch Λ -Konfiguration genannt). Es soll hier ein qualitatives Verständnis für die Übergänge im System geschaffen werden. Dazu wird zunächst der stimulierte Ramanprozess beschrieben. Es folgt die Beschreibung der Dynamik des Systems durch den Hamilton-Operator und die Mastergleichung in der Form, wie sie auch in den Simulationen verwendet wurde. Zum Abschluß wird der Begriff "effektive starke Kopplung" diskutiert. In Kap. 2.4 wird dann das reale $^{40}\text{Ca}^+$ Termschema mit allen relevanten physikalischen Größen vorgestellt.

2.2.1 Stimulierter Ramanübergang

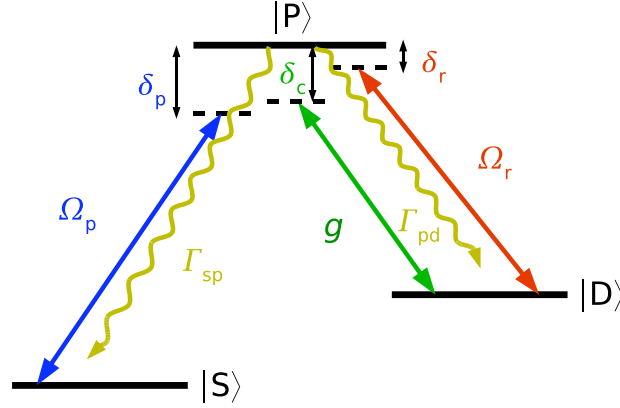


Abbildung 2.4: Λ -Konfiguration eines Drei-Niveau-Atoms, welches aus den Zuständen $|S\rangle$, $|P\rangle$ und $|D\rangle$ besteht. Der Pumplaser Ω_p koppelt die Zustände $|S\rangle$ und $|P\rangle$ mit der Verstimmung δ_p , der Rückpumplaser Ω_r koppelt die Zustände $|S\rangle$ und $|D\rangle$ mit der Verstimmung δ_r . Der Resonator koppelt die Zustände $|P\rangle$ und $|D\rangle$ mit der Kopplungsstärke g und der Verstimmung δ_c . Die Zerfallsraten des $|P\rangle$ Zustandes sind Γ_{sp} nach $|S\rangle$ und Γ_{pd} nach $|D\rangle$. Die Zerfallsrate des Resonators κ ist nicht eingezeichnet.

Das betrachtete Drei-Niveau-Atom liegt in einer Λ -Konfiguration vor. Es ist in Abb. 2.4 skizziert. Es gibt einen energetisch höher liegenden Zustand $|P\rangle$ und zwei tiefer liegende Zustände $|S\rangle$ und $|D\rangle$. Die Energien der Zustände sind $E_i = \hbar\omega_i$. Der Übergang zwischen den beiden unteren Niveaus $|D\rangle$ und $|S\rangle$ ist dipol-verboten. Der obere Zustand $|P\rangle$ kann mit den Zerfallsraten Γ_{sp} (Γ_{pd}) in den $|S\rangle$ ($|D\rangle$) Zustand zerfallen. Zwei Laserfelder koppeln die unteren Zustände mit dem oberen Zustand: Der Pumplaser Ω_p koppelt $|S\rangle$ mit $|P\rangle$, der Rückpumplaser Ω_r koppelt $|S\rangle$ mit $|D\rangle$. Dabei sind die Ω_i die Rabi-Frequenzen und die δ_i die Verstimmungen $\delta_p = \omega_p - (\omega_P - \omega_S)$ und $\delta_r = \omega_r - (\omega_P - \omega_D)$. Der Resonator koppelt die Zustände $|P\rangle$ und $|D\rangle$ mit der Kopplungsstärke g an eine Mode der Frequenz ω_c . Seine Verstimmung ist $\delta_c = \omega_c - (\omega_P - \omega_D)$.

Je nach Experiment muss eine geeignete Basis gewählt werden, um die zeitliche Entwicklung der Besetzungen zu verstehen. In der Zeit dieser Diplomarbeit wurden zwei Experimente durchgeführt:

- Die kontinuierliche Anregung des Atoms (Quantenemitter mit einstellbarer Photonenstatistik)
- Die gepulste Anregung des Atoms (Einzelphotonenquelle)

Bei der kontinuierlichen Anregung des Atoms sind Pump- und Rückpumplaser gleichzeitig an. In diesem Fall ist es sinnvoll, das System in der Basis der *dressed states* zu

beschreiben. Je nach Verstimmungen und Rabi-Frequenzen dieser beider Laser entwickelt sich ein anderer stationärer Zustand. Dies führt zu unterschiedlichen Intensitätskorrelationen der vom System emittierten Photonen. Dies ist ausführlich in [45] beschrieben.

In dieser Diplomarbeit wird der zweite Fall der gepulsten Anregung des Atoms beschrieben, bei der Pump- und Rückpump-Laser nicht gleichzeitig an sind. Daher ist es ausreichend, in der Basis der ungekoppelten Zustände zu arbeiten.

Für eine Einzelphotonenquelle möchte man die Besetzung von $|S, 0\rangle$ nach $|D, 1\rangle$ möglichst effizient überführen. Später wird das Photon den Resonator verlassen: $|D, 1\rangle \rightarrow |D, 0\rangle$. Für ersteren Übergang $|S, 0\rangle \rightarrow |D, 1\rangle$ sind vor allem zwei Prozesse denkbar:

- Wird der Pumplaser adiabatisch an- und ausgeschaltet, bleibt der Zustand des Systems immer in einem Energieeigenzustand, wodurch ein effizienter Besetzungstransfer erreicht werden kann. Ein solcher Besetzungstransfer wird STIRAP („Stimulated Raman Adiabatic Passage“) genannt und ist ausführlich in [46] erläutert.
- Alternativ dazu kann man die Verstimmung des Pumplasers δ_p und des Resonators δ_c relativ zum $|P\rangle$ Niveau so wählen, dass durch den Pumplaser und die Kopplung an den Resonator ein direkter Besetzungstransfer von $|S, 0\rangle$ nach $|D, 1\rangle$ stattfindet. Die Verstimmung verhindert dabei eine unerwünschte Besetzung des $|P\rangle$ Zustandes, von dem aus spontaner Zerfall stattfinden kann. Dieser Prozess wird stimulierter Ramanübergang genannt.

Beide Prozesse sind ausführlich in [47] beschrieben. Dort wurde jedoch in Simulationen festgestellt, dass der Ramanübergang bei ungenauen experimentellen Parametern wie endlichen Laserlinienbreiten robuster ist als der STIRAP Prozess. Ein weiterer Vorteil ist, dass mit ihm nicht nur ein π -Puls (der Übergang $|S, 0\rangle \rightarrow |D, 1\rangle$) durchgeführt werden kann, sondern im Fall starker Kopplung Übergänge in beliebige Superpositionszustände $\alpha|S, 0\rangle + \beta|D, 1\rangle$ (mit $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$) erzielt werden können. In unserem Experiment wurde daher der stimulierte Ramanübergang gewählt.

Im Bild der ungekoppelten Zustände ist dieser folgendermaßen zu verstehen: Anfangs ist die gesamte Besetzung des Atoms im $|S, 0\rangle$ Zustand, an den der Pumplaser Ω_p koppelt. Durch dessen Verstimmung δ_p gegenüber dem $|P\rangle$ Zustand wird dieser jedoch nicht besetzt, sondern die Besetzung koppelt unmittelbar an den Resonator und geht in den $|D, 1\rangle$ Zustand über. Dazu muss der Resonator in Resonanz mit dem Pumplaser sein. Wegen der AC Stark Verschiebung des $|P\rangle$ Zustandes muss die Verstimmung des Resonators $\delta_r = \pm\sqrt{\delta_p^2 + \Omega_p^2} \stackrel{\Omega_p \gg \delta_p}{\approx} \pm \Omega_p^2/2\delta_p$ gewählt werden. Hierbei steht + für einen rotverstimmten Laser ($\delta_p < 0$) und – für einen blauverstimmten Laser ($\delta_p > 0$). Das beim Ramanübergang in den Resonator emittierte Photon kann anschließend den Resonator mit der Rate 2κ verlassen: $|D, 1\rangle \xrightarrow{2\kappa} |D, 0\rangle$. Durch den

Rückpumplaser wird die atomare Besetzung von $|D, 0\rangle$ nach $|P, 0\rangle$ überführt, von wo sie mit der Rate Γ_{sp} nach $|S, 0\rangle$ zerfällt¹. Bei wiederholter Ausführung dieser Sequenz erhält man aus dem Resonator einen Strom einzelner Photonen.

2.2.2 Hamilton-Operator

Im Folgenden wird der Hamilton-Operator ohne Dissipation für das Drei-Niveausystem erläutert. Er wird hier in der Basis der ungekoppelten Zustände $\{|A, n\rangle\}$ mit dem atomaren Zustand $A \in \{S, P, D\}$ und dem Zustand der Resonatormode mit n Photonen betrachtet. Im Gegensatz zu Abschnitt 2.1.2 hat man jetzt drei statt nur zwei atomare Niveaus, die zusätzlich zur Resonatormode g mit zwei Laserfeldern Ω_p und Ω_r koppeln.

Vernachlässigt man den Übergang $|S\rangle \leftrightarrow |D\rangle$ (dipol-verboten) und schreibt den Hamilton-Operator des Drei-Niveau-Atoms mit Resonatormode in der RWA und in einem mitrotierenden Bezugssystem² [43, Gl. (2.55)], so ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H} &= \underbrace{\hbar(\delta_p |S\rangle\langle S| + \delta_r |D\rangle\langle D|)}_{\text{Atom}} \otimes \mathbb{1}_n \\
 &+ \underbrace{\hbar\left(\frac{\Omega_p}{2}(|S\rangle\langle P| + |P\rangle\langle S|) + \frac{\Omega_r}{2}(|D\rangle\langle P| + |P\rangle\langle D|)\right)}_{\text{Atom-Laser Kopplung}} \otimes \mathbb{1}_n \\
 &+ \mathbb{1}_A \otimes \underbrace{\hbar\delta_c a^\dagger a}_{\text{Resonator}} \\
 &+ \underbrace{\hbar g(a^\dagger |D\rangle\langle P| + a |P\rangle\langle D|)}_{\text{Atom-Resonator Kopplung}} \tag{2.23}
 \end{aligned}$$

Zur Verdeutlichung ist dieser Hamilton-Operator hier nochmals in Matrixdarstellung

¹Sie kann auch nach $|D, 0\rangle$ zerfallen. Ist jedoch nur der Rückpumplaser an, geht für genügend große Rückpumpdauer die gesamte Besetzung in den $|S, 0\rangle$ Zustand über. Im $^{40}\text{Ca}^+$ Atom ist außerdem $\Gamma_{sp} \approx 12 \Gamma_{dp}$. Damit ist der Zerfall nach $|S, 0\rangle$ um eine Größenordnung wahrscheinlicher.

²Die Transformation ist $\mathcal{H} = U\mathcal{H}U^\dagger - i\hbar U \frac{dU^\dagger}{dt}$ mit der unitären Transformation $U = e^{-i(\omega_p |S\rangle\langle S| + \omega_r |D\rangle\langle D|)t}$.

angegeben:

$$\hbar \begin{pmatrix} \delta_p & \frac{\Omega_{sp}}{2} & 0 & & 0 & 0 & 0 & & |S, 0\rangle \\ \frac{\Omega_{sp}}{2} & 0 & \frac{\Omega_{pd}}{2} & \dots & 0 & 0 & g\sqrt{n} & \dots & |P, 0\rangle \\ 0 & \frac{\Omega_{pd}}{2} & \delta_r & & 0 & 0 & 0 & & |D, 0\rangle \\ & \vdots & & \ddots & & \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & \delta_p + n(\delta_c - \delta_r) & \frac{\Omega_{sp}}{2} & 0 & & |S, n\rangle \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\Omega_{sp}}{2} & n(\delta_c - \delta_r) & \frac{\Omega_{pd}}{2} & \dots & |P, n\rangle \\ 0 & g\sqrt{n} & 0 & & 0 & \frac{\Omega_{pd}}{2} & \delta_r + n(\delta_c - \delta_r) & & |D, n\rangle \\ & \vdots & & & & \vdots & & \ddots & \vdots \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

2.2.3 Mastergleichung

Zur Berücksichtigung der dissipativen Prozesse muss für die Zeitentwicklung der Dichtematrix eine Mastergleichung wie in Gl. (2.21) für das Zwei-Niveausystem formuliert werden. Dabei müssen nun der spontane Zerfall von P nach S, D sowie der Zerfall der Resonatormode berücksichtigt werden. Zusätzlich werden die Linienbreiten des Pumplasers Γ_p und des Rückpumplasers Γ_r berücksichtigt. Die Mastergleichung für das Dreiniveausystem mit Resonatormode, welches von zwei externen Laserfeldern getrieben wird, ist dann:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}, \rho] & - \underbrace{\frac{\Gamma_{sp}}{2} (|P\rangle\langle P| \rho + \rho |P\rangle\langle P| - 2|S\rangle\langle P| \rho |P\rangle\langle S|)}_{\text{Spontaner Zerfall } |P\rangle \rightarrow |S\rangle} \\ & - \underbrace{\frac{\Gamma_{pd}}{2} (|P\rangle\langle P| \rho + \rho |P\rangle\langle P| - 2|D\rangle\langle P| \rho |P\rangle\langle D|)}_{\text{Spontaner Zerfall } |P\rangle \rightarrow |D\rangle} \\ & - \underbrace{\kappa (a^\dagger a \rho + \rho a^\dagger a - 2a \rho a^\dagger)}_{\text{Zerfall der Resonatormode } |n\rangle \rightarrow |n-1\rangle} \\ & - \underbrace{\Gamma_p (|S\rangle\langle S| \rho + \rho |S\rangle\langle S| - 2|S\rangle\langle S| \rho |S\rangle\langle S|)}_{\text{Linienbreite Pumplaser}} \\ & - \underbrace{\Gamma_r (|D\rangle\langle D| \rho + \rho |D\rangle\langle D| - 2|D\rangle\langle D| \rho |D\rangle\langle D|)}_{\text{Linienbreite Rückpumplaser}} \quad (2.25) \end{aligned}$$

Dabei müssen die atomaren Auf- bzw. Absteigeoperatoren des Zweiniveausystems $\sigma_+(\sigma_-)$ aus Gl. (2.20) nun durch die entsprechenden Übergangsoperatoren des Dreiniveausystems ersetzt werden: $|S\rangle\langle P|$ bzw. $|P\rangle\langle S|$ für den Übergang $S \leftrightarrow P$ und $|D\rangle\langle P|$ bzw. $|P\rangle\langle D|$ für den Übergang $D \leftrightarrow P$. Somit ergeben sich die ersten beiden Zeilen von Gl. (2.25). Der Zerfall der Resonatormode wird analog beschrieben. Hier stehen die Auf- bzw. Absteigeoperatoren der Resonatormode $a^\dagger(a)$ anstelle von

$\sigma_+(\sigma_-)$. Die letzten beiden Zeilen berücksichtigen die Linienbreiten des Pump- und des Rückpumpasers. So wie der spontane Zerfall auf die Besetzung des angeregten Zustandes und die Kohärenzen wirkt, wirken die Laserlinienbreiten auf die Besetzung des Grundzustandes und die Kohärenzen. Siehe dazu [43, Gl. (2.49) und Gl. (2.50)].

2.2.4 Effektive starke Kopplung

Für die Effizienz des Ramanprozesses sind die CQED Parameter aus Abschnitt 2.1.2 entscheidend, die im Experiment zu

$$(g, \kappa, \gamma) = 2\pi \times (1.3, 0.05, 11)\text{MHz} \quad (2.26)$$

gegeben sind. Es gilt also $g \gg \kappa$, jedoch $g < \gamma$: Wegen des großen Modenvolumens von ca. 2 cm (siehe Abschnitt 4.1) ist die Kopplung des Zustandes $|P, 0\rangle$ an die Resonatormode kleiner als die Kopplung an die Vakuummoden γ . Damit wird die Besetzung des $|P, 0\rangle$ Zustandes eher spontan nach $|D, 0\rangle$ zerfallen als durch den Resonator an $|D, 1\rangle$ koppeln. Wählt man jedoch eine große Verstimmung $\delta_p \approx 2\Omega_p$, so wird der P Zustand nicht besetzt und die Kopplung von $|S, 0\rangle$ an $|D, 1\rangle$ kann nach [48, Gl. (11)] in einem effektiven Zwei-Niveausystem durch eine effektive Rabifrequenz

$$\Omega_{\text{eff}} = \frac{g \Omega_p}{2 \delta_p} \quad (2.27)$$

beschrieben werden. Die effektive Zerfallsrate ist nach [47, Gl. (3.4)] das Produkt aus der gesamten Zerfallsrate des P Zustandes $\Gamma = \Gamma_{sp} + \Gamma_{pd}$ und seiner Besetzung:

$$\Gamma_{\text{eff}} = \Gamma \left(\frac{\Omega_p}{2 \delta_p} \right)^2 \quad (2.28)$$

Das Verhältnis aus effektiver Rabifrequenz zur effektiven Zerfallsrate ist damit $\frac{\Omega_{\text{eff}}}{\Gamma_{\text{eff}}} \propto \frac{\delta_p}{\Omega_p}$. Für große Verstimmungen und kleine Ω_p kann daher die effektive Rabifrequenz größer als die effektive Zerfallsrate werden. Ist zusätzlich die Bedingung $\Omega_p > \kappa$ erfüllt, kann dieser Parameterbereich als effektive starke Kopplung bezeichnet werden.

Für die Einzelphotonenquelle sollen die Photonen im Ramanprozess in die Resonatormode statt in die Vakuummoden emittiert werden. Dann muss $\Omega_{\text{eff}} > \Gamma_{\text{eff}}$ gelten. Für einen kohärenten Prozess, bei dem man einen beliebigen Superpositionszustand $\alpha|S, 0\rangle + \beta|D, 1\rangle$ erzeugen möchte, muß zusätzlich der Besetzungstransfer schneller stattfinden als der Zerfall der Resonatormode. Dafür muss $\Omega_{\text{eff}} > \kappa$ gewählt werden. Berücksichtigt man diese beiden Bedingungen, so ist der Bereich der starken Kopplung für Ω_p/δ_p eingeschränkt auf:

$$\frac{2\kappa}{g} < \frac{\Omega_p}{\delta_p} < \frac{2g}{\Gamma} \quad (2.29)$$

2.3 Photonenstatistik

Die vollständige quantenmechanische Beschreibung eines Lichtfeldes ist durch seine Dichtematrix gegeben [37, Kap.4]. Nur ein Teil der Information über die Matrixelemente ist in den Kohärenzeigenschaften erster Ordnung enthalten, die durch Interferenzexperimente gemessen werden können [37, Kap.6.2]. Ein weiterer Teil der Information ist in der zeitlichen Verteilung der Photonen enthalten, die sich ergibt, wenn man die Ankunftszeiten einzelner Photonen mit einem Photodetektor misst. Während die (zeitliche) Kohärenzfunktion erster Ordnung die Korrelation des Feldes einer Lichtquelle zu unterschiedlichen Zeiten (und damit seine Interferenzfähigkeit) beschreibt, bestimmt die Kohärenzfunktion zweiter Ordnung die Korrelation der Intensität. Sie gibt Auskunft über die Ankunftszeiten einzelner Photonen auf dem Detektor und kann im Gegensatz zur Korrelationsfunktion erster Ordnung zwischen klassischen und quantenmechanischen Lichtzuständen unterscheiden. Da mit ihrer Hilfe eine Einzelphotonenquelle charakterisiert werden kann, wurde sie im Experiment gemessen und in den Simulationen berechnet.

2.3.1 Die Intensitätskorrelationsfunktion $g^{(2)}$

Misst man die Ankunftszeiten von Photonen eines Lichtfeldes, so kann man sich fragen, wie diese miteinander zeitlich korreliert sind. Wenn ein erstes Photon zum Zeitpunkt t nachgewiesen wird, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, irgendein weiteres Photon zu einem späteren Zeitpunkt $t + \tau$ nachzuweisen? Treten die Photonen in Gruppen auf, so wird diese Wahrscheinlichkeit für kleine Zeiten τ höher als für große Zeiten τ sein. Treffen die Photonen jedoch zeitlich voneinander getrennt auf den Detektor, so wird ein umgekehrtes Verhalten erwartet. Diese Wahrscheinlichkeit kann in einem Experiment ermittelt werden, indem die Photonenankunftszeiten einer Lichtquelle gemessen werden und daraus die Autokorrelationsfunktion berechnet wird. Dies wurde zuerst von Hanbury Brown und Twiss (HBT) mit dem Ziel durchgeführt, den Durchmesser von Sternen zu bestimmen. In ihrem Experiment ist die Intensitätskorrelationsfunktion wegen der endlichen Größe von Lichtquelle und Detektor auch von der räumlichen Kohärenz beeinflusst, die in dieser Arbeit nicht betrachtet wird.

Der Erwartungswert für den Nachweis eines Photons zur Zeit $t + \tau$ unter der Bedingung, dass zur Zeit t ein erstes Photon beobachtet wurde, ist:

$$\begin{aligned}
 \text{Tr} \left(E^+(t + \tau) E^+(t) \rho_{AC} E^-(t) E^-(t + \tau) \right) &= \text{Tr} \left(E^-(t) E^-(t + \tau) E^+(t + \tau) E^+(t) \rho_{AC} \right) \\
 &= \langle E^-(t) E^-(t + \tau) E^+(t + \tau) E^+(t) \rangle \\
 &= \langle : I(t + \tau) I(t) : \rangle \\
 &\equiv G^{(2)}(t, \tau)
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

Dabei wurde im ersten Schritt die Invarianz der Spur unter zyklischer Vertauschung ihrer Argumente ausgenutzt. In der dritten Zeile meint $\langle : \dots : \rangle$ das zeitgeordnete

Mittel, welches sicherstellt, daß der Operator hermitesch ist. Im letzten Schritt wurde die $G^{(2)}$ -Funktion [37, Gl. 6.23] definiert, die noch normiert werden muss, um daraus eine Wahrscheinlichkeit zu erhalten:

$$g^{(2)}(t, \tau) = \frac{G^{(2)}(t, \tau)}{\langle I(t + \tau) \rangle \langle I(t) \rangle} = \frac{G^{(2)}(t, \tau)}{\langle E^-(t)E^+(t) \rangle \langle E^-(t + \tau)E^+(t + \tau) \rangle} \quad (2.31)$$

Diese $g^{(2)}$ -Funktion wird normierte Intensitätskorrelationsfunktion genannt.

Für einen stationären Zustand des Lichtfeldes ist das Ensemblemittel zeitunabhängig. Die $g^{(2)}$ -Funktion hängt dann nur noch vom Zeitunterschied τ ab: $g^{(2)}(t, \tau) = g^{(2)}(\tau)$ und der Nenner in Gl. (2.31) vereinfacht sich zu $\langle E^-(t)E^+(t) \rangle^2$. Ist das Lichtfeld nicht stationär (oder möchte man das $g^{(2)}$ aus experimentellen Daten berechnen), so muss zusätzlich über die Zeit: $g^{(2)}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T g^{(2)}(t, \tau) dt$ gemittelt werden.

Während für die Kohärenzfunktion erster Ordnung sowohl für klassische als auch für quantisierte Lichtzustände für alle τ : $0 \leq g^{(1)}(\tau) \leq 1$ gilt, können in der $g^{(2)}$ -Funktion klassische von quantisierten Lichtzuständen unterschieden werden: Klassisch gilt $1 \leq g^{(2)}(0) \leq \infty$ und $g^{(2)}(\tau) \leq g^{(2)}(0)$, quantenmechanisch gilt lediglich $0 \leq g^{(2)}(0) \leq \infty$ [37, Gl. (3.77) und Gl. (3.81)]. Alle Lichtzustände, für die $0 \leq g^{(2)}(0) < 1$ gilt, sind also quantenmechanischer Natur.

2.3.2 Berechnung der $g^{(2)}$ -Funktion

Für die Berechnung der $g^{(2)}$ -Funktion ist ein Erwartungswert von Operatoren zu unterschiedlichen Zeiten zu bilden. Dieser wird z.B. in [36, Kap. VI.E.3] berechnet. Betrachtet man den Hamilton-Operator eines Atoms, das mit einer Lasermode koppelt, und vernachlässigt Korrelationen zwischen dem *dressed atom* und dem Reservoir zur Zeit t , so wird gezeigt:

$$G^{(2)}(t, \tau) = \mathcal{P}(b; t + \tau | a; t) \cdot \pi_b(t) \quad (2.32)$$

Dabei ist der zweite Term $\pi_b(t) = \langle b | \rho_A(t) | b \rangle$ die Wahrscheinlichkeit, dass das Atom zur Zeit t im angeregten Zustand b ist und ein Photon emittieren kann. Der erste Term $\mathcal{P} = \langle b | \rho_A(t + \tau) | b \rangle$ ist die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass sich das System nach der Emission des ersten Photons zur Zeit t aus dem Zustand $|a; t\rangle$ bis zur Zeit $t + \tau$ wieder in den angeregten Zustand $|b; t + \tau\rangle$ entwickelt. Dieses Vorgehen entspricht der Anwendung des Quantum Regressions Theorems [49, Kap.17.1].

Da im Fall eines Atoms in einem Resonator die vom Resonator emittierten Photonen betrachtet werden, muss für die Emissionswahrscheinlichkeit eines Photons anstelle der Anregungswahrscheinlichkeit des Atoms $\langle b | \rho_{AC}(t) | b \rangle$ die Anzahl der Photonen in der Resonatormode $\text{Tr}(a^\dagger a \rho_{AC}(t))$ berechnet werden.

Zeitunabhängiger Hamilton-Operator: Für einen zeitunabhängigen Hamilton-Operator wird die Dichtematrix für große Zeiten ($t \gg \frac{1}{\Gamma}$) einen stationären Zu-

stand annehmen. Dann lässt sich die $g^{(2)}$ -Funktion nach Gl. (2.32) aus dem stationären Zustand ρ_{stat} berechnen. Ein erstes Photon wird mit einer Wahrscheinlichkeit proportional zum Erwartungswert des Anzahloperators der Photonen im Resonator $\langle n_{stat} \rangle = \text{Tr}(a^\dagger a \rho_{stat})$ nachgewiesen. Bei der Messung transformiert sich die Dichtematrix $\rho_{stat} \rightarrow a \rho_{stat} a^\dagger$. Nach dem Nachweis des ersten Photons berechnet man die folgende Zeitentwicklung von ρ mit dem Anfangszustand $\rho(t=0) = a \rho_{stat} a^\dagger$ bis zur Zeit τ . Daraus erhält man den Erwartungswert des Anzahloperators der Photonen im Resonator zur Zeit τ : $\langle n(\tau) \rangle = \text{Tr}(a^\dagger a \rho(\tau))$. Die Intensitätskorrelationsfunktion $g^{(2)}(\tau)$ ergibt sich nun aus dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten des ersten und eines weiteren Nachweises eines Photons: $G^{(2)}(\tau) \propto \langle n_{stat} \rangle \langle n(\tau) \rangle$. Normiert man diese nach Gl. 2.31 durch das Quadrat der mittleren Intensität $\propto \langle n_{stat} \rangle^2$, so erhält man für den stationären Fall die Form:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle n(\tau) \rangle}{\langle n_{stat} \rangle} \quad (2.33)$$

Zeitabhängiger Hamilton-Operator: Für die Einzelphotonenquelle wird das Laserlicht gepulst. Da der Hamilton-Operator des Systems dann zeitabhängig ist, wird sich kein stationärer Zustand einstellen. Daher muss das $g^{(2)}(\tau)$ berechnet werden, indem über alle möglichen $g^{(2)}(t, \tau)$ gemittelt wird. Dazu wird erst für einen gegebenen Hamilton-Operator $H(t)$ die Zeitentwicklung von $\rho(t)$ und die Wahrscheinlichkeit für die Emission eines ersten Photons zur Zeit t in einem bestimmten Zeitintervall $t \in [0, T]$ berechnet. Für alle diese Zeiten t muss anschließend eine unterschiedliche zweite Zeitentwicklung (Trajektorie) berechnet werden, um die Wahrscheinlichkeit der Emission eines weiteren Photons zur Zeit $t + \tau$ zu berechnen. Sind alle diese Wahrscheinlichkeiten berechnet, wird über alle Trajektorien gemittelt:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T \mathcal{P}(b; t + \tau | a; t) \cdot \pi_b(t) dt \quad (2.34)$$

2.3.3 Veranschaulichung der Photonenstatistik

Es werden hier qualitative Simulationen der Photonenstatistik für vier verschiedene Lichtfeldzustände vorgestellt, um ein intuitiveres Bild für die Bedeutung der Intensitätskorrelationsfunktion zu bekommen:

- Idealer Laser
- Thermische Lichtquelle
- Ein einzelnes Atom, kontinuierlich getrieben
- Ein einzelnes Atom, gepulst getrieben

Diese vier Zustände werden durch unterschiedliche Dichtematrizen beschrieben. Lässt man das Licht auf einen Detektor fallen und misst die Anzahl an Detektionsereignissen in einem Zeitintervall T , so kann man bei wiederholter Durchführung die Wahrscheinlichkeitsverteilung $P_m(T)$ von m nachgewiesenen Photonen während einer Messdauer T ermitteln. In [37, Kap.6.8] wird gezeigt, wie diese Wahrscheinlichkeitsverteilung $P_m(T)$ mit der Dichtematrix des jeweiligen Lichtzustandes zusammenhängt. Für einen kohärenten Zustand [37, Gl. (4.182)]

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (2.35)$$

mit $|\alpha|^2 = \bar{n}$, der das Lichtfeld einer Lasermode beschreibt, erhält man eine Poissonverteilung für die Anzahl der nachgewiesenen Photonen m im Zeitintervall T [37, Gl. (6.93)]:

$$P_m(T) = \frac{(\xi \bar{n} T)^m}{m!} e^{-\xi \bar{n} T} \quad (2.36)$$

mit $\xi = \zeta c \hbar \omega / V$ mit der Nachweiseffizienz ζ und dem Modenvolumen V . Für eine Poissonverteilung der Anzahl von Ereignissen m in einem Zeitintervall T ergibt sich eine Exponentialverteilung für die Verteilung $P_T(\bar{n})$ der Zeitintervalle T zwischen zwei *aufeinanderfolgenden* Ereignissen:

$$P_T(\bar{n}) = \xi \bar{n} e^{-\xi \bar{n} T} \quad (2.37)$$

Mit Hilfe eines Zufallsgenerators wurde für alle vier Lichtzustände ein Photonenstrom $S(t)$ simuliert, welcher der jeweiligen Verteilung der Zeitintervalle zwischen zwei aufeinanderfolgenden Photonen entspricht. Der Photonenstrom ist ein Vektor aus Nullen und Einsen. Eine Eins bedeutet, dass zu dieser Zeit ein Photon beobachtet wurde. Anschließend wurde die (normierte) Autokorrelation $\gamma(\tau)$ dieses Photonenstromes berechnet:

$$\gamma(\tau) = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T S(t) S(t + \tau) dt}{\frac{1}{T} \int_0^T S^2(t) dt} \quad (2.38)$$

Diese Autokorrelation $\gamma(\tau)$ des Photonenstromes S zeigt qualitativ dasselbe Verhalten wie die $g^{(2)}$ -Funktion für die Intensität $I(t)$. Während $P_T(\bar{n})$ die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, dass das zweite Photon mit der Zeitverzögerung T auf das erste folgt, gibt $\gamma(\tau)$ die Wahrscheinlichkeit für die Beobachtung irgendeines der folgenden Photonen an. $P_T(\bar{n})$ beinhaltet also nur die Korrelationen aufeinanderfolgender Photonen, während $\gamma(\tau)$ die Korrelationen aller beobachteter Photonen berücksichtigt.

Idealer Laser: Die Photonenstatistik eines kohärenten Zustandes ist in Abbildung 2.5 gezeigt: Die Verteilung der Zeitintervalle zwischen zwei aufeinanderfolgenden Photonen (Oben) ist nach Gl. (2.37) eine Exponentialfunktion. Der anhand dieser Verteilung simulierte Photonenstrom ist durch blaue Balken dargestellt (Mitte). Die

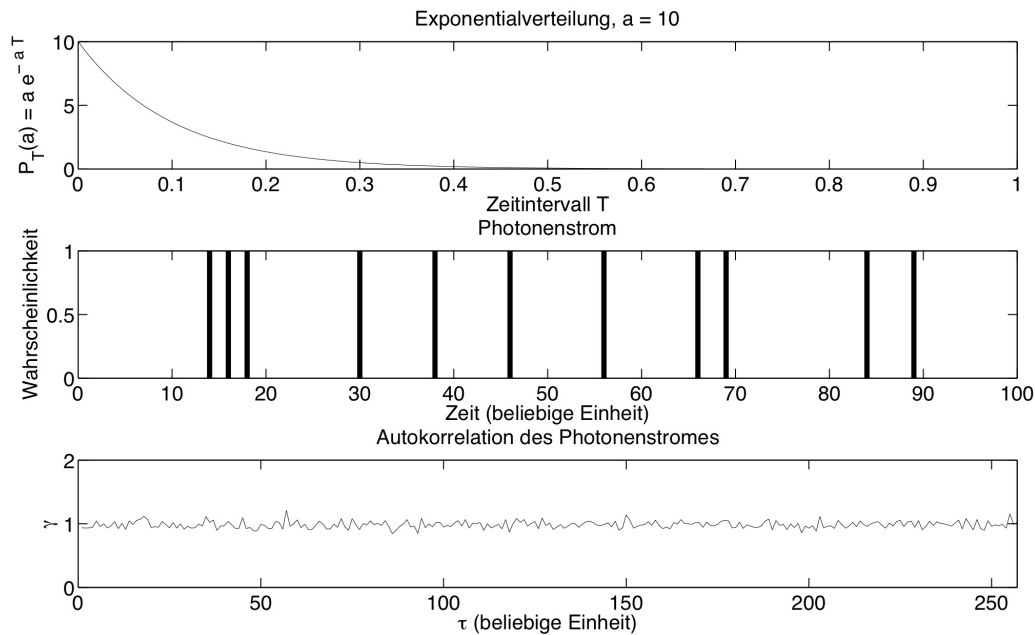


Abbildung 2.5: Photonenstatistik für einen kohärenten Zustand, der einen idealen Laser beschreibt. *Oben*: Verteilung der Zeitintervalle zwischen zwei aufeinanderfolgende Photonen. *Mitte*: Photonenstrom. *Unten*: Die Autokorrelation des Photonenstromes ist bis auf Schrotrauschen für alle Zeiten τ gleich Eins. Die Wahrscheinlichkeit, ein Photon zu beobachten, ist also zu allen Zeiten gleich und unabhängig vom Zeitpunkt eines ersten nachgewiesenen Photons.

Autokorrelation ist bis auf Schrotrauschen flach (unten). Die Wahrscheinlichkeit, ein Photon zu beobachten, ist also zu allen Zeiten gleich und unabhängig vom Zeitpunkt eines ersten nachgewiesenen Photons.

Thermische Lichtquelle: Für eine thermische Lichtquelle sind die Fluktuationen der Intensität größer als beim Laser. Daher ist die Verteilung der Anzahl von Photonemissionen in einem Zeitintervall super-Poisson verteilt [37, Gl. (6.69)]. Die Verteilung der Zeitintervalle zwischen zwei aufeinanderfolgenden Photonemissionen kann durch eine Bose-Einstein-Verteilung beschrieben werden. Auch für eine thermische Lichtquelle wurde ein Photonenstrom simuliert und seine Autokorrelation berechnet. Siehe dazu Abb. 2.6. Für kleine Zeiten $\tau_2 > \tau_1$ ist die Autokorrelation $\gamma(\tau_2) < \gamma(\tau_1)$. Diesen Effekt nennt man „Bunching“: Die Photonen treten (für kleine Zeiten) in Gruppen auf.

Ein einzelnes Atom, kontinuierlich getrieben: Ein einzelnes Atom braucht nach der Emission eines ersten Photons eine endliche Zeit, um wieder in den angereg-

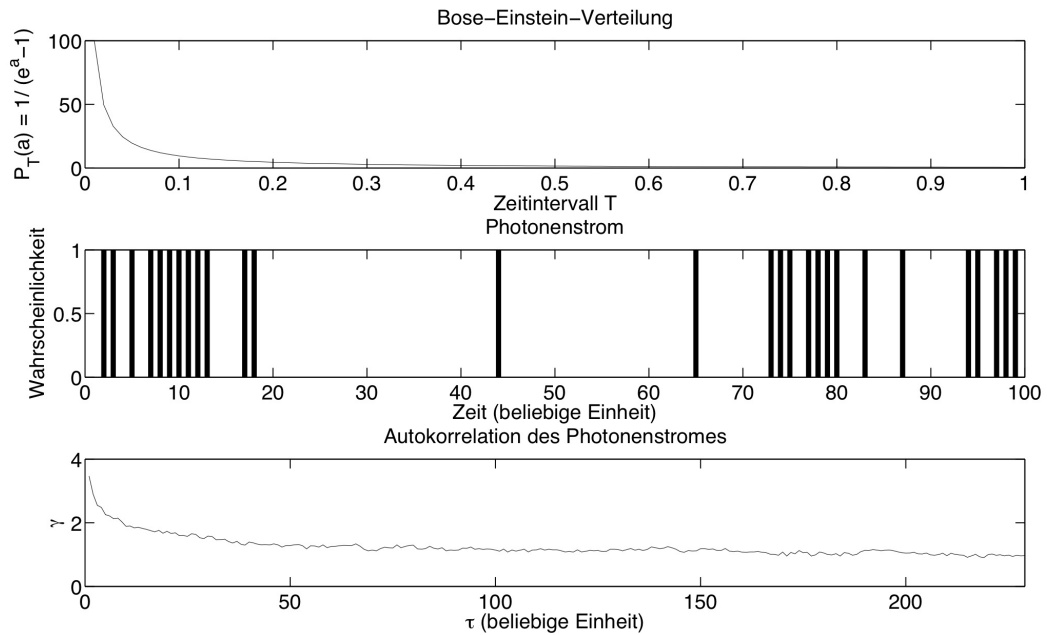


Abbildung 2.6: Photonenstatistik für eine thermische Lichtquelle. *Oben:* Verteilung der Zeitintervalle zwischen zwei aufeinanderfolgende Photonen. *Mitte:* Photonenstrom. *Unten:* Die Autokorrelation des Photonenstromes zeigt, dass die Photonen für kleine Zeiten in Gruppen auftreten: Für $\tau_2 > \tau_1$ ist die Autokorrelation $\gamma(\tau_2) < \gamma(\tau_1)$. Diesen Effekt nennt man „Bunching“.

ten Zustand überzugehen und ein weiteres Photon emittieren zu können. Daher ist die Verteilung für die Zeitintervalle zwischen zwei aufeinanderfolgenden Photonenemissionen hier mit einer Poissonverteilung (mit Mittelwert > 1) angenommen. Die berechnete Autokorrelation ist in Abb. 2.7 zu sehen. Für $\tau_2 > \tau_1$ ist die Autokorrelation $\gamma(\tau_2) > \gamma(\tau_1)$. Diesen Effekt nennt man „Antibunching“: Die Photonen sind zeitlich voneinander getrennt.

Ein einzelnes Atom, gepulst getrieben: Treibt man ein einzelnes Atom mit Lichtpulsen, so wird sich kein Gleichgewichtszustand einstellen. Das Atom wird je nach Länge des Pumpimpulses angeregt werden, um anschließend mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit ein Photon zu emittieren. Anschließend verweilt es so lange im Grundzustand, bis es der nächste Laserpuls erneut anregt. Bei einem Ein-Photonen Übergang kann ein einzelnes Atom nur einzelne Photonen emittieren, deren zeitlicher Abstand sich durch den Abstand der Laserpulse einstellen lässt. Für eine Anregungswahrscheinlichkeit und eine Detektionseffizienz von Eins ist die Einzelphotonenquelle deterministisch.

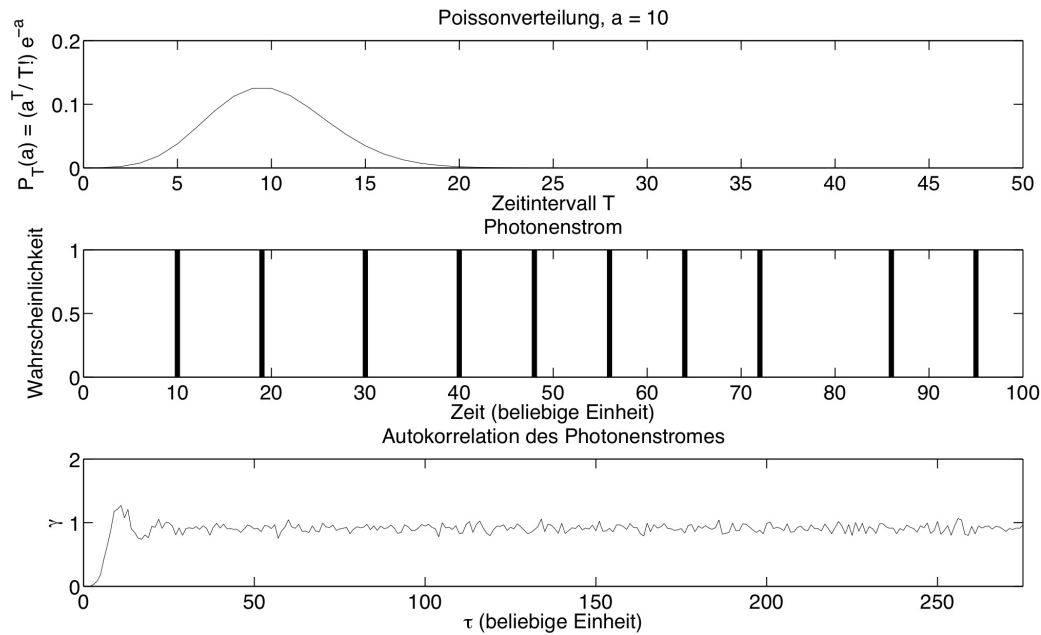


Abbildung 2.7: Photonenstatistik für ein kontinuierlich getriebenes Atom. *Oben*: Verteilung der Zeitintervalle zwischen zwei aufeinanderfolgende Photonen. *Mitte*: Photonenstrom. *Unten*: Die Autokorrelation des Photonstromes zeigt, dass die Photonen für kleine Zeiten voneinander getrennt auftreten: Für $\tau_2 > \tau_1$ ist die Autokorrelation $\gamma(\tau_2) > \gamma(\tau_1)$. Diesen Effekt nennt man „Antibunching“.

Dies wurde nach der gleichen Methode wie oben simuliert. In der Autokorrelation in Abb. 2.8 ist das Verhalten einer Einzelphotonenquelle zu erkennen: Einzelne Spitzen, deren Abstand der Periodendauer einer gepulst betriebenen Quelle entspricht und das Fehlen einer Spitze bei $\tau = 0$. Dies bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit für die gleichzeitige Emission von zwei Photonen gleich Null ist. In Realität besitzt jede einzelne Spitze in der Autokorrelationsfunktion eine Breite, die sich aus der Dynamik des Emissionsprozesses ergibt. Dies wird in der qualitativen Simulation in Kapitel 3 diskutiert.

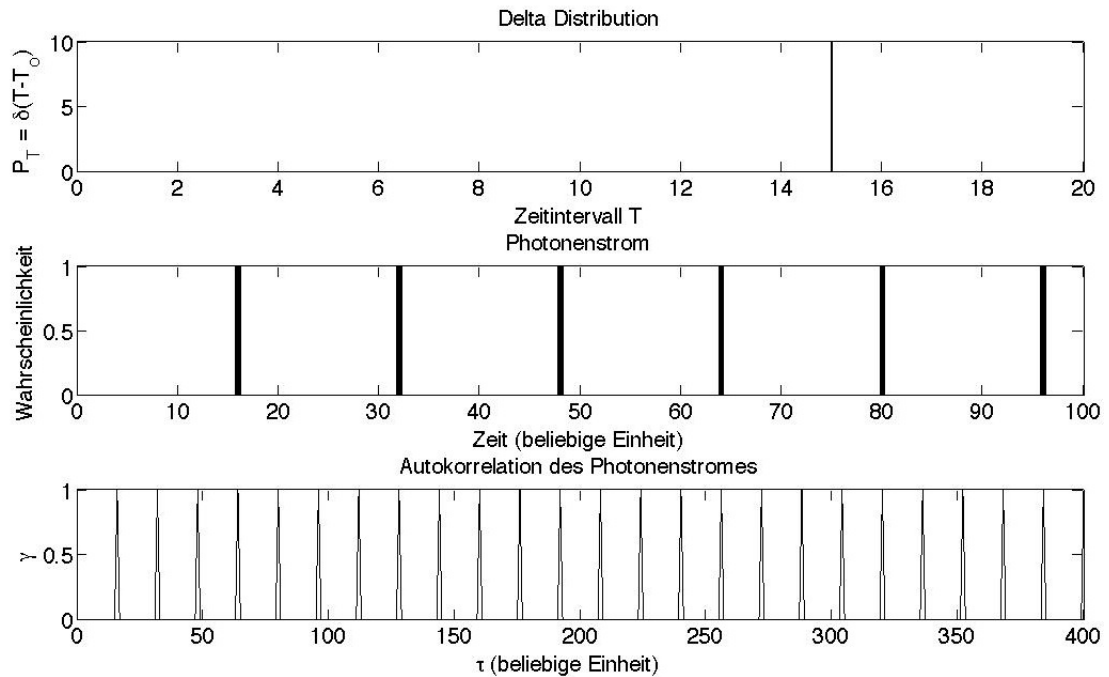


Abbildung 2.8: Photonenstatistik für ein gepulst getriebenes Atom. *Oben:* Verteilung der Zeitintervalle zwischen zwei aufeinanderfolgende Photonen. *Mitte:* Photonenstrom. *Unten:* Die Autokorrelation des Photonenstromes zeigt die Charakteristik einer Einzelphotonenquelle. Der Abstand der einzelnen Spitzen entspricht der Periodendauer der gepulst betriebenen Quelle. Das Fehlen einer Spitze bei $\tau = 0$ bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit für die gleichzeitige Emission von zwei oder mehr Photonen gleich Null ist.

2.4 $^{40}\text{Ca}^+$ -Termschema

Das vorgestellte Drei-Niveausystem wird im Experiment mit dem $^{40}\text{Ca}^+$ Ion realisiert, dessen relevante Zustände und Übergänge zwischen ihnen an dieser Stelle besprochen werden. Da in den Simulationen die Polarisation sowie die Richtung der Laserstrahlen relativ zur Resonatorachse und zum Magnetfeld entscheidend ist, wird hier auch kurz auf die Übergangswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit dieser Parameter eingegangen.

2.4.1 Energieniveaus und Übergänge in $^{40}\text{Ca}^+$

Das verwendete ^{40}Ca Isotop hat eine natürliche Häufigkeit von ca. 97 %. Es besitzt keinen Kernspin und damit keine Hyperfeinstruktur. Ein einfach ionisiertes $^{40}\text{Ca}^+$ Ion hat die Elektronenkonfiguration eines Ar Atoms mit einem zusätzlichen Valenzelektron und damit ein Spektrum wie Alkaliatome. Der Grundzustand ist $4S_{1/2}$. Für die Einzelphotonenquelle sind nur die Übergänge zwischen den Zuständen $4S_{1/2}$, $4P_{1/2}$ und $3D_{3/2}$ relevant. Im Folgenden wird auf die Hauptquantenzahl verzichtet und $S_{1/2}$, $P_{1/2}$ und $D_{3/2}$ geschrieben. Die relevanten Zustände und die spontanen Zerfallsraten sind in Abb. 2.9 gezeigt. Der Übergang von $S_{1/2}$ nach $P_{1/2}$ liegt bei 397 nm, der von $P_{1/2}$ nach $D_{1/2}$ bei 866 nm. Der Zustand $P_{1/2}$ kann spontan in die beiden Zustände $S_{1/2}$ und $D_{3/2}$ mit den Raten $\Gamma_{sp} = (2\pi) 20$ MHz und $\Gamma_{pd} = (2\pi) 1.7$ MHz zerfallen. Das Verhältnis ist $\Gamma_{sp} \approx 12\Gamma_{pd}$. Der Übergang von $D_{3/2}$ nach $S_{1/2}$ ist ein Quadru-

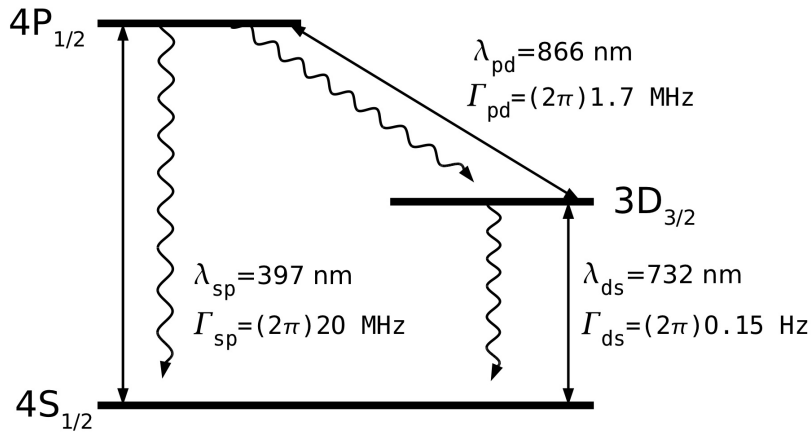


Abbildung 2.9: Die drei niedrigsten Energieniveaus des $^{40}\text{Ca}^+$ Ions. Der Übergang von $S_{1/2}$ nach $P_{1/2}$ liegt bei 397 nm, der von $P_{1/2}$ nach $D_{1/2}$ bei 866 nm. Der $P_{1/2}$ Zustand zerfällt mit den Raten Γ_{sp} und Γ_{pd} nach $S_{1/2}$ bzw. $D_{3/2}$. Der Übergang von $D_{3/2}$ nach $S_{1/2}$ ist ein Quadrupolübergang bei 732 nm. Daher ist das $3D_{3/2}$ Niveau mit einer natürlichen Lebensdauer von $\tau_{nat} \approx 1$ s metastabil.

polübergang und damit dipol-verboten. Man nennt den $D_{3/2}$ Zustand metastabil, da seine natürliche Lebensdauer $\tau_{nat} \approx 1$ s beträgt und vier Größenordnungen größer ist als die im Experiment relevanten Zeitskalen.

Zeemanaufspaltung: Für endliches Magnetfeld B muss die Zeemanstruktur der Feinstruktur berücksichtigt werden. Nach [50, Kap.5.3] beträgt die Aufspaltung der Zustände $|J, m_J\rangle$ mit Magnetfeldquantenzahl m_J für schwache³ Magnetfelder

$$\Delta E = g \mu_B m_J B \quad (2.39)$$

mit dem Landéfaktor g , dem Bohrschen Magneton $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ und der Masse des Elektrons m_e . Der Landéfaktor für einen Zustand mit Drehimpulsquantenzahl L , Spinquantenzahl S und Gesamtdrehimpulsquantenzahl J ist nach [50, Kap.3.10]

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (2.40)$$

Die Landéfaktoren der relevanten $^{40}\text{Ca}^+$ Zustände sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

| | | | |
|-----|-----------|-----------|-----------|
| g | $S_{3/2}$ | $P_{1/2}$ | $D_{3/2}$ |
| | 2 | 2/3 | 4/5 |

Übergangswahrscheinlichkeiten: Die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen zwei diskreten Zuständen $|a\rangle$ und $|b\rangle$ kann durch die Einsteinkoeffizienten in einer Raten-gleichung beschrieben werden [37, Kap.1.5]. Dabei gibt der A Koeffizient die Wahr-scheinlichkeit der spontanen Emission und der B Koeffizient die Wahrscheinlichkeit für stimulierte Absorption/Emission⁴ an. Mit $B = \frac{\pi e^2 |\mu_{ab}|^2}{3\epsilon_0 \hbar^2}$ [37, Gl. (2.55)] folgt für den Zusammenhang zwischen dem A Koeffizienten und dem Dipolmatrixelement μ_{ab} nach [37, Gl. (1.51)]:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\hbar\omega}{\pi^2 c^3} B \\ &= \frac{e^2 \omega^3 |\mu_{ab}|^2}{3\pi \epsilon_0 \hbar c^3} \end{aligned} \quad (2.41)$$

Das Dipolmatrixelement $\mu_{ab} = \langle b | \mu | a \rangle$ für einen Dipolübergang zwischen einem ato-maren Grundzustand $|a\rangle$ und einem angeregten Zustand $|b\rangle$ hängt von der Richtung des Laserstrahls relativ zum Magnetfeld und seiner Polarisation ab.

³Die Kopplung des gesamten magnetischen Momentes mit dem Magnetfeld ist kleiner als die Kopplung zwischen den magnetischen Momenten von Drehimpuls und Spin (Feinstruktur).

⁴Betrachtet man Übergänge zwischen Niveaus, die aus mehreren Zuständen bestehen, unterscheiden sich die Wahrscheinlichkeiten für stimulierte Absorption und stimulierte Emssion durch die Anzahl der beteiligten Zustände. Hier wird der Fall zweier einzelner Zustände betrachtet.

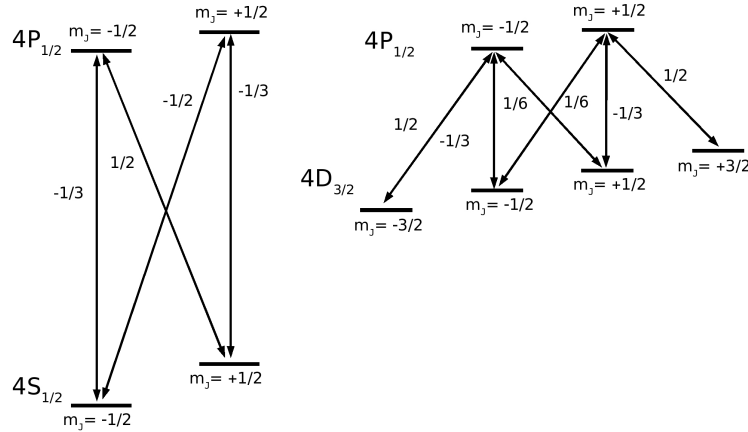


Abbildung 2.10: Die Zeemanaufspaltung des S , P und D Niveaus und die Clebsch-Gordan Koeffizienten für die Übergänge zwischen ihnen.

Der Zustand $|a\rangle$ habe Drehimpuls J_a mit Zeemanzuständen $|J_a, m_a\rangle$, der angeregte $|b\rangle$ Zustand habe Drehimpuls J_b mit Zeemanzuständen $|J_b, m_b\rangle$, wobei die Quantisierungsachse in Richtung des Magnetfeldes gewählt sei. Den Dipoloperator $\vec{\mu}$ schreibt man in sphärischen Koordinaten: $\vec{\mu} = \sum_{q=0,\pm 1} \mu_q \vec{e}_q$ (den Polarisationsvektor \vec{e} analog). Dabei ist die sphärische Basis $\vec{e}_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_x \pm i\vec{e}_y)$, $\vec{e}_0 = \vec{e}_z$. Das Wigner-Eckart Theorem [50, Gl. (3.10.31)] gibt für den Übergang von $|a\rangle$ nach $|b\rangle$ (Absorption) folgenden Zusammenhang:

$$\langle J_b, m_b | \mu_q | J_a, m_a \rangle = \underbrace{\frac{\langle J_b || \mu || J_a \rangle}{\sqrt{2J_b + 1}}}_{\text{Reduziertes Matrixelement}} \cdot \underbrace{\langle J_a, 1; m_a, q | J_b, m_b \rangle}_{\text{Clebsch-Gordan Koeffizient}} \quad (2.42)$$

Das reduzierte Matrixelement ist unabhängig von der Geometrie, d.h. den Quantenzahlen m_a, m_b . Die Clebsch-Gordan Koeffizienten beschreiben die relativen Kopplungsstärken der Übergänge zwischen den verschiedenen Zeemanzuständen. Dabei beschreibt der letzte Term in Gl. (2.42) die Kopplung des Zustandes $|J_a, 1; m_a, q\rangle$ mit einem Photon mit Spin 1 und Polarisation $q = 0, \pm 1$ (linear bzw. zirkular polarisiert) mit dem Zustand $|J_b, m_b\rangle$. So ist z.B. der Clebsch-Gordan Koeffizient für den Übergang von $|S_{1/2}, m_J = -1/2\rangle$ unter Absorption eines rechts-zirkular polarisierten Photons $|1, +1\rangle$ nach $|P_{1/2}, m_J = +1/2\rangle$:

$$\left\langle J = \frac{1}{2}, 1; m_J = -\frac{1}{2}, +1 \left| J = \frac{1}{2}, m_J = +\frac{1}{2} \right. \right\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (2.43)$$

Die Clebsch-Gordan Koeffizienten für die dipol-erlaubten Übergänge zwischen den acht Zeemanzuständen sind in Abb. 2.10 gezeigt.

3 Computersimulationen

Die Dynamik des Acht-Niveau Systems mit zwei Resonatormoden wurde mit Computersimulationen untersucht. Diese ermöglichen sowohl das Auffinden der optimalen Parameter für das Experiment, als auch den Vergleich der experimentellen Daten mit der Theorie. In diesem Kapitel wird anfangs die „Quantum Optics Toolbox“ vorgestellt, mit der die Simulationen in der Programmiersprache Matlab durchgeführt wurden. Anschließend werden die verschiedenen Methoden erklärt, mit denen zeitabhängige und zeitunabhängige Probleme gelöst werden können. Zum Schluß wird die Implementierung der Simulationen für das Acht-Niveausystem mit zwei Resonatormoden und die Anwendung für die Einzelphotonenquelle beschrieben.

3.1 Quantum Optics Toolbox

Die Matlab Programmiersprache ermöglicht die Implementierung komplexwertiger Matrizen als primitive Datenobjekte. Dies wird von der Quantum Optics Toolbox (QOT) [51] genutzt, um Zustandsvektoren und Operatoren als „quantum objects“-Datentyp zu implementieren, wodurch ein einfaches Aufstellen des Liouvilleoperators und der Anfangsbedingungen ermöglicht wird. Eine ausführliche Beschreibung und Anwendungsbeispiele finden sich in [52]. Nach Aufstellen der Bewegungsgleichungen stehen mehrere Lösungsmöglichkeiten zur Verfügung, die im folgenden Abschnitt diskutiert werden. In dieser Diplomarbeit wurde die Zeitentwicklung der Dichtematrix berechnet, aus welcher am Ende die Erwartungswerte der zeitunabhängigen Operatoren (Schrödingerbild) berechnet werden können.

3.2 Methoden

3.2.1 Zeitunabhängiger Hamilton-Operator

Für einen zeitunabhängigen Hamilton-Operator $\mathcal{H} \neq \mathcal{H}(t)$ kann entweder der Gleichgewichtszustand oder eine Zeitentwicklung der Dichtematrix des Systemes berechnet werden.

Gleichgewichtszustand: Für die Berechnung des Gleichgewichtszustandes wird in den Bewegungsgleichungen $\dot{\rho} = 0$ gesetzt und die Lösung des linearen Gleichungssystems $\mathcal{M}\rho = 0$ berechnet. Dies ist in der QOT durch die Funktion `steady(ρ)` implementiert. Sie kann verwendet werden, um die $g^{(2)}$ -Funktion eines stationären

Zustandes nach Gl. (2.32) zu berechnen. Dafür wird mit Hilfe dieser Funktion zunächst die Dichtematrix des stationären Zustandes ρ_{stat} berechnet, durch welche die mittlere Anzahl der Photonen im Resonator gegeben ist: $\langle n_{\text{stat}} \rangle = \text{Tr}(a^\dagger a \rho_{\text{stat}})$. Wird zur Zeit $t = 0$ ein erstes Photon beobachtet, so ist die Anfangsbedingung für die folgende Zeitentwicklung $\rho(0) = a \rho_{\text{stat}} a^\dagger$. Eine Berechnung der Zeitentwicklung (siehe folgenden Abschnitt) der Dichtematrix für $\tau > 0$ ermöglicht dann die Berechnung des Termes $\langle n(\tau) \rangle$ in Gl. (2.33). Mit $\langle n(\tau) \rangle$ und $\langle n_{\text{stat}} \rangle$ ist dann die $g^{(2)}$ -Funktion nach nach Gl. (2.33) gegeben.

Zeitentwicklung: Die Zeitentwicklung des Dichteoperators ist nach Gl. (2.21) gegeben durch

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= -\frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}_{AC}, \rho_{AC}] + \mathcal{L}_{\text{diss}}[\rho] \\ &= \mathcal{L}[\rho] \end{aligned} \quad (3.1)$$

Dabei ist \mathcal{L} ein Superoperator, der Matrizen auf Matrizen abbildet. Schreibt man die Elemente des Dichteoperators ρ in einen Vektor $\tilde{\rho}$ der Dimension n^2 , so kann man die Zeitentwicklung durch eine lineare Abbildung beschreiben:

$$\dot{\tilde{\rho}} = \mathcal{M} \tilde{\rho} \quad (3.2)$$

Dabei schreibt man die (komplexen) Koeffizienten des linearen Gleichungssystems der optischen Blochgleichungen (siehe Abschnitt 2.1.3) in die Matrix \mathcal{M} . Die formale Lösung zu Gl. (3.2) ist:

$$\tilde{\rho}(t) = e^{\mathcal{M}t} \tilde{\rho}(0) \quad (3.3)$$

Zur Lösung dieser Gleichung für alle Elemente der Dichtematrix müsste man eine Exponentialreihe für die $n^2 \times n^2$ dimensionale Matrix \mathcal{M} aufstellen. Die Gleichung lässt sich jedoch in eine wesentlich einfacher lösbare Form umschreiben, in der lediglich die Exponentialreihe eines Vektors gebildet werden muss. Dazu sind zwei Schritte nötig: Man diagonalisiert $\mathcal{M} = \mathcal{V} \mathcal{S} \mathcal{V}^{-1}$ und schreibt die Anfangsbedingungen $\tilde{\rho}(0)$ mit Hilfe der Basiswechselmatrix \mathcal{V} um. Die nötigen Rechenschritte sind in Anhang B erläutert. Das Ergebnis ist:

$$\tilde{\rho}_i(t) = \sum_k A_{ik} e^{s_k t} \quad (3.4)$$

Das Problem wurde somit auf das Bilden einer Exponentialreihe für die Eigenwerte s_k von \mathcal{M} reduziert: $\tilde{\rho}(t) = A e^{\mathcal{S}t}$. Die Matrix A enthält dabei die Anfangsbedingungen $\tilde{\rho}(0)$ und die Basiswechselmatrix \mathcal{V} , die Matrix \mathcal{S} ist die in ihre Eigenzustandsbasis transformierte Matrix \mathcal{M} .

In der QOT ist das Bilden einer Exponentialreihe für die Elemente der Dichtematrix nach Gl. (3.4) durch die Funktion $\rho_{ES} = \text{steady}(\rho)$ implementiert. Erwartungswerte des Operators O zu unterschiedlichen Zeiten t_{list} können nun in einem Schritt mit der Funktion `esval(expect(O, ρ_{ES}), t_{list})` berechnet werden. Dabei ist t_{list} ein Array, welches die gewünschten Zeiten enthält.

3.2.2 Zeitabhängiger Hamilton-Operator

Ist der Hamilton-Operator $\mathcal{H} = \mathcal{H}(t)$ zeitabhängig, so müssen die Bewegungsgleichungen numerisch integriert werden. Hierfür benutzt die QOT die C-Routine `solvemc.c`, welche von Matlab aus aufgerufen wird [52, Kap. 18 und 19]. Verwendet man diese C-Routine, muss der zeitabhängige Teil des Hamilton-Operators (wie z.B. die Rabi-Frequenz Ω eines Lasers) mit Hilfe der QOT-Routine `fn` implementiert werden. Diese funktioniert leider nicht für den Fall, dass der zeitabhängige Teil im Hamilton-Operator zur Zeit $t = 0$ Null ist und erst später größer Null wird (wie z.B. ein Laserpuls, der erst später in der Sequenz anfängt). Daher wurde für den zeitabhängigen Fall die Zeitentwicklung „per Hand“ integriert. Dies erfolgt durch stückweises Anwenden der Methode der Exponentialreihe (siehe Abschnitt 3.2.1). Die Berechnung erfolgt dann wie bei einem Riemannintegral: Für einen Zeitschritt wird der Hamilton-Operator als konstant angenommen. Im nächsten Schritt wird als Anfangsbedingung die Dichtematrix des vorigen Schrittes benutzt. Es wurde überprüft, dass diese Integration „per Hand“ exakt das gleiche Resultat für die Zeitentwicklung der Dichtematrix liefert wie die Integration mit Hilfe der C-Routine `solvemc.c`. Der Nachteil dieses Vorgehens ist der größere Rechenaufwand. Der enorme Vorteil ist die beliebige Wahl der Pulsformen (siehe Abschnitt 3.4).

3.3 Acht-Niveau-Atom mit Resonator

Für die Simulation der Zeitentwicklung der Dichtematrix des Systems muss eine Mastergleichung wie Gl. (2.25) aufgestellt werden. Für das $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion werden alle acht Feinstrukturzustände (siehe Abschnitt 2.4) berücksichtigt. Außerdem werden zwei verschiedene Resonatormoden mit orthogonaler Polarisation eingeführt. Da im Experiment keine Messung der Polarisation stattfindet, wird in den Simulationen bei der Bildung der Erwartungswerte die Anzahl der Photonen in den beiden Moden addiert: $\langle n \rangle = \langle n_1 \rangle + \langle n_2 \rangle$.

Für die vollständige Beschreibung der Dynamik des Systems müssen alle in Abschnitt 2.2 erwähnten Terme in der Mastergleichung berücksichtigt werden. Dies sind:

- Acht atomare Energiezustände
- Zwei Resonatormoden mit orthogonaler Polarisation
- Die Kopplung der atomaren Zustände mit zwei externen Laserfeldern
- Die Kopplung der atomaren Zustände mit den Resonatormoden
- Dissipative Prozesse: Zerfall der atomaren Zustände, Zerfall der Resonatormoden, Linienbreiten der Laserfelder

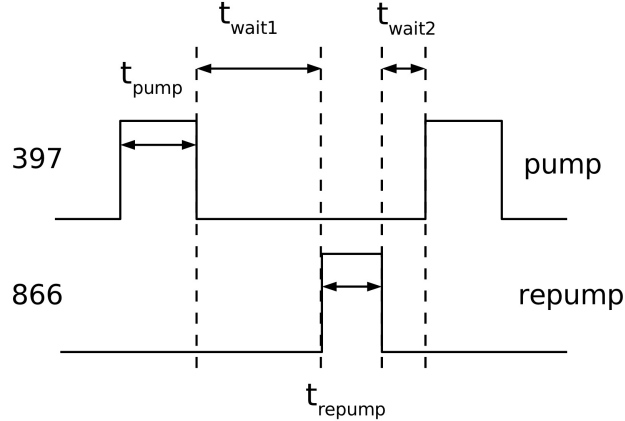


Abbildung 3.1: Pulssequenz für den Pump- und Rückpumplaser: Nach dem Pumpppuls der Länge t_{pump} folgt eine Wartezeit t_{wait1} . Dann folgt der Rückpumppuls der Länge t_{repump} mit anschließender Wartezeit t_{wait2} .

Weiterhin ist die Geometrie des gesamten Systems (Laserpolarisationen, Einstrahlrichtungen) sowie das Magnetfeld zu berücksichtigen. Für die Simulationen wurde der Liouvilleoperator von Carlos Russo übernommen [45].

Bei der Einzelphotonenquelle ist die Besetzung der Zustände des Fockraumes der Resonatormoden mit $n > 1$ klein: Da Pump- und Rückpumplaser nicht gleichzeitig an sind, besteht im Prinzip keine Möglichkeit, mehr als ein Photon in beiden Resonatormoden zu haben. Daher kann der Fockraum der Resonatormoden auf $n = 0, 1, 2$ beschränkt werden. Damit hat der Hilbertraum des Gesamtsystems Atom plus Resonator die Dimension $d = 8 \cdot 3 = 24$. Die Dichtematrix hat dann $24^2 = 576$ Elemente. Man erhält also 576 Bewegungsgleichungen für alle Elemente der Dichtematrix.

3.4 Simulation der Einzelphotonenquelle

Für die Einzelphotonenquelle werden Pump- und Rückpumplaser gepulst betrieben. Die Sequenz ist in Abb. 3.1 zu sehen: Nach dem Pumpppuls der Länge t_{pump} folgt eine Wartezeit t_{wait1} . Dann folgt der Rückpumppuls der Länge t_{repump} mit anschließender Wartezeit t_{wait2} . Der Populationstransfer während dieser Pulssequenz ist in Abb. 3.2 veranschaulicht: Während des Pumpulses der Länge t_{pump} koppelt der Ramanprozess die Zustände $|S, 0\rangle \leftrightarrow |D, 1\rangle$. Es befindet sich jetzt ein Photon im Resonator. In der Wartezeit t_{wait2} kann das Photon den Resonator verlassen: $|D, 1\rangle \rightarrow |D, 0\rangle$. Während des Rückpumppulses wird die Population in den $|P, 0\rangle$ Zustand gepumpt, von wo es wieder in den Grundzustand $|S, 0\rangle$ zerfällt.

Mit Hilfe der Simulationen sollte erstens untersucht werden, wie gut das theoretische Modell das Experiment beschreiben kann. Zweitens sollte festgestellt werden, ob

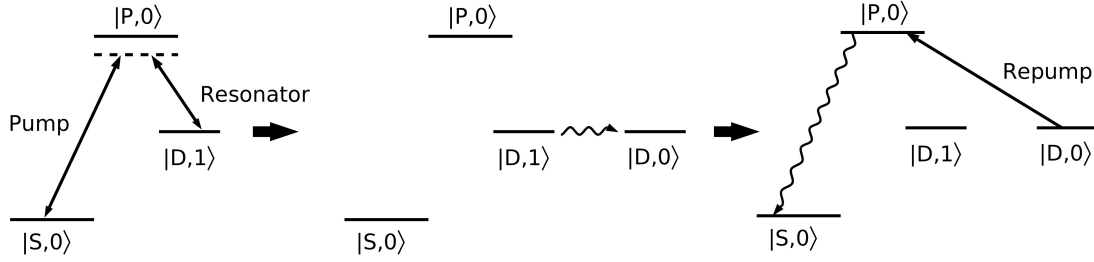


Abbildung 3.2: Veranschaulichung des Populationstransfers während der Pulssequenz. *Links*: Während des Pumpimpulses der Länge t_{pump} koppelt der Ramanprozess die Zustände $|S,0\rangle \leftrightarrow |D,1\rangle$. Es befindet sich jetzt ein Photon im Resonator. *Mitte*: In der Wartezeit $t_{\text{wait}2}$ kann das Photon den Resonator verlassen: $|D,1\rangle \Rightarrow |D,0\rangle$. *Rechts*: Während des Rückpumpimpulses wird die Population in den $|P,0\rangle$ Zustand gepumpt, von wo es wieder in den Grundzustand $|S,0\rangle$ zerfällt.

das Profil der Pulse einen wesentlichen Einfluß auf die Photonenstatistik hat. Es ist denkbar, dass rechteckige Pulse Fourierkomponenten haben, die unerwünschte Anregungen des Atoms in den P Zustand bewirken, von wo aus es spontan zerfällt. Dazu sollte der Unterschied zwischen rechteckigen Pulsen und stetig geformten Pulsen untersucht werden.

3.4.1 Berechnung der $g^{(2)}$ -Funktion

Wie in Abschnitt 2.3.2 erläutert, kann man die $g^{(2)}$ -Funktion für gepulsten Betrieb nicht über den Gleichgewichtszustand berechnen. Es muß wie in Gl. (2.34) beschrieben über alle möglichen $g^{(2)}(t, \tau)$ gemittelt werden. Als erster Schritt wird der Hamilton-Operator $\mathcal{H} = \mathcal{H}(t)$ formuliert. Darin sind die einzigen zeitabhängigen Terme die Rabi-Frequenzen $\Omega_{\text{pump}}(t)$ und $\Omega_{\text{repump}}(t)$.

Als zweiter Schritt wird die (erste) Zeitentwicklung von $\rho(t)$ in einem bestimmten Zeitintervall $t \in [t_1 = 0, t_2, t_3, \dots, t_m]$ berechnet. Dazu gehört die Anfangsbedingung, dass das System im Zustand $\rho(0) = \frac{1}{2} |S, m_j = -\frac{1}{2}; 0\rangle \langle S, m_j = -\frac{1}{2}; 0| + \frac{1}{2} |S, m_j = +\frac{1}{2}; 0\rangle \langle S, m_j = +\frac{1}{2}; 0|$ ist. Dies ist dadurch gerechtfertigt, dass das Atom nach dem (unpolarisierten) Dopplerkühlen in einer inkohärenten Überlagerung der beiden Zeemanunterzustände $|S, m_j = \pm\frac{1}{2}\rangle$ mit 0 Photonen in der Resonatormode ist. Für alle möglichen Zeiten $t \in [0, t_m]$ ist die Wahrscheinlichkeit, ein erstes Photon zur Zeit t nachzuweisen, gleich der Zerfallsrate des Resonators multipliziert mit der mittleren Anzahl von Photonen im Resonator: $2\kappa \langle n(t) \rangle$. Dabei ist die mittlere Anzahl von Photonen im Resonator: $\langle n(t) \rangle = \text{Tr}(a^\dagger a \rho(t))$. Die Wahrscheinlichkeit des ersten Photons muss normiert werden, damit die $g^{(2)}$ -Funktion weder von der zeitlichen Auflösung noch von der gesamten Zeitspanne abhängt: $\pi_{\text{erstes Photon}}(t_i) = \frac{\langle n(t_i) \rangle}{\sum_{i=0}^m \langle n(t_i) \rangle}$.

Der dritte Schritt ist die Berechnung der (zweiten) Zeitentwicklung bis zu allen

möglichen Zeiten $\tau \in [\tau_1 = 0, \tau_2, \dots, \tau_k]$, zu denen irgendein weiteres Photon nachgewiesen werden kann. Dabei ist τ_k die Zeit, bis zu der die $g^{(2)}$ -Funktion berechnet werden soll. Diese Zeitentwicklung wird für alle Zeiten t_i des ersten Photons individuell berechnet, da der Hamilton-Operator $\mathcal{H}(t_i + \tau_j)$ von der Anfangszeit t_i abhängt.

Dabei ist die Anfangsbedingung: $\rho(0) = \frac{1}{4} |D, m_j = -\frac{3}{2}; 0\rangle \langle D, m_j = -\frac{3}{2}; 0| + \frac{1}{4} |D, m_j = -\frac{1}{2}; 0\rangle \langle D, m_j = -\frac{1}{2}; 0| + \frac{1}{4} |D, m_j = +\frac{1}{2}; 0\rangle \langle D, m_j = +\frac{1}{2}; 0| + \frac{1}{4} |D, m_j = +\frac{3}{2}; 0\rangle \langle D, m_j = +\frac{3}{2}; 0|$,

da die Übergänge in die einzelnen Zeemanunterzustände des $|D\rangle$ Niveaus bei kleinem Magnetfeld nicht aufgelöst werden und das Atom somit in einer inkohärenten Überlagerung dieser Zustände ist. Die (bedingte) Wahrscheinlichkeit des Nachweises eines weiteren Photons zur Zeit $t_i + \tau_j$ berechnet man wie oben: $\langle n(t_i + \tau_j) \rangle = \text{Tr}(a^\dagger a \rho(t_i + \tau_j))$. Auch sie muss normiert werden:

$$\mathcal{P}_{\text{weiteres Photon}}^{(\text{bedingt})}(t_i + \tau_j; t_i) = \frac{\langle n(t_i + \tau_j) \rangle}{\sum_{j=0}^k \langle n(t_i + \tau_j) \rangle}.$$

Der vierte Schritt ist die Berechnung der normierten $g^{(2)}$ -Funktion. Hierzu müssen die Wahrscheinlichkeiten der Beobachtung eines ersten Photons zu allen Zeiten t_i mit den zugehörigen (bedingten) Wahrscheinlichkeiten des Nachweises eines weiteren Photons zur Zeit $t_i + \tau_j$ multipliziert und gemittelt werden:

$$g^{(2)}(\tau_j) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathcal{P}_{\text{weiteres Photon}}^{(\text{bedingt})}(t_i + \tau_j; t_i) \cdot \pi_{\text{erstes Photon}}(t_i) \quad (3.5)$$

Die gewählte Methode der Berechnung der Zeitentwicklung hängt von der Pulsform ab: Für stetige Pulse müssen die Bewegungsgleichungen integriert werden. Dies nimmt enorme Rechendauern in Anspruch, da insgesamt m Zeitentwicklungen mit jeweils k Schritten berechnet werden müssen. Für $m = k$ wächst der Rechenaufwand also quadratisch mit der Länge der zu berechnenden $g^{(2)}$ -Funktion. Sind die Pulse rechteckig, könnte man ebenso die Integrationsmethode wählen. Es ist jedoch geschickter, die Zeitentwicklung stückweise zu berechnen, da für jedes der vier Zeitintervalle in Abb. 3.1 der Hamilton-Operator zeitunabhängig ist und eine Exponentialreihe (siehe Abschnitt 3.2.1) gebildet werden kann. Dies verkürzt die Rechendauer erheblich.

3.4.2 Ergebnisse

In den Simulationen werden verschiedene Arten von Parametern verwendet. Feste Parameter wie atomare Zerfallsraten, Glebsch-Gordan-Koeffizienten und Landéfaktoren werden aus der Literatur [53] übernommen. Vom Aufbau abhängige Parameter wie die Zerfallsrate des Resonators und die Laserlinienbreiten wurden in unabhängigen Kalibrierungsmessungen bestimmt. Für variable Parameter wie Rabifrequenzen, Verstimmungen, Polarisationen und Magnetfeld wurden die im Experiment gewählten und mit unabhängigen Methoden gemessenen Werte eingesetzt. Dabei wurden

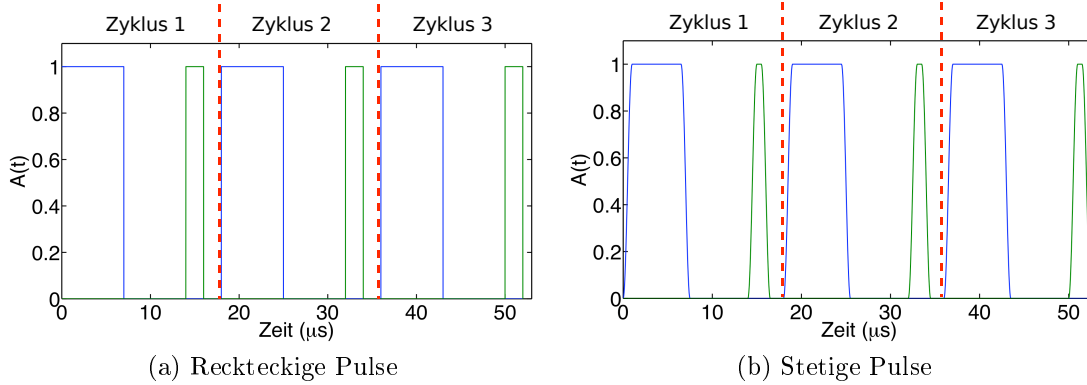


Abbildung 3.3: Drei Zyklen der Pulssequenz $(t_{\text{pump}}, t_{\text{wait1}}, t_{\text{repump}}, t_{\text{wait2}}) = (7, 7, 2, 2)$ μs .

Rabifrequenzen und Verstimmungen im Experiment durch die Aufnahme von Dunkelresonanzen kalibriert [45]. Für die Kopplungsstärke g wurde angenommen, dass das Ion sich an einem Bauch der Stehwelle der Resonatormode befindet (siehe Kapitel 6).

Für eine Pulssequenz von $(t_{\text{pump}}, t_{\text{wait1}}, t_{\text{repump}}, t_{\text{wait2}}) = (7, 7, 2, 2)$ μs wurde sowohl für rechteckige als auch für stetige Pulse die Zeitentwicklung der Dichtematrix und die $g^{(2)}$ -Funktion berechnet. Diese Pulssequenz wird hier als Beispiel gewählt, weil sie im Experiment verwendet wurde. Dabei wurde für die stetig geformten Pulse $A(t)$ sinusförmige Pulsflanken gewählt:

$$A(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < t_1 \\ \frac{1}{2} \left(1 + \sin \left[\pi \left(t - t_1 - \frac{1}{2} t_r \right) / t_r \right] \right) & \text{für } t_1 \leq t \leq t_1 + t_r \\ 1 & \text{für } t > t_1 + t_r \end{cases} \quad (3.6)$$

Dabei ist t_1 die Anfangszeit des Pulses und t_r die Anstiegsdauer. Für den Abstieg gilt die umgekehrte Form. In den Simulationen wurde für die Dauer der Pulsflanken $1 \mu\text{s}$ gewählt. Die Form der rechteckigen Pulse ist in Abb. 3.3(a), die der stetig geformten Pulse in Abb. 3.3(b) zu sehen. Es sind drei Zyklen der hintereinander ausgeführten Pulssequenz gezeigt.

Die Zeitentwicklung der Populationen für den Fall der rechteckigen Pulse ist in Abb. 3.4 zu sehen. Dabei sind mit $\langle S \rangle, \langle P \rangle, \langle D \rangle$ jeweils die Erwartungswerte der Besetzung aller Unterzustände und mit $\langle n \rangle$ ist der Erwartungswert der Anzahl der Photonen im Resonator gemeint:

$$\begin{aligned} \langle S \rangle &= \text{Tr} \left(\left[\sum_j |S; m_j\rangle \langle S; m_j| \otimes \mathbb{1}_n \right] \rho \right) \\ \langle n \rangle &= \text{Tr} \left([\mathbb{1}_{\text{atom}} \otimes a^\dagger a] \rho \right) . \end{aligned} \quad (3.7)$$

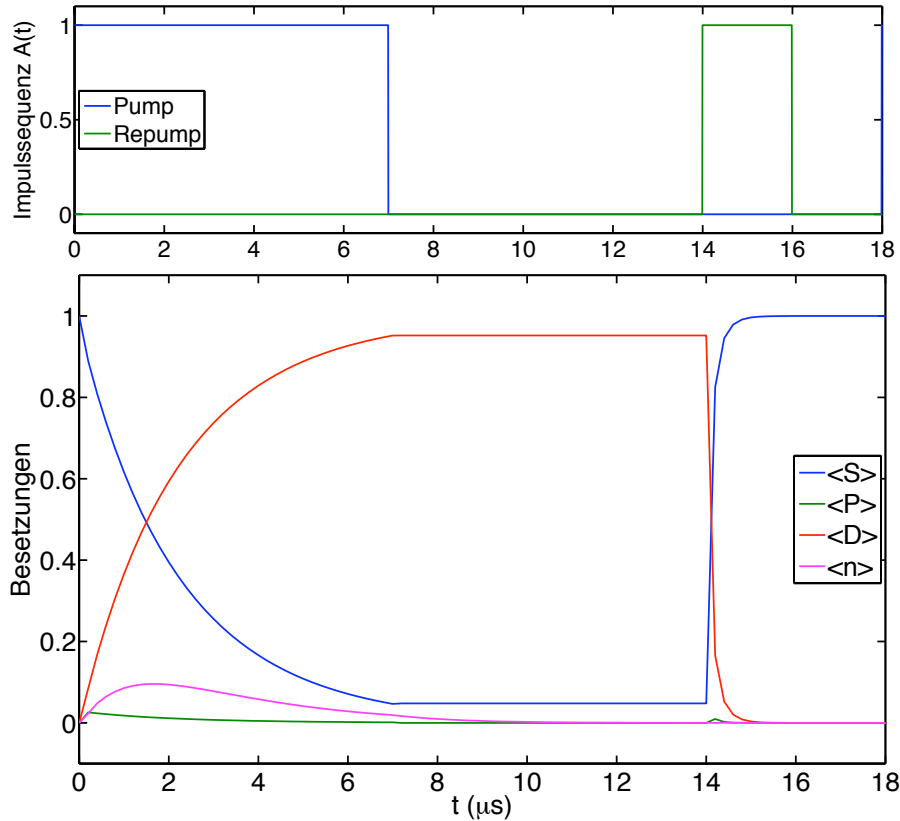


Abbildung 3.4: *Oben:* Sequenz rechteckiger Pulse. *Unten:* Zeitentwicklung der Erwartungswerte für eine Sequenz rechteckiger Pulse mit $(t_{\text{pump}}, t_{\text{wait1}}, t_{\text{repump}}, t_{\text{wait2}}) = (7, 7, 2, 2) \mu\text{s}$. Mit einsetzendem Pumpimpuls wird der Ramanprozess getrieben und somit der $|D, 1\rangle$ Zustand besetzt. Daher steigt sowohl $\langle D \rangle$ als auch $\langle n \rangle$. Die Besetzung des P-Zustandes $\langle P \rangle$ sollte möglichst klein sein, da von hier spontaner Zerfall stattfinden kann. Schon während des Pumpimpulses nach ca. $1.8 \mu\text{s}$ beginnt das Photon, den Resonator zu verlassen: $\langle n \rangle$ sinkt. Am Ende der Wartezeit t_{wait1} hat es den Resonator verlassen: $\langle n \rangle = 0$. Das Atom ist mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 95% im $|D\rangle$ Zustand. Während des Rückpumpimpulses wird das Atom wieder in den Anfangszustand $|S\rangle$ gebracht, so dass am Ende von t_{repump} $\langle D \rangle = 0$ und $\langle S \rangle = 1$ ist. Anschließend folgt die nächste Pulssequenz.

Die nach Gl. (3.5) berechnete $g^{(2)}$ -Funktion ist in Abb. 3.5(e) zu sehen. Wegen der Symmetrie $g^{(2)}(-\tau) = g^{(2)}(\tau)$ ist sie hier nur für $\tau \geq 0$ gezeigt. Man erkennt die Charakteristik einer gepulsten Lichtquelle mit einzelnen, voneinander getrennten Spitzen. Wegen $g^{(2)}(0) = 0$ ist die Wahrscheinlichkeit, zwei Photonen gleichzeitig zu erzeugen, gleich Null. Dies zeigt den Charakter einer Einzelphotonenquelle: Von allen Zuständen $|n\rangle$, bei denen sich n Photonen in der Resonatormode befinden, ist nur $|1\rangle$

besetzt. Die Breite der Spitzen von ca. $7 \mu\text{s}$ ist einerseits durch die Lebensdauer eines Photons im Resonator $\tau_{\text{Resonator}} = \frac{1}{2\kappa} = \frac{1}{4\pi \cdot 54\text{kHz}} \approx 1.5 \mu\text{s}$, andererseits durch die zeitliche Variation der Besetzung der Resonatormode $\langle n \rangle$ gegeben. Da die Emissionswahrscheinlichkeit $\propto \langle n(t) \rangle$ ist, weisen die Spitzen in der $g^{(2)}$ -Funktion die Breite der Spitzen in der Kurve $\langle n(t) \rangle$ in Abb. 3.5(d) von ca. $7 \mu\text{s}$ auf. Die Zeit zwischen zwei Photonen ist genau die Periodendauer $T = t_{\text{pump}} + t_{\text{wait1}} + t_{\text{repump}} + t_{\text{wait2}} = 18 \mu\text{s}$. Die Höhe der Spitzen ist wegen der Normierung auf die mittlere Intensität durch ihren Abstand voneinander gegeben: Je größer der Abstand, desto höher die Peaks.

Vergleich der Pulsformen: Der Einfluß der Pulsformen auf die Zeitentwicklung der Erwartungswerte ist in Abb. 3.5(a)-(d) zu sehen. Es gibt nur kleine Unterschiede zwischen stetigen und rechteckigen Pulsen für die Zeitentwicklung der Erwartungswerte. Bei den stetigen Pulsen ist der durch die Laser bewirkte Populationstransfer um höchstens eine μs verzögert. Die Anregungswahrscheinlichkeit des P Zustandes ändert sich nur um ca. 10 %. Insgesamt ist eine etwas kleinere Wahrscheinlichkeit für die Anregung von $|D, 1\rangle$ zu erkennen. Dies liegt daran, dass für stetig geformte Pulse die gesamte Laserintensität während des Pumpulses kleiner ist als für rechteckige Pulse: $\int_0^T \Omega_{\text{pump}}^{\text{stetig}} dt < \Omega_{\text{pump}}^{\text{rechteckig}} \cdot T$. Die Intensitätskorrelationsfunktion $g^{(2)}(\tau)$ ist für beide Fälle in Abb. 3.5(e) zu sehen. Für stetige Pulse sind die Spitzen minimal schmaler und höher, ansonsten sind sie fast identisch. Es ist daher ausreichend, die Pulse im Experiment durch Schalten der AOM's (siehe Abschnitt 4.3) mit rechteckigen Spannungspulsen zu realisieren.

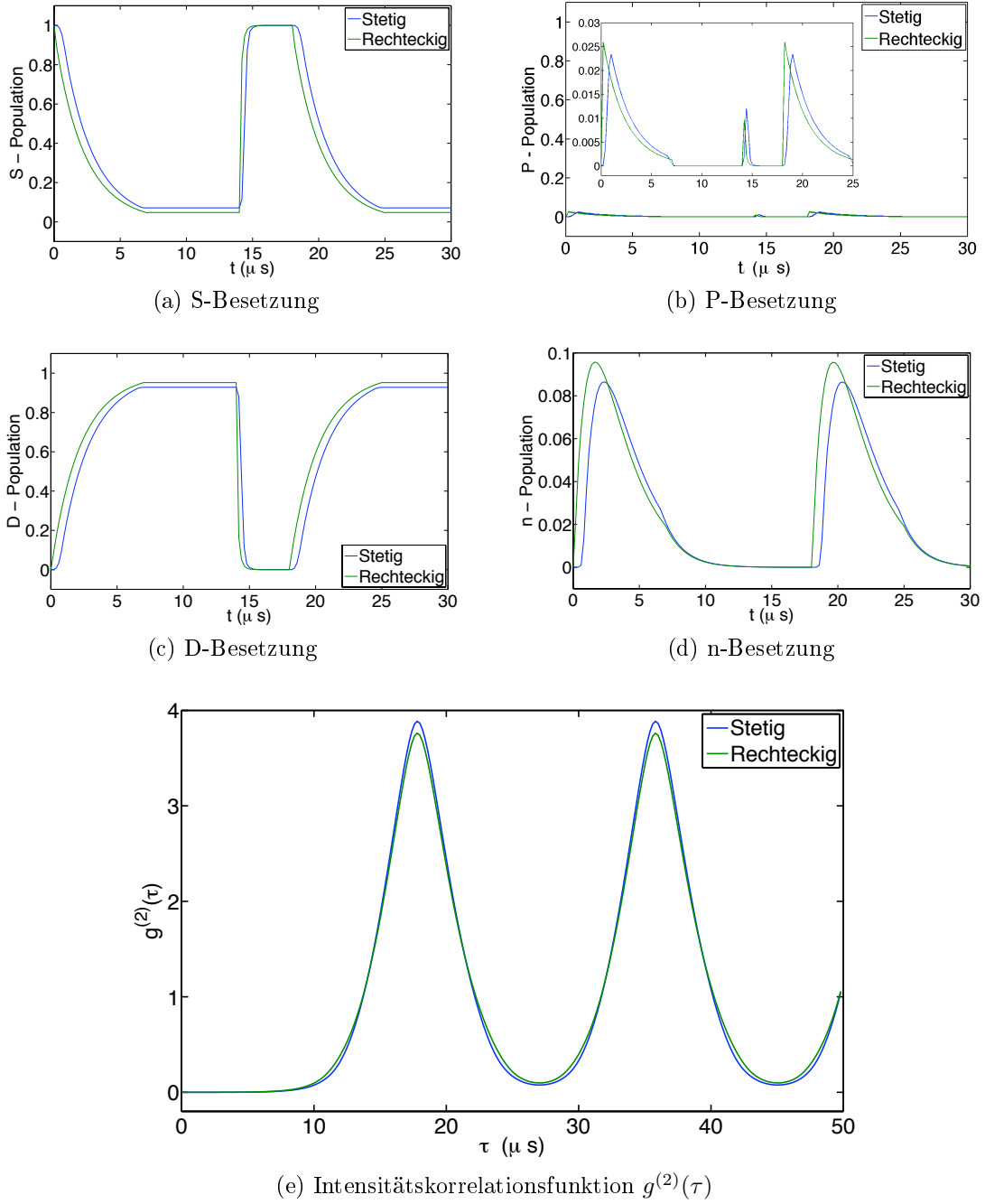


Abbildung 3.5: Vergleich der Simulationen: Erwartungswerte der Besetzungen (a-d) und $g^{(2)}$ -Funktion (e) für stetige (blau) und rechteckige Pulse (grün). Bei den stetigen Pulsen ist der durch die Laser bewirkte Populationstransfer um weniger als eine μ s verzögert. Die Anregungswahrscheinlichkeit des P Zustandes und die Anregung der Resonatormode $\langle n \rangle$ ändern sich nur um ca. 10 %. In der Intensitätskorrelationsfunktion $g^{(2)}(\tau)$ sind die Ein-Photonen-Spitzen für stetige Pulse minimal schmaler und höher, ansonsten sind sie fast identisch.

4 Experimentelle Realisierung

Zur Beschreibung des experimentellen Aufbaus werden zuerst das Prinzip und die Realisierung der Ionenfalle, anschließend der Resonator und das Lasersystem vorgestellt. Dabei wird auf die Konfiguration der Akustooptischen Modulatoren eingegangen, die während dieser Diplomarbeit justiert wurden. Am Ende werden die Messung der Photonen und die Berechnung der Intensitätskorrelationsfunktion aus den Daten diskutiert.

4.1 Ionenfalle

4.1.1 Lineare Paulfalle

Während in Penningfallen geladene Teilchen in einer Kombination aus elektrostatischen und magnetischen Feldern gehalten werden, sperren die von Wolfgang Paul (Nobelpreis 1989) entwickelten Fallen die Teilchen durch ein orts- und zeitabhängiges elektrisches Feld ein [1]. Ihre Funktionsweise ist z.B. in [2] detailliert beschrieben.

Die Elektrodenkonfiguration einer linearen Paulfalle ist in Abb. 4.1 dargestellt. Vier lange Elektroden erzeugen ein radiales Potential, zwei Abschlussspitzen erzeugen den Einschluss in axialer Richtung. Schließt man an zwei gegenüberliegende lange

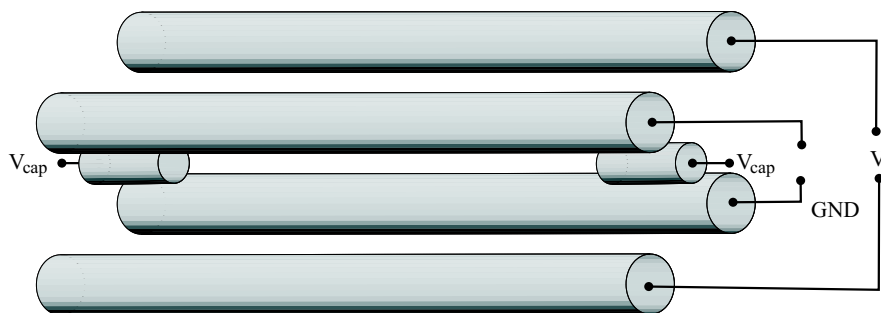


Abbildung 4.1: Schematische Zeichnung einer linearen Paulfalle aus [54]. Anstelle eines idealen hyperbolischen Querschnitts der Elektroden ist ein kreisförmiger Querschnitt gezeigt. An die Abschlussspitzen wird eine Spannung von $V_{\text{cap}}=950$ V gelegt. An zwei der sich gegenüberliegenden langen Elektroden wird Masse (GND) gelegt. Die anderen beiden Elektroden werden mit einer Wechselspannung von ca. 250 V bei einer Frequenz von 23.4 MHz betrieben.

Elektroden eine Wechsellspannung an und verbindet die anderen beiden mit Masse, so ergibt sich für Elektroden mit hyperbolischem Querschnitt ein zeitabhängiges Quadrupolfeld in der radialen Ebene, in dem geladene Teilchen gefangen werden können [2].

4.1.2 Realisierung der Falle

Design und Charakteristika der verwendeten Ionenfalle sind in [55] beschrieben. Von Carlos Russo wurde die Falle an die experimentelle Situation angepasst, so dass der Resonator möglichst gut an die Falle angenähert werden kann. Das Radiofrequenzsignal von 5 W wird durch einen Signalgeber und einen RF-Verstärker erzeugt und anschließend in einem Topfkreis überhöht [54]. Das axiale Fallenpotential wird durch eine Gleichspannung von 950 V an den Abschlussspitzen erzeugt. Die Oszillationsfrequenz des Ions in der Falle beträgt damit in radialer Richtung $\omega_r \approx 2\pi \cdot 3$ MHz

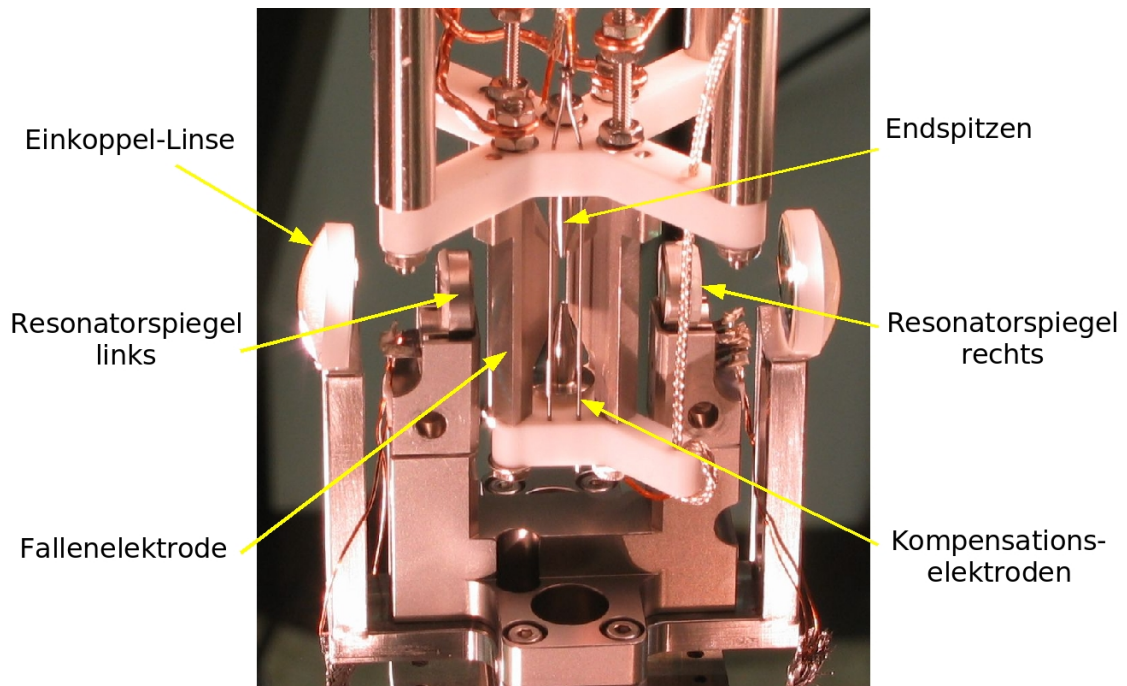


Abbildung 4.2: Photo der Ionenfalle mit Resonator. In der Mitte befindet sich die vertikale Ionenfalle mit rasiermesserförmigen Elektroden. Oben und unten sind die Endspitzen zu sehen. Die beiden langen silbernen Drähte im Vordergrund sind die Kompensationselektroden. Um die Falle herum sind die beiden Spiegel auf Piezos angebracht. Ganz außen fokussieren zwei Linsen das Licht auf die Fallenmitte. Das Experiment wurde von Carlos Russo aufgebaut. Details sind in seiner Dissertation [45] beschrieben.

und in axialer Richtung $\omega_z \approx 2\pi \cdot 1$ MHz.

Durch elektrostatische Ladungen auf Nichtleitern in der Nähe der Falle sowie auf der Oberfläche der Elektroden befindet sich das Ion nicht exakt im Fallenzentrum. Dies führt zu einer Mikrobewegung senkrecht zur Auslenkungsrichtung, welche durch Kompensationselektroden minimiert werden kann [56].

4.2 Resonator

4.2.1 Realisierung des asymmetrischen Resonators

Der Resonator wurde von Carlos Russo gebaut und ist ausführlich in [45] beschrieben. Ein Photo von Resonator und Falle ist in Abb. 4.2 zu sehen. Die Spiegel sind in einer konzentrischen Geometrie aufgebaut, ihr Krümmungsradius ist 10 mm und ihr Abstand beträgt 19.92 mm [57]. Dies hat den Vorteil einer kleinen Strahltaile der Mode im Zentrum von $w_0 \approx 13 \mu\text{m}$ und damit eines kleinen Modenvolumens. Zwei Linsen dienen der Modenanpassung. Die Spiegel sind auf Piezokristallen aufgeklebt, mit denen der Abstand auf wenige nm genau eingestellt werden kann. Einer von ihnen benötigt 400 V für einen freien Spektralbereich von $\frac{c}{2L} \approx 7.5$ GHz und wird für die Längenstabilisierung (siehe Abschnitt 6.1.2) verwendet. Der andere benötigt 100 V für einen freien Spektralbereich und wird für das Auffinden der richtigen Mode und zum Abfahren der Stehwelle verwendet. Für die Bestimmung der Transmission der Spiegel wurde von beiden Seiten Licht in den Resonator eingekoppelt und die Zerfallskonstante gemessen. Dies ergab für die Transmission: Links 1.7 ppm und rechts 15.3 ppm [45]. Die Photonen verlassen den Resonator also vorwiegend durch den rechten Spiegel, der daher Auskoppelspiegel genannt wird. Die Absorption der Spiegel beträgt nach derselben Messung 81 %, die Resonatorzerfallskonstante wurde zu $\kappa = 2\pi \cdot 54$ kHz bestimmt. Die Halterung des Resonators ist auf einem Verschiebetisch aufgebaut. Mit Hilfe von Piezokristallen kann man den gesamten Resonator um einige mm gegenüber der Falle verschieben und somit das Intensitätsmaximum der Stehwelle mit dem Ion überlagern. Ionenfalle und Resonator befinden sich im Ultrahochvakuum bei einem Restdruck von ca. 10^{-11} mbar.

4.3 Lasersystem

In Abb. 2.9 auf Seite 33 ist ein Teil des $^{40}\text{Ca}^+$ -Schemas mit den für die Einzel-Photonenquelle relevanten Übergängen gezeigt. Zwei Laserquellen werden benötigt: Eine bei 397 nm zum Kühlen des Ions, Treiben seiner Fluoreszenz und für den Besetzungstransfer im stimulierten Ramanübergang, und eine bei 866 nm zum Rückpumpen aus dem metastabilen D Zustand. Beide Laser werden doppelt verwendet: Einmal auf Resonanz und einmal um -400 MHz (rot-) verstimmt gegenüber der Resonanz. Der 397 nm Laser auf Resonanz 397^{resonant} wird zum Kühlen und Treiben der

Fluoreszenz, der verstimmt 397^{Raman} für den Ramanübergang benötigt. Der 866 nm Laser auf Resonanz 866^{resonant} wird zum Rückpumpen, der verstimmt 866^{Raman} zum Auffinden der richtigen Mode bei der Stabilisierung des Resonators (siehe Abschnitt 6.1.2) verwendet. Zusätzlich wird zur Stabilisierung des Resonators eine schmalbandige Laserquelle bei 785 nm benötigt [45].

Abb. 4.3 gibt einen Überblick über das Lasersystem und den optischen Aufbau. Auf Lasertisch 1 wird das 785 nm Laserlicht, auf Lasertisch 2 das 866 nm Laserlicht und auf Lasertisch 3 das 397 nm Laserlicht erzeugt. Alle werden über Glasfasern zum Experimentiertisch geführt, auf dem sich die Vakuumapparatur mit Ionenfalle und Resonator befindet. Auf dem Experimentiertisch befinden sich außerdem die optischen Elemente zur Fokussierung des Lichtes auf das Ion sowie zum Einstellen der richtigen Polarisierung, die hier nicht gezeigt sind.

Alle drei Laser werden mit der Pound-Drever-Hall Methode [58] auf Referenz-Resonatoren frequenzstabilisiert. Für den 397 nm Laser wird eine Frequenzbreite von ca. 300 kHz, für den 866 nm Laser eine von ca. 100 kHz erreicht. Diese Werte wurden durch die Messung der Breite und Höhe von Dunkelresonanzen beim Durchfahren des 866 nm Lasers bestimmt, die ausführlich in [45] beschrieben wird. Die Breite des 785 nm Lasers beträgt nach [59, Abschnitt 4.3.2] ca. 1.8 kHz.

Zum Einstellen der richtigen Frequenz und zum Schalten des Lichtes werden Akustooptische Modulatoren (AOM) verwendet. Die AOMs auf den Lasertischen sind alle in Doppelpasskonfiguration aufgebaut: Es wird nur die erste Beugungsordnung des Hinweges reflektiert und nochmals durch den AOM geschickt. Da auf dem Rückweg die erste Ordnung in die entgegengesetzte Richtung gebeugt wird, ist die Richtung des Lichtes insgesamt unabhängig von der Radiofrequenz des AOMs. Somit kann die Frequenz durchgeföhren werden, ohne dass sich die Einkopplung des Lichtes in die Fasern ändert. Für die infraroten Laser bei 866 nm und 785 nm wird eine Doppelpasskonfiguration gewählt, bei der hin- und zurücklaufender Strahl über die Polarisierung und einen polarisierenden Strahlteiler (PBS) getrennt werden. Siehe dazu Abb. 4.4.

Die Pulssequenzen für Pump- (397 nm) und Rückpumpelaser (866 nm) aus Abb. 3.1 auf Seite 40 werden durch Rechteckpulse erzeugt, welche die Radiofrequenz der AOM's schalten. Die Rechteckpulse werden von einem „Pulse-Sequencer“ [60] generiert.

4.3.1 397 nm Laser

Das Laserlicht bei 397 nm wird durch Frequenzverdoppelung eines Ti:Saphir Lasers bei 794 nm erzeugt. Dieser wird durch einen diodengepumpten Festkörperlaser (DPFL) bei 532 nm mit bis zu 10 W gepumpt.

Die beiden benötigten Laserstrahlen 397^{resonant} und 397^{Raman} werden jeweils durch AOMs erzeugt. Hierbei ist die Doppelpasskonfiguration durch ein Prisma realisiert, welches den reflektierten Strahl in der vertikalen Ebene vom einfallenden Strahl trennt und auf einen Spiegel S2 schickt. Siehe dazu Abb. 4.5.

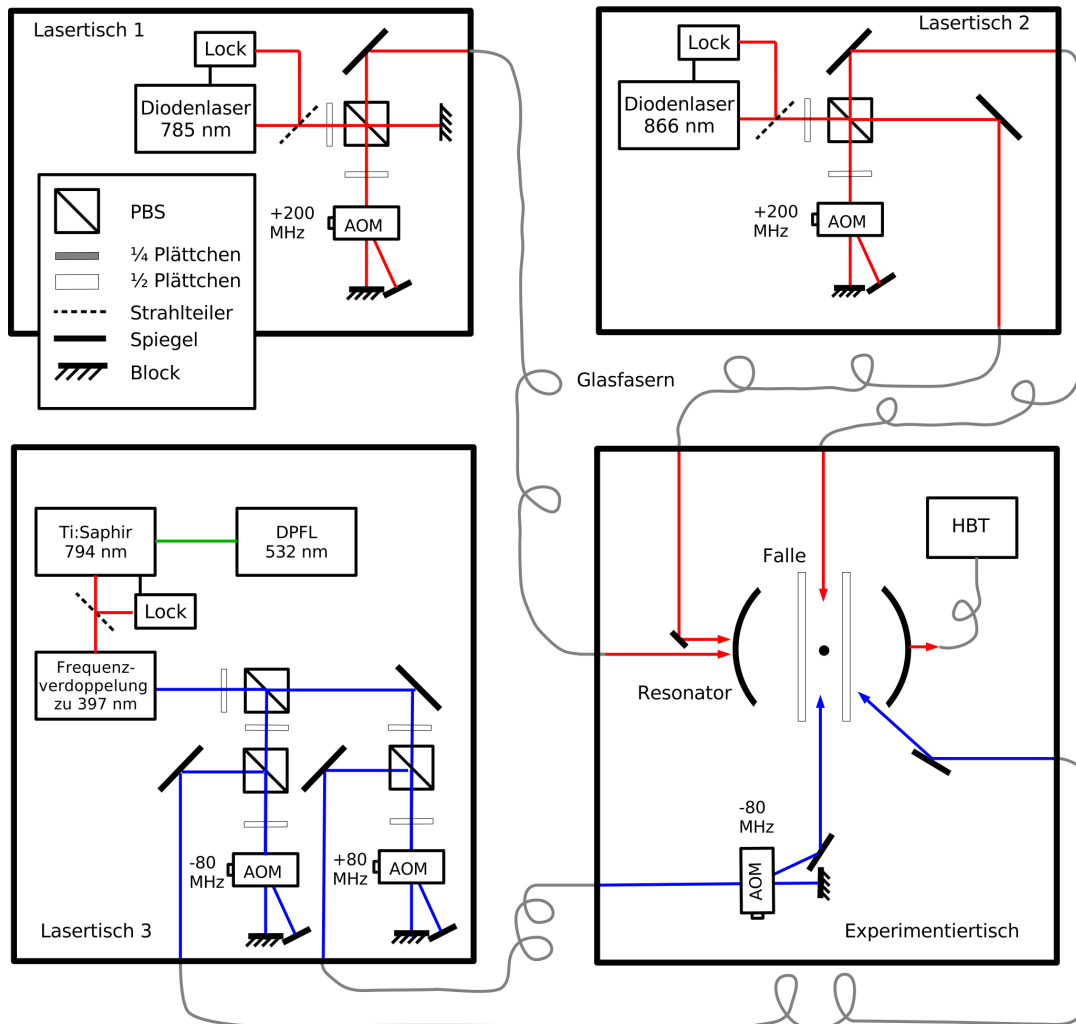


Abbildung 4.3: Überblick über das Lasersystem. Das 785 nm Lasersystem ist auf Lasertisch 1 aufgebaut, das 866 nm Lasersystem auf Lasertisch 2 und das 397 nm Lasersystem auf Lasertisch 3. Das Licht wird über Glasfasern zum Experimentiertisch geführt, wo sich die Vakuumapparatur mit Ionenfalle und Resonator befindet. PBS: Polarisierender Strahlteiler. DPFL: Diodengepumpter Festkörperlaser. HBT: Hanbury-Brown und Twiss Box zur Bestimmung der Photonenkorrelationen (siehe Abschnitt 4.4). Lock: Frequenzstabilisierung auf einen Referenzresonator nach der Pound-Drever-Hall Methode.

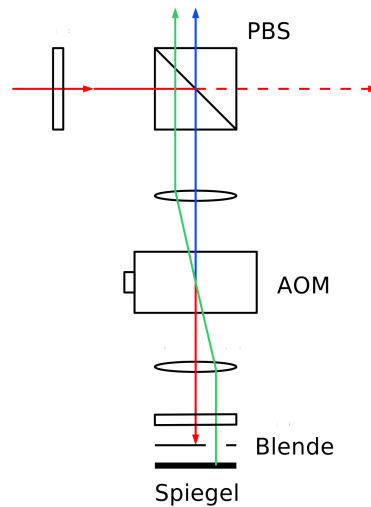


Abbildung 4.4: Aufsicht der AOM-Doppelpasskonfiguration für das infrarote Laserlicht. Das (rote) Licht wird vom PBS reflektiert und läuft durch den AOM. Die (+) erste Beugungsordnung (grün) geht durch die Blende und wird am Spiegel reflektiert. Das $\lambda/4$ -Plättchen sorgt für eine Drehung der Polarisation des reflektierten Strahles um $\pi/2$. Somit geht die erste Ordnung des reflektierten Strahles (blau) durch den PBS hindurch. Durch diese Doppelpasskonfiguration ist die Richtung des zweimal in erster Ordnung gebeugten Lichts unabhängig von der Radiofrequenz im AOM-Kristall.

Die Radiofrequenz der beiden AOMs liegt bei 80 ± 20 MHz. Dabei wird für den 397^{Raman} -Strahl zweimal die (-) erste Ordnung über die Faser zum Experimentiertisch geleitet. Für den 397^{resonant} -Strahl wird zweimal die (+) erste Ordnung verwendet. Damit ist die Verstimmung zwischen beiden 320 MHz. Durch einen weiteren AOM auf dem Experimentiertisch in Einzelpasskonfiguration, dessen Frequenz nicht variiert wird, wird der 397^{resonant} -Strahl um weitere 80 MHz auf Resonanz verschoben. Insgesamt beträgt die Verstimmung des 397^{Raman} Strahles somit -400 MHz.

4.3.2 866 nm Laser und 785 nm Laser

Das Laserlicht bei 866 nm und bei 785 nm wird von zwei Diodenlasersystemen erzeugt. Die Frequenzstabilisierung erfolgt über optische Rückkopplung sowohl über ein Gitter als auch über Modulation des Dioden-Injektionsstromes.

Der 866 nm Laser wird auf eine Referenz-Resonatormode stabilisiert, die um -400 MHz gegenüber der Resonanz verstimmt ist. Damit ist für die Erzeugung des 866^{Raman} Laserstrahles keine weitere Einstellung der Frequenz nötig. Der 866^{resonant} Laserstrahl wird durch einen AOM in Doppelpasskonfiguration auf Lasertisch 2 erzeugt. Seine Radiofrequenz liegt bei 200 ± 20 MHz. Es wird zweimal die (+) erste Ordnung verwendet, so dass der 866^{Raman} Strahl insgesamt resonant ist.

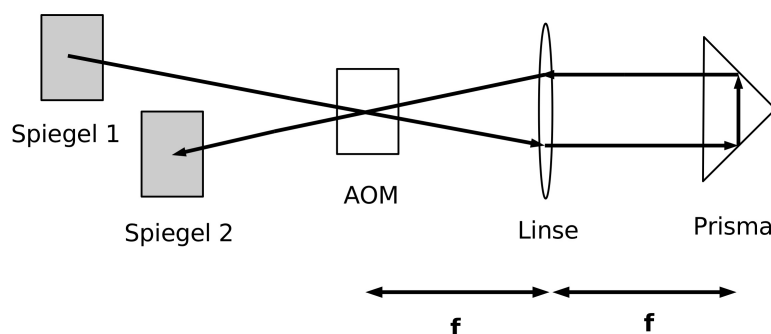


Abbildung 4.5: Seitenansicht der AOM-Doppelpasskonfiguration für das blaue Laserlicht. Das Licht fällt vom Spiegel S1 in den AOM. Durch das Prisma wird das reflektierte Licht in der vertikalen Ebene vom einfallenden Licht getrennt, so dass es bei erneutem Durchlaufen des AOMs auf den weiter unten angebrachten Spiegel S2 trifft. Die Linse mit Fokus im Zentrum des Kristalles des AOMs sorgt für einen parallelen Strahlengang zum Prisma. Das Prisma befindet sich im Fokus der Linse, damit die im AOM kollimierten Strahlen beim Zurücklaufen durch den Kristall wieder kollimiert sind.

4.4 Hanbury Brown und Twiss Box

Die Hanbury Brown und Twiss Box (HBT) ist in Abb. 4.6 dargestellt. Sie besteht im Wesentlichen aus einem nicht polarisationsabhängigen 50:50 Strahlteiler und zwei Avalanche-Photodetektoren (APD), die sich wegen ihrer Lichtempfindlichkeit in einer abgedunkelten Box befinden. Man benötigt zwei Detektoren, um eine bessere zeitliche Auflösung zu erreichen als die Totzeit eines einzelnen APD von 88 ± 4 ns. Die Verwendung von APDs hat den Vorteil einer hohen Quanteneffizienz von $\eta \approx 0.46$, ihr Nachteil ist die Emission von sekundären Photonen in einem Wellenlängenbereich von 700 bis 900 nm, die beim Nachweis eines primären Photons durch den Lawineneffekt entstehen [61, Abb. 5]. Diese sekundären Photonen können von einem APD aus den umgekehrten Weg gehen, an der Faser-Einkoppellinse sowie am Resonator nach der Faser reflektiert werden, anschließend durch den Strahlteiler zum anderen APD gelenkt und dort nachgewiesen werden. Wegen der großen spektralen Empfindlichkeit der APDs von ± 20 nm sind die sekundären Photonen nicht von den primären unterscheidbar. Zur Verringerung dieser Fehldetektionen wurden zusätzlich zwei Blenden in den Strahlengang eingebaut. Ein spektraler Filter verhindert den Nachweis von Streulicht der Wellenlänge 785 nm, welche verwendet wird, um den Resonator zu stabilisieren (siehe Abschnitt 6.1.2). Die Dunkelzählrate eines APDs beträgt weniger als 50 Hz.

Berücksichtigt man die Absorption der Spiegel des Resonators, so verlassen 19% der Photonen den Resonator. Die Transmission aller optischen Elemente zwischen

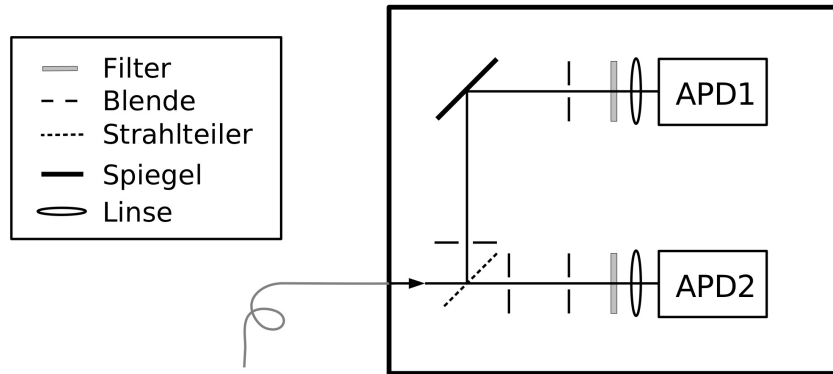


Abbildung 4.6: Hanbury-Brown und Twiss Box. Das einfallende Licht wird an einem nicht polarisierenden 50:50 Strahlteiler aufgeteilt und von zwei Avalanche Photodetektoren (APD) nachgewiesen. Die Linsen fokussieren das Licht auf die APDs. Die Blenden sorgen für räumliche Selektion und vermindern damit die Nachweis von sekundären Photonen. Die Filter vermindern die Beobachtung von Streulicht der Wellenlänge 785 nm.

Resonator und APDs (Spiegel, Faser, Filter) ist 63%. Die Nachweiseffizienz der APDs ist 46%. Somit ist die gesamte optische Effizienz $\eta_{\text{optisch}} = 5.5\%$. Die $g^{(2)}$ -Funktion ist wegen der Normierung unabhängig von Nachweiseffizienzen und Verlusten, nur das Signal/Rauschverhältnis ist dadurch beeinflusst.

4.4.1 Aufnahme der Daten und Berechnung der $g^{(2)}$ -Funktion

Das Signal beider APDs wird von einem PicoHarp-Modul gelesen, welches die Zeitpunkte der Messereignisse in eine Datei schreibt. Dies wird detailliert in [45] beschrieben. Dabei kann nicht zwischen Ereignissen mit einzelnen und mit mehreren gleichzeitig auf die APDs treffende Photonen unterschieden werden. Da die vom Resonator emittierten Photonen beliebige Polarisation haben können, sind sie unterscheidbar. Laufen zwei unterscheidbare Photonen zur selben Zeit in die HBT-Box, treffen sie in zwei von vier Fällen auf denselben Detektor und werden als ein einziges Messereignis registriert. Man misst also nur die Hälfte aller Zwei-Photonen-Ereignisse. Treffen jedoch zwei Photonen in die HBT-Box, die zeitlich mehr als die Totzeit eines APDs voneinander getrennt sind, so werden in jedem der vier Fälle beide Photonen nachgewiesen. Um die Zwei-Photonen-Ereignisse nicht unterzubewerten, werden deshalb nur Kreuzkorrelationen, d.h. Korrelationen der Messereignisse von APD1 mit Messereignissen von APD2, berücksichtigt. Dadurch werden von zwei zeitlich getrennten Photonen auch nur die Hälfte der Korrelationen berücksichtigt.

Zur Berechnung der $g^{(2)}$ -Funktion wurde von Carlos Russo ein Programm geschrieben, das die Kreuzkorrelationen zwischen den Daten der beiden APDs berechnet.

Dieses Programm geht die Messzeitpunkte von APD1 durch und trägt die (positiven sowie negativen) Zeitdifferenzen τ zu allen Detektionsereignissen von APD2 in ein Histogramm $H(\tau)$ ein. Normiert man dieses Histogramm, erhält man die $g^{(2)}$ -Funktion. Diese aus experimentellen Daten gewonnene $g^{(2)}$ -Funktion ist wegen des Schrotrauschens i.A. nicht exakt symmetrisch.

Die Fehldetektionen aufgrund der sekundären Photonen der APDs treten an vier Stellen im Histogramm auf: Bei ± 4 ns und ± 125 ns. Dies entspricht der Reflektion an der Faser-Einkoppellinse sowie am Resonator nach der Faser. Diese sekundären Maxima haben eine Breite von 10 ± 1 ns [61, Abb.2a]. Damit sind sie um drei Größenordnungen schmaler als die anderen relevanten Korrelationen und werden vom Histogramm abgezogen. Dafür wird der Mittelwert im Histogramm bei $+5$ ns und bei -5 ns um diese Stellen herum gebildet. Anschließend werden alle Werte für den Bereich von ± 5 ns um die Stellen herum auf diesen Mittelwert gesetzt. Dies ist detailliert in [45] beschrieben. Zusätzlich wurde der Hintergrund vom Histogramm abgezogen. Dieser besteht zum einen Teil aus Licht des 785 nm Lasers, welches den Interferenzfilter in der HBT-Box passiert. Zum anderen Teil besteht er aus der Dunkelzählrate der APDs von 90 ± 10 Hz. Der Beitrag der Laser zum Hintergrund wurde gemessen, indem der Strahlengang des Pump- bzw. des RückpumpLasers blockiert wurde, wofür das gleiche Ergebnis erhalten wurde. Der überwiegende Teil des Hintergrundes ist also Restlicht des 785 nm Lasers, welches die Filter passiert. Dieser Anteil entspricht ca. 75 % des Hintergrundsignals. Die restlichen 25 % bestehen aus der Dunkelzählrate der APDs.

Der Hintergrund muss für beide APDs getrennt berechnet werden, da die Zählrate leicht unterschiedlich ist. Besteht die gesamte Zählrate eines APD $C_i = S_i + B_i$ (in s^{-1}) aus Signal S_i und Hintergrund B_i , so werden im Korrelationshistogramm $H(\tau)$ bei Berechnung der Kreuzkorrelationen der beiden APDs nicht nur Korrelationen des Signals S_1 mit S_2 berücksichtigt, sondern auch Korrelationen zwischen Signal S_i und Hintergrund B_j und zwischen Hintergrund B_i und Hintergrund B_j :

$$C_1 \cdot C_2 = S_1 \cdot S_2 + \underbrace{B_1 \cdot B_2 + S_1 \cdot B_2 + B_1 \cdot S_2}_{\xi} \quad (4.1)$$

Die Zählraten ξ (in s^{-2}) müssen vom Histogramm $H(\tau)$ (einheitenlos) subtrahiert werden. Da das Histogramm $H(\tau)$ von der Messzeit T und der Auflösung Δt (in s) abhängt, muss erst durch diese Größen geteilt werden, bevor ξ abgezogen wird. Anschließend wird zur Normierung durch die mittleren Zählraten der APDs S_1, S_2 geteilt. Somit erhält man die normierte $g^{(2)}$ -Funktion

$$g^{(2)}(\tau) = \left(\frac{H(\tau)}{T \cdot \Delta t} - \xi \right) \frac{1}{S_1 S_2} \quad (4.2)$$

Die Größen S_1, S_2, B_1, B_2 werden dabei über die gesamte Messzeit T gemittelt.

5 Eine rauscharme Photodiode zur „Sample & Hold“ Intensitätsstabilisierung

Im Experiment soll die Kontrolle über die Frequenz sowie die Intensität der Laserstrahlen jeweils unabhängig voneinander sein. In unserem Experiment wird die Frequenz der Laserstrahlen durch Akustooptische Modulatoren (AOMs) eingestellt. Dadurch ändert sich i.A. beim Durchfahren des Frequenzbereiches des AOMs auch die Intensität des Strahles, da die Braggbedingung von der Frequenz abhängt. Ausserdem verursachen thermische Schwankungen in optischen Fasern Polarisationsrauschen des geleiteten Lichtes, was nach Reinigung der Polarisation durch einen polarisierenden Strahlteiler (PBS) nach der Faser in Intensitätsrauschen umgewandelt wird. Daher benötigt man eine automatische Stabilisierung der Intensität des Laserstrahles. Diese wird durch einen Proportional-Integral- (PI-) Regler realisiert. Da auch gepulstes Licht stabilisiert werden soll, soll der PI-Regler zwei Modi haben: In einem „Sample“-Modus wird stabilisiert und in einem „Hold“-Modus wird ein Wert bis zur nächsten Stabilisierungsphase festgehalten. Das Eingangssignal des Reglers ist die Spannung einer Photodiode, und die Rückkopplung erfolgt über die Intensität der Radiofrequenz im AOM. Im Folgenden wird zunächst der Aufbau der Photodiode erläutert, dann folgt die Messung ihrer Bandbreite und Rauschcharakteristik. Im Anschluß folgen der Aufbau des PI Reglers und die Messung des Rauschens der Laserintensität.

5.1 Ein rauscharmer Photodiodenempfänger

Auf die zur Intensitätsstabilisierung verwendete Photodiode trifft in unserem Experiment nur der Reflex des Laserstrahles, der zum Ion läuft. Dies ist eine sehr geringe Lichtleistung von einigen μW . Damit die Intensitätsstabilisierung zuverlässig funktionieren kann, muss das Signal der Photodiode zusätzlich verstärkt werden. Da die Güte der Intensitätsstabilisierung wesentlich durch das Rauschen des Eingangssignals beeinflusst wird, möchte man einen Photodiodenempfänger mit möglichst gutem Signal/Rauschverhältnis („signal to noise ratio“, SNR) verwenden. Die Zeitkonstante und damit die Geschwindigkeit der Intensitätsstabilisierung ist gegeben durch den Widerstand und die Kapazität des PI Gliedes. Hat der Photodiodenempfänger jedoch eine kleinere Bandbreite, so ist er das limitierende Glied. Da die Pulslängen im Experiment einige μs betragen, sollte auch innerhalb einiger μs auf den Sollwert geregelt werden können. Der Photodiodenempfänger sollte daher eine -3 dB Bandbreite von mindestens 1 MHz erreichen.

Es wird also eine elektrische Schaltung benötigt, die bei ausreichender Bandbreite

und geringem Signal möglichst wenig rauscht. Im Folgenden wird der Zusammenhang zwischen Bandbreite, Signalstärke und SNR diskutiert. Es wird ein elektrischer Schaltkreis aus [62] vorgestellt, mit dem bei wenigen μW Lichtleistung ein schrotrauschlimerter Photodiodenempfänger realisiert werden kann. Diese Schaltung wurde von Arthur Wander in der Elektronikwerkstatt gebaut und in unserem Experiment verwendet.

5.1.1 Elektrisches Rauschen

Elektrisches Rauschen hat unterschiedliche Quellen. In unserem Fall sind im wesentlichen drei Quellen von Bedeutung:

- Thermisches Rauschen von Widerständen
- Schrotrauschen des elektrischen Stromes in der Photodiode aufgrund der Quantisierung des Photonenstromes
- Strom- und Spannungsrauschen von elektrischen Bauteilen, die in der elektrischen Schaltung des Photodiodenempfängers nach der Photodiode eingesetzt werden.

Thermisches Rauschen: In jedem Widerstand R fluktuiert die Bewegung der Elektronen bei endlicher Temperatur T . Im Mittel ist die Spannung zwar Null, zu jedem Zeitpunkt liegt jedoch eine endliche Spannung am Widerstand an. Dieses Rauschen nennt man thermisches oder Johnson-Nyquist-Rauschen [49]. Die Amplitude dieses Spannungsrauschens e_N kann über das Fluktuations-Dissipations Theorem [62, Kap.18.1.1] aus der Thermodynamik hergeleitet werden. Dies besagt, dass im thermodynamischen Gleichgewicht die Kraft, die die ungeordnete Bewegung der Teilchen hervorruft, gleich der Dissipation (Reibung) ist [49, Kap. 17.2]. Somit ist ein Bauteil, das elektrische Leistung in Wärme dissipieren kann, auch eine Quelle thermischen Rauschens, welches mit der Größe der Dissipation (des Widerstandes) zunimmt. Da das thermische Rauschen unabhängig vom betrachteten Frequenzbereich ist, wird es als „weißes Rauschen“ bezeichnet. Die thermische Rauschleistung $p_{N\text{therm}}$ (in W) eines Widerstandes R in einer Bandbreite B (in Hz) ist nur von der Temperatur abhängig [63, Gl. (5.67)]:

$$p_{N\text{therm}} = 4k_B T B \quad (5.1)$$

Dabei ist k_B die Boltzmannkonstante. Die thermische Rauschleistungsdichte $s_{N\text{therm}} = 4k_B T$ ist unabhängig von der Bandbreite und hat somit die Einheit W/Hz. Da für die Rauschleistungsdichte s_N , die Rauschspannungsdichte e_N und den Rauschstromdichte i_N der Zusammenhang $p_N = e_N \cdot i_N$ gilt, folgt für die thermische Spannungsrauschdichte $e_{N\text{therm}}$ eines Widerstandes R [62, Gl. (18.2)]:

$$e_{N\text{therm}} = \sqrt{4k_B T R} \quad (5.2)$$

mit der Einheit $V/\sqrt{\text{Hz}}$. Die thermische Stromrauschdichte i_N eines Widerstandes R beträgt

$$i_{N\text{therm}} = \sqrt{\frac{4k_B T}{R}} \quad (5.3)$$

und hat die Einheit $A/\sqrt{\text{Hz}}$. Zur Herleitung siehe [49, Kap. 17.2].

Schrotrauschen: Ein elektrischer Strom ist der Fluss von diskreten elektrischen Ladungen, den Elektronen. Wegen der endlichen Größe der elektrischen Elementarladung e der Elektronen weist der elektrische Strom statistische Fluktuationen auf, wenn die Elektronen unabhängig voneinander agieren. Genauso ist ein „Lichtstrom“ in der Quantenelektrodynamik der Fluß von diskreten Lichtteilchen, den Photonen. Damit weist er ebenso statistische Fluktuationen auf, wenn die Photonen unabhängig voneinander agieren. Dies liegt an den in Abschnitt 2.3 erläuterten statistischen Phänomenen für unabhängige Ereignisse, wie die Zeitpunkte der Emission eines Photons in einem idealen Laser. In diesem Fall kann die Verteilung der Anzahl der Ereignisse in einem bestimmten Zeitintervall durch eine Poisson-Verteilung nach Gl. (2.35) beschrieben werden, für welche die Varianz gleich dem Mittelwert ist. Die Standardabweichung vom Mittelwert wird Schrotrauschen genannt. Dieses Schrotrauschen des Lichtstromes übersetzt sich durch den Photoeffekt in das Schrotrauschen des (elektrischen) Photostromes I_d , indem jedes Photon, das auf den Detektor trifft, mit einer gewissen Quanteneffizienz η ein Elektron-Loch Paar erzeugt. Hieraus folgt für das Schrotrauschen $i_{N\text{schrot}}$ eines Photostromes I_d [64, Kap. 7.11]

$$i_{N\text{schrot}} = \sqrt{2eI_d} \quad (5.4)$$

mit der Einheit $A/\sqrt{\text{Hz}}$ (Rauschdichte). Dieses Schrotrauschen kann nur beobachtet werden, wenn alle anderen Fluktuationen des optischen Feldes geringer sind als sein Schrotrauschen, wenn also der Photostrom selbst schrotrauschlimitiert ist [49, Kap. 9.8, Gl. (9.8-10)].

Würde in einem Schaltkreis das thermische Rauschen überwiegen, so wäre er schrotrauschlimitiert, wenn $i_{N\text{therm}} \leq i_{N\text{schrot}}$, wenn also die Spannung am Widerstand $U_R = RI_d \geq \frac{2k_B T}{e}$. Dies entspricht bei Raumtemperatur einer Spannung von 51 mV.

5.1.2 Rauschen in der Photodiode

Die einfachste Möglichkeit, um den Strom in einer Photodiode in eine Spannung umzuwandeln, ist, ihn durch einen Lastwiderstand R_l fließen zu lassen (siehe Abb. 5.1). Da die Photodiode für die entstehenden Elektronen - Loch Paare eine Kapazität C_d bildet, entsteht ein RC-Glied mit der Zeitkonstante $\tau = R_l C_d$ und der Grenzfrequenz

$$f_{RC} = \frac{1}{2\pi R_l C_d} \quad (5.5)$$

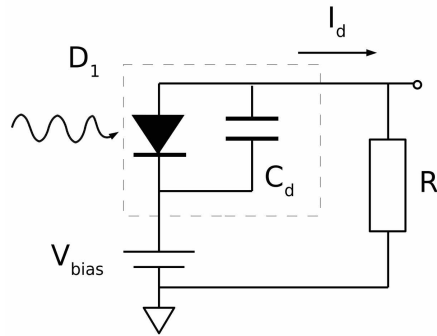


Abbildung 5.1: Die Photodiode D_1 mit der Kapazität C_d wird über V_{bias} vorgespannt. Der Photostrom I_d fließt durch den Lastwiderstand und kann somit in eine Spannung umgewandelt werden.

Für eine hohe Bandbreite sollten R_l und C_d möglichst klein gewählt werden. Die Kapazität kann verringert werden, indem die Photodiode in Sperrichtung vorgespannt wird. Dadurch wird die Raumladungszone im pn-Übergang vergrößert und somit die Kapazität verringert. Für einen Photostrom von $I_d \approx 2 \mu\text{A}$ einer in Sperrichtung vorgespannten Photodiode der Kapazität 3 pF und einem 1 M Ω Widerstand ist die Grenzfrequenz nach Gl. (5.5) 53 kHz. Die Verringerung des Widerstandes ist etwas komplizierter, da dabei auch das SNR kleiner wird: Betrachtet man das SNR als das Verhältnis aus Spannung U zu Spannungsrauschen e_N

$$\text{SNR} = \frac{U}{e_N} = \frac{U}{\sqrt{4k_B T R_l}} = \frac{R_l I_d}{\sqrt{4k_B T R_l}} = I_d \sqrt{\frac{R_l}{4k_B T}} \quad (5.6)$$

so sieht man, daß bei kleinerem Lastwiderstand R_L das SNR kleiner wird. Man erhöht also die Grenzfrequenz, verringert aber das SNR. Prinzipiell ist es also unmöglich, sowohl eine beliebig hohe Bandbreite als auch ein beliebig gutes SNR zu erzielen. Dies ist jedoch unerheblich, falls das Schrotrauschen das thermische Rauschen gerade noch übertrifft. Durch die Wahl des Widerstandes muß nun ein Kompromiss zwischen Bandbreite und SNR gefunden werden. Je nach gewünschtem Verhältnis von thermischem Rauschen i_{Ntherm} zu Schrotrauschen i_{Nschrot} muß bei gegebenem Photostrom I_d der Widerstand R_l gewählt werden:

$$\frac{i_{\text{Ntherm}}}{i_{\text{Nschrot}}} = \sqrt{\frac{2k_B T}{e R_l I_d}} \quad (5.7)$$

Für einen Photostrom von $I_d \approx 2 \mu\text{A}$ ist dieses Verhältnis für einen 100 k Ω Widerstand ungefähr 0.5. Das SNR ist dann im Vergleich zu einem 1 M Ω Widerstand um einen Faktor 0.3 kleiner. Dafür ist Bandbreite dann auf 530 kHz gestiegen.

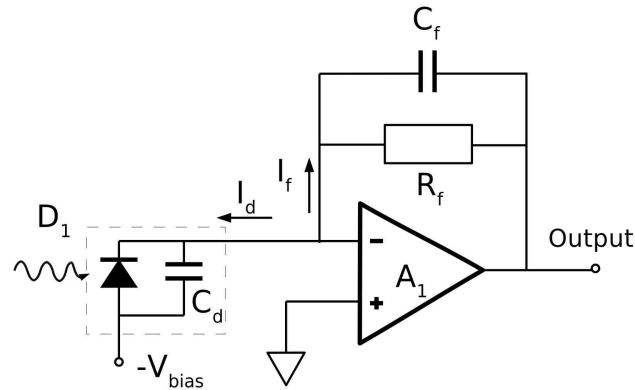


Abbildung 5.2: Transimpedanzverstärker: Ein invertierender Operationsverstärker sorgt für eine kleine Lastimpedanz und reduziert somit die Spannungszillationen an der Kapazität C_d , welche die Bandbreite limitieren.

5.1.3 Transimpedanzverstärker

Für eine weitere Erhöhung der Bandbreite müssen die Spannungszillationen an der Kapazität C_d verringert werden. Im idealen Fall wünscht man sich eine elektrische Schaltung, die mit konstanter Spannung an C_d arbeitet. Dafür benötigt man eine sehr kleine Lastimpedanz, ohne aber das thermische Rauschen zu erhöhen. Dies kann durch einen invertierenden Operationsverstärker („Operational Amplifier“, OPA) erreicht werden, welcher in Abb. 5.2 dargestellt ist. Wird der (+) Eingang des OPA auf Masse gelegt, so bildet der (-) Eingang durch die Rückkopplung eine virtuelle Masse und der Strom vom (-) Eingang aus in beide Richtungen ist gleich groß: $I_d = I_f$ [64]. Für eine unendlich große Verstärkung verschwinden die Spannungszillationen an C_d . Variiert die Intensität des Lichtes, das auf die Photodiode trifft, variiert nur der Strom durch die Diode, aber die Spannung an C_d bleibt im Idealfall konstant. Das Signal ist nun die Spannung an R_f , durch den der Strom I_f fließt. Die Bandbreite von Schaltung 5.2 ist dann im Wesentlichen durch die Bandbreite des OPA gegeben. Diese ist nach [62, Gl. (18.11)] gegeben durch das Verstärkungs-Bandbreite-Produkt⁵ f_T des Verstärkers und die Grenzfrequenz des Rückkopplungsgliedes f_{RC} :

$$f_{-3dB} \approx \frac{\sqrt{f_{RC} f_T}}{2} \quad (5.8)$$

Das Rückkopplungsglied enthält den Kondensator C_f , um die Phase der Verstärkung des Rückkopplungsgliedes an die der Verstärkung des Operationsverstärkers anzupassen. Nach Gl. (5.8) ist die Bandbreite für die Kombination aus OPA735, $R_f = 100 \text{ k}\Omega$ und $C_d = 3 \text{ pF}$ dann $f_{-3dB} \approx \sqrt{530 \text{ kHz} \cdot 4 \text{ MHz}}/2 \approx 730 \text{ kHz}$.

⁵Dies ist die Frequenz, bei welcher der Verstärker einen Verstärkungsfaktor von eins hat.

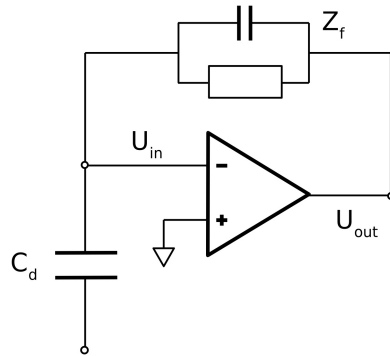


Abbildung 5.3: Rückkopplung eines OPA durch die Impedanz Z_f . Der Verstärkungsfaktor A_r des OPA ergibt sich aus dem Spannungsteiler, der aus der Impedanz Z_f und der Kapazität C_d besteht.

Der Operationsverstärker trägt jedoch auch zum Rauschen bei. Sein Stromrauschen sollte kleiner sein als das thermische Rauschen von R_f , sein Spannungsrauschen muß mit der Verstärkung A_r im rückgekoppelten Fall multipliziert werden. Die Rückkopplung durch die Impedanz $Z_f = \frac{R_f}{1+i\omega R_f C_f}$ bildet zusammen mit der Kapazität C_d einen Spannungsteiler mit dem Verhältnis $k = \frac{\frac{1}{i\omega C_d}}{Z_f + \frac{1}{i\omega C_d}} = \frac{1}{1+i\omega C_d Z_f}$. Nach Abb. 5.3 leitet ist das Verhältnis aus Ausgangs-/Eingangsspannung $U_{\text{out}}/U_{\text{in}}$ des OPA her:

$$\begin{aligned} U_{\text{out}} &= A_{\text{offen}} (U_{\text{in}} - k \cdot U_{\text{out}}) \\ \Rightarrow \frac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}} &= A_r = \frac{A_{\text{offen}}}{1 + k A_{\text{offen}}} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Damit ergibt sich für die Verstärkung mit Rückkopplung A_r als Funktion der Verstärkung ohne Rückkopplung A_{offen} [62, Gl. (18.16)]:

$$A_r = \frac{A_{\text{offen}}}{1 + \frac{A_{\text{offen}}}{1+i\omega C_d Z_f}} \quad (5.10)$$

Die Verstärkung A_r beginnt bei der Grenzfrequenz von C_d und R_f zu steigen [62, Abb. 18.9]. Damit wird das Spannungsrauschen des OPA's verstärkt, so dass das SNR genau wie bei der Schaltung ohne Transimpedanzverstärker sinken würde.

Man benötigt also einen weiteren Trick. Nach [62] wird zwischen Diode und OPA ein Transistor T_1 geschaltet. Dies ist in Abb. 5.4 zu sehen. Der Transistor überträgt bei konstanter Emitterspannung den Emittterstrom zum Kollektor.

Der Widerstand r_E des Emittterkreises ist bei kleinen Emittterströmen wegen der Temperaturabhängigkeit des Sperrstromes des Transistors [63, Gl. (2.20)] gegeben

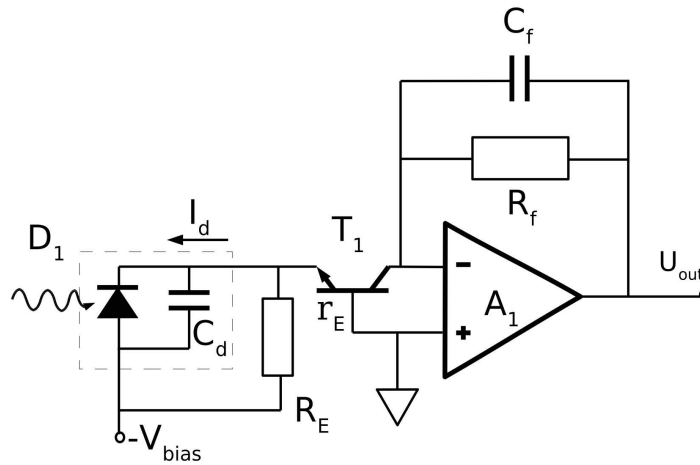


Abbildung 5.4: Die Kaskodenschaltung. Die Basis des Transistors T_1 ist zusammen mit dem (+) Eingang des OPA auf Masse gelegt. Durch den Widerstand R_E wird die Kaskode vorgespannt. Der Widerstand r_E des Emittterkreises ist temperaturabhängig (siehe Text).

durch [62, Gl. (18.18)]

$$r_E = \frac{k_B T}{e I_c} \quad (5.11)$$

Dabei ist e die Elementarladung, und $k_B T/e = 25$ mV bei Raumtemperatur. Für einen Photostrom von $2 \mu\text{A}$ ist der Emittterwiderstand dann $12.5 \text{ k}\Omega$, womit die RC Bandbreite auf ca. 4 MHz steigt. Interessant an dieser Schaltung ist, dass der Widerstand r_E automatisch mit steigendem Photostrom I_d sinkt. Dies war genau die Überlegung von Gl. (5.7): Man wählt den Lastwiderstand R_l proportional zu $1/I_d$.

Man nennt diese Schaltung eine Kaskode [62, Kap. 18.4.4]. Wird die Kaskode extern vorgespannt, kann dem Emittterstrom I_C zusätzlich zum Diodenstrom I_d eine sehr rauscharme DC Komponente hinzugefügt werden. Dadurch kann r_E gesenkt und somit die Bandbreite weiter erhöht werden, was allerdings durch das thermische Stromrauschen von r_E beschränkt ist. Wird die Kaskode jedoch vorgespannt, ist der Ausgang des Transimpedanzverstärkers nicht Null, wenn der Photostrom Null ist. Zur Vermeidung dieses DC Offsets wird in [62] eine Erweiterung der Schaltung eingeführt, die „Bootstrapping“ genannt und hier nicht näher erläutert wird. Die resultierende Schaltung ist in Abb. 5.5 zu sehen. Die Bandbreite dieser Schaltung beträgt mit $R_8 = 100 \text{ k}\Omega$ ca. 1 MHz und entspricht damit den experimentellen Anforderungen.

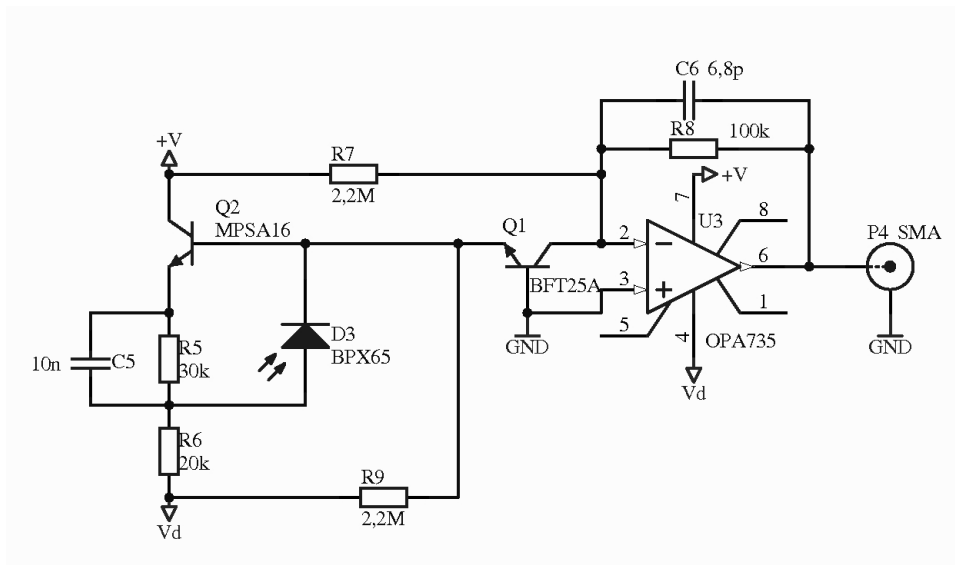


Abbildung 5.5: Schaltplan des Photodiodenempfängers mit Kaskode und „Bootstrapping“ nach [62]. Realisiert wurde der Photodiodenempfänger durch Arthur Wander in der Elektronikwerkstatt.

5.2 Messung der Bandbreite des Photodiodenempfängers

Die Bandbreite des Photodiodenempfängers wurde gemessen, indem beim Einschaltvorgang die Zeitkonstante τ des Signalanstieges nach $U(t) = U_{max}(1 - e^{-t/\tau})$ bestimmt wurde, wobei das Licht über einen AOM mit einem Rechteck-Signal angeschaltet wurde. Siehe dazu Abb. 5.6(a) für den Photodiodenempfänger bei 397 nm und Abb. 5.6(b) für den Photodiodenempfänger bei 866 nm. Die Zeitkonstante des Photodiodenempfängers für den 397 nm Laser mit $R_f = 300 \text{ k}\Omega$ beträgt $2.33 \text{ }\mu\text{s}$, für den 866 nm Laser mit $R_f = 100 \text{ k}\Omega$ beträgt sie $0.8 \text{ }\mu\text{s}$. Dies entspricht einer Bandbreite von 430 kHz bzw. 1.25 MHz. In einer Kontrollmessung mit einer schnelleren Photodiode wurde überprüft, dass die Anstiegszeit des Lichtes t_{rise} auf einer kürzeren Zeitskala liegt. Sie ist gegeben durch die Zeit, welche die Schallwelle im Kristall benötigt, um den Lichtstrahl vollständig zu durchqueren und hängt somit vom Strahldurchmesser im Kristall d_{Strahl} und der Schallgeschwindigkeit im Kristall v_{Schall} ab: $t_{rise} = d_{Strahl}/v_{Schall}$ ab. Für einen Strahldurchmesser von 0.5 mm und eine Schallgeschwindigkeit von 4200 m/s ergibt sich eine Anstiegszeit von 120 ns. Damit ist sie im Vergleich zur Anstiegszeit der Photodiode vernachlässigbar.

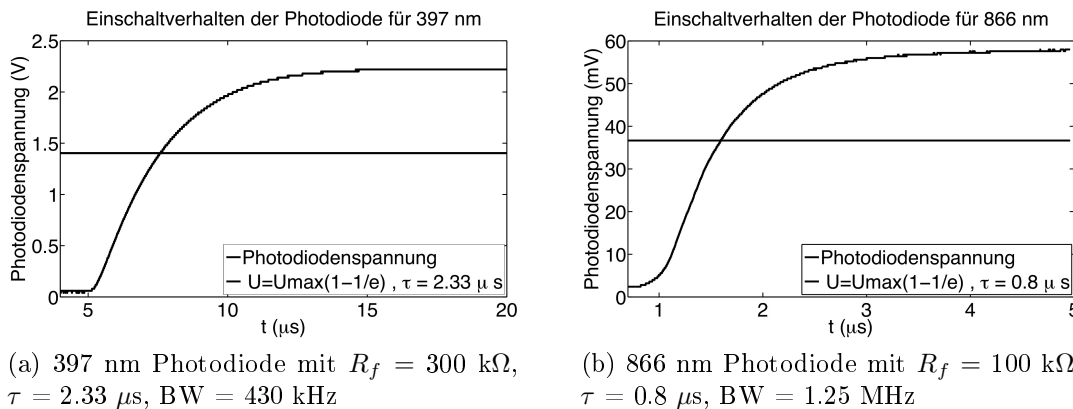


Abbildung 5.6: Messung des Einschaltverhaltens der Photodiodenempfänger bei 397 nm und 866 nm mit unterschiedlichen Widerständen R_f (siehe Abschnitt 5.1.3). Aus der Zeitkonstanten τ ergibt sich die Bandbreite $BW=1/\tau$.

5.3 Messung des Rauschspektrums des Photodiodenempfängers

Das Rauschspektrum der Photodiode wurde für zwei verschiedene Lichtquellen gemessen, da es vom Intensitätsrauschen der Lichtquelle selbst abhängt:

- Unstabilisiertes Laserlicht
- Licht einer Taschenlampe

Im Falle des Laserlichtes wurde ein Diodenlaser bei 854 nm verwendet. Zur Messung wurde der FFT-Spektrumanalysator SR760 von Stanford Research Systems verwendet, welcher Spannungen im μV Bereich messen kann. Für beide Lichtquellen wurde für verschiedene Lichtintensitäten das Spektrum des Photodiodensignals von 250 Hz bis 100 kHz aufgenommen. Die Messgenauigkeit wurde auf 250 Hz eingestellt, was einer Messzeit von 4 ms entspricht. Jedoch ist das Eigenrauschen durch interne elektrische Komponenten nicht zu vernachlässigen. Dieses Eigenrauschen ist abhängig vom gewählten Eingangsbereich und macht sich vor allem bei sehr kleinen Lichtleistungen von wenigen μW bemerkbar, da das Signal dann im Bereich von μV ist. Leider ist dieses Eigenrauschen größer als das gesamte Rauschen der abgedunkelten Photodiode. Es machte bei einem kleinen Eingangsbereich keinen signifikanten Unterschied, ob an den Eingang des SRS ein BNC-Kabel, ein $50\ \Omega$ Endwiderstand oder die abgedunkelte Photodiode angeschlossen wurde. Daher wurde als Hintergrundmessung die Photodiode abgedunkelt und mit denselben Einstellungen des SR760 ein Hintergrundspektrum aufgenommen. Dieses wurde von dem Rauschspektrum der hellen Photodiode subtrahiert. Anschließend wurde sowohl für das gesamte Spektrum als auch für ein Band von 30 bis 90 kHz das Rauschen aufsummiert und mit dem Schrotrauschen $e_{\text{Nschrot}} = \sqrt{2eI} \cdot R$ verglichen. Da der Spektrumanalysator die Spannungsrauschdichte e_{Ni} (siehe Gl. (5.2)) im Band i der Bandbreite $B = 250\ \text{Hz}$ in $\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ misst, erfolgt die Berechnung des Spannungsrauschens e_{Nband} in V im gesamten Band (von 250 Hz bis 100 kHz) durch Multiplikation mit der Wurzel der Bandbreite \sqrt{B} und Addition in rms-Weise [siehe 62, Gl. (18.4)]

$$e_{\text{Nband}}^2 = \sum_{i=1}^{399} \left(e_{Ni} \cdot \sqrt{B} \right)^2 \quad (5.12)$$

Für beide Lichtquellen wurden unterschiedliche Lichtintensitäten mit einem variablen, optischen Abschwächer eingestellt. Zum Vergleich des Rauschspektrums des Lichtes der Taschenlampe mit dem des Laserlichtes wurde das Taschenlampensignal mit Hilfe der Kalibrierung der Photodiode in die entsprechende Lichtintensität bei 854 nm umgerechnet.

In Abb. 5.7 ist das Rauschspektrum der Photodiode für eine Lichtintensität von $100\ \mu\text{W}$ zu sehen. Der Laser weist das größere Rauschen bei kleinen Frequenzen unterhalb von 30 kHz auf, die wahrscheinlich elektrischen Ursprung haben. Für den

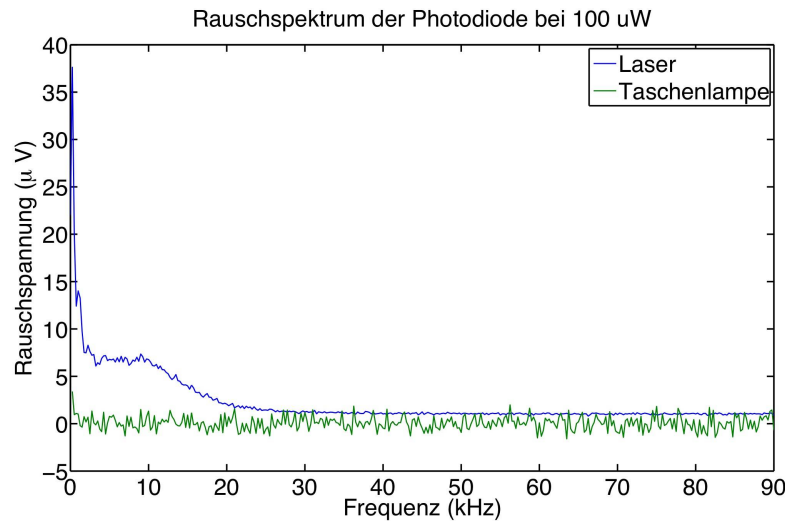


Abbildung 5.7: Rauschspektrum der Photodiode bei einer Lichtintensität von $100 \mu\text{W}$ für zwei Lichtquellen: Ein Diodenlaser bei 854 nm und eine Taschenlampe. Für die Taschenlampe wurde aus der Photodiodenspannung die entsprechende Lichtintensität bei 854 nm umgerechnet. Für das Spektrum der Taschenlampe wurde weniger lange gemittelt, wodurch der statistische Fehler etwas größer als beim Licht des Lasers ist. Der Laser weist das größere Rauschen bei kleinen Frequenzen unterhalb von 30 kHz auf, die wahrscheinlich elektrischen Ursprung haben.

Vergleich des Rauschens bei verschiedene Lichtintensitäten wurde das gesamte Rauschen des Lasers und der Taschenlampe nach Gl. (5.12) nur im Band von 30 bis 90 kHz berechnet. Somit wurde das Rauschen des Lasers bei kleinen Frequenzen unterhalb 30 kHz nicht berücksichtigt. Die gesamte Rauschspannung beider Lichtquellen ist Abb. 5.8 zu sehen. Zum Vergleich ist das Schrotrauschen $e_{N_{\text{schrot}}} = \sqrt{2eI_{PD}} \cdot R$ abgebildet, das sich aus dem Diodenstrom I_{PD} berechnet

$$I_{PD} = \frac{I_{\text{licht}}}{\hbar\omega} \cdot e \cdot \eta = \frac{I_{\text{licht}}e\eta\lambda}{2\pi c\hbar} \quad (5.13)$$

Hierbei ist $\eta = 0.55$ die Quanteneffizienz der Photodiode, die vom Hersteller für eine Wellenlänge von $\lambda = 854 \text{ nm}$ angegeben wurde. Das Licht des Lasers scheint im Gegensatz zu dem der Taschenlampe nicht schrotrauschlimitiert zu sein. Gemessen am Licht der Taschenlampe ist der Photodiodenempfänger annähernd schrotrauschlimitiert.

Für das gesamte Band von 250 Hz bis 100 kHz wurde das Signal/Rauschverhältnis (SNR) berechnet, welches in Abb. 5.9 zu sehen ist. Für höhere Intensitäten nimmt das SNR beider Lichtquellen zu. Die Taschenlampe weist deutlich geringeres Rauschen auf als der Laser.

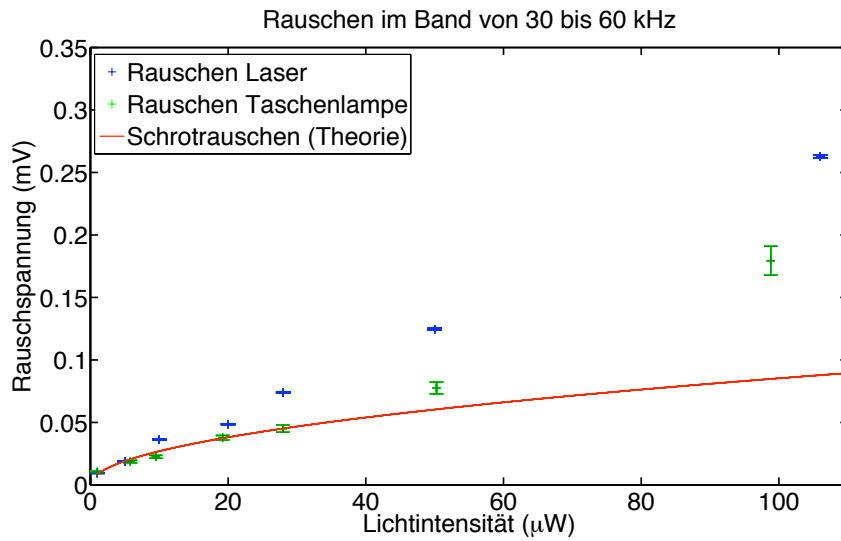


Abbildung 5.8: Rauschen des Lasers und der Taschenlampe im Band von 30 bis 90 kHz für verschiedene Lichtintensitäten. Die Fehlerbalken geben den statistischen Fehler an. Das Licht des Lasers scheint im Gegensatz zu dem der Taschenlampe nicht schrotrauschlimitiert zu sein. Gemessen am Licht der Taschenlampe ist der Photodiodenempfänger annähernd schrotrauschlimitiert.

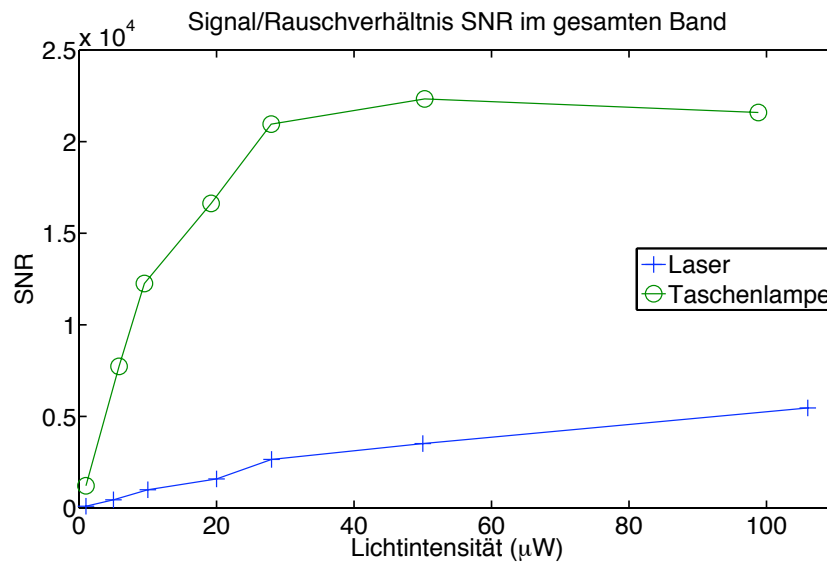


Abbildung 5.9: Signal/Rauschverhältnis (SNR) im gesamten Band von 250 Hz bis 100 kHz für Laser und Taschenlampe. Für höhere Intensitäten nimmt das SNR zu. Die Taschenlampe weist deutlich geringeres Rauschen auf als der Laser.

5.4 „Sample & Hold“ PI Regler

Der Sample & Hold PI Regler ist ein elektrischer Schaltkreis, der die aktive Stabilisierung der Laserintensität durch einen AOM ermöglicht und von Gerhard Hendl in der Elektronikwerkstatt konstruiert wurde. Er kann zwischen einem Sample (Kontroll)-Modus und einem Hold (Halte)-Modus wechseln. In Letzterem wird das Ausgangssignal gehalten, um zu vermeiden, dass der Integrator sättigt, während der Laser blockiert oder ausgeschaltet ist. Dies ermöglicht beim erneuten Einschalten des Lasers diejenige Intensität einzustellen, auf die vorher stabilisiert wurde. An dieser Stelle soll die elektrische Schaltung des Sample & Hold (S&H) Reglers anhand eines Blockschaltbildes kurz erläutert werden. Eine detaillierte Beschreibung des genauen Schaltplanes ist in Anhang A zu finden. Wie in Abb. 5.10 zu sehen wird das Signal der Photodiode (PD) sowie das Referenzsignal (Ref) vom Instrumentierungsverstärker (IV) verglichen. Die Differenz wird als Fehlersignal über den Schalter zum PI-Regler gegeben. Sein Ausgang ist das Kontrollsignal, welches im Sample & Hold Baustein (S&H) gespeichert wird. Der Ausgang des S&H Bausteins wird über einen weiteren Schalter ebenso zum PI-Regler gegeben. Da der Zeitgeber (Z) zwei entgegengesetzte Signale zu den beiden Schaltern ausgibt, wird entweder das Fehlersignal oder der Ausgang des S&H Bausteins zum PI-Regler gegeben. Somit wird über das Signal am Zeitgeber bestimmt, in welchem Modus sich der gesamte Regler befindet. Im Sample-Modus wird das Fehlersignal zum PI-Regler gegeben, der dann aktiv regelt. Im Hold-Modus wird das vom S&H Baustein gespeicherte Signal zum PI-Regler gegeben, der dann ein konstantes, vom Eingangssignal (PD) und Fehlersignal unabhängiges Ausgangssignal liefert. Das Ausgangssignal steuert über einen AOM die Laserintensität.

Ursprünglich war das Ziel, die Intensität von Lichtpulsen bei 397 nm von der Dauer weniger μs zu stabilisieren. Es stellte sich jedoch heraus, dass nicht die Systembandbreite, sondern ein Überschwinger des Signals die effektive Regelungszeit dominiert. Dieser wird durch einen kurzzeitigen Spannungseinbruch bei Umschalten des Schalters verursacht: Wird im μs Bereich zwischen den Modi geschaltet, so zeigt die Spannungsversorgung am Instrumentierungsverstärker U10 einen Einbruch von einer Dauer von ca. 50 ns. Dies bewirkt einen Überschwinger im Fehlersignal, der es unmöglich macht, auf so kurzer Zeitskala zu regulieren. Daher wird die Stabilisierung der Intensität der Pulssequenzen im μs Bereich dadurch realisiert, dass alle 10 ms die Sequenz für eine Stabilisierungsphase von ca. 30 μs unterbrochen wird.

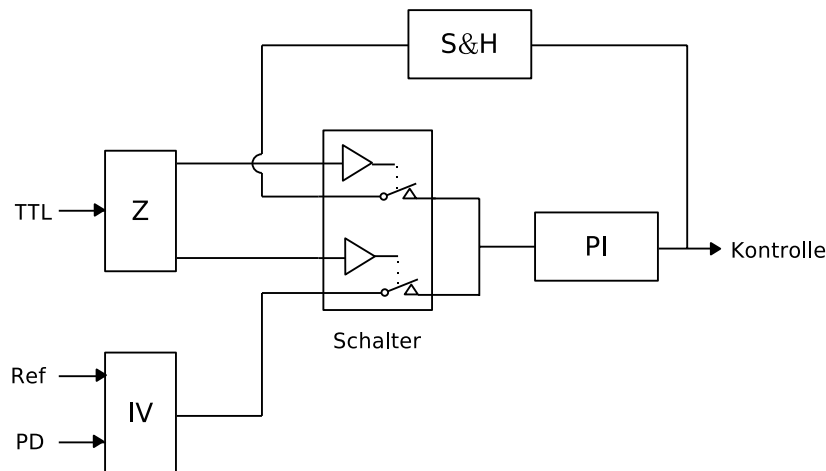


Abbildung 5.10: Blockschaltbild des Sample & Hold PI Reglers. Das Signal der Photodiode (PD) und das Referenzsignal (Ref) werden vom Instrumentierungsverstärker (IV) verglichen. Die Differenz wird als Fehlersignal über den Schalter zum PI-Regler gegeben. Sein Ausgang ist das Kontrollsignal, welches im Sample & Hold Baustein (S&H) gespeichert wird. Der Ausgang des S&H Bausteins wird über einen weiteren Schalter ebenso zum PI-Regler gegeben. Da der Zeitgeber zwei entgegengesetzte Signale zu den beiden Schaltern ausgibt, wird entweder das Fehlersignal (Sample-Modus) oder der Ausgang des S&H Bausteins (Hold-Modus) zum PI-Regler gegeben. Das Ausgangssignal des PI-Reglers steuert über einen AOM die Laserintensität.

5.5 Messung des Rauschens des Lasers mit/ohne Intensitätsstabilisierung

Mit einem Oszilloskop wurde die Spannung an der Photodiode U_{PD} bei einer Lichtintensität des 397 nm Lasers von $I \approx 15 \mu\text{W}$ für die Zeitdauer von 8 s gemessen. Der Einfluß der kontinuierlichen Stabilisierung durch den PI Regler ist in Abb. 5.11 zu sehen. Für die Messung wurden zwei leicht verschiedene optische Intensitäten eingestellt, so dass die mittlere Spannung an der Photodiode U_{PD} leicht unterschiedlich ist. Wird die Stabilisierung ausgeschaltet, so beträgt die Spannung $U_{PD} = 0.86 \pm 0.02 \text{ V}$. Dies entspricht einer relativen Schwankung von von 3 % und einem SNR von 36. Dies ist durch Polariationsschwankungen des Lichtes in der Faser von ca. 8 m Länge zu erklären, die nach einem PBS in Intensitätsschwankungen übertragen werden. Außerdem können Schwankungen des Brechungsindex in der Luft aufgrund von Luftströmen die Einkopplung des Lichtes in die Faser beeinflussen. Mit eingeschalteter Stabilisierung beträgt die Spannung $U_{PD} = 1.010 \pm 0.006 \text{ V}$. Dies entspricht einer relativen Schwankung von nur 0.6 % und einem SNR von 181.

Das elektrische Rauschspektrum ist in Abb. 5.12 zu sehen. Das Spektrum des

stabilisierten Lichtes ist bei kleinen Frequenzen bis 2 Hz um eine Größenordnung rauschärmer als das des unstabilierten Lasers. Das Rauschmaximum des unstabilierten Lichtes liegt bei ca. 0.8 Hz. Für höhere Frequenzen sinkt es. Für Frequenzen größer als 11 Hz unterscheidet sich das Rauschen mit und ohne Stabilisierung um weniger als 20 %. Die Schwankungen treten also überwiegend bei kleinen Frequenzen auf, thermischen Schwankungen bis ca. 1 Hz und Schwankungen des Brechungsindex in der Luft bis ca. 11 Hz.

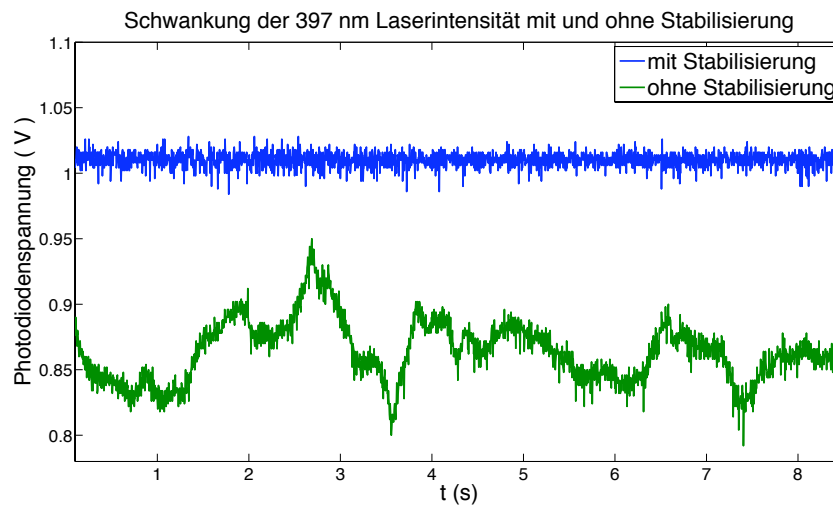


Abbildung 5.11: Messung Intensität des 397 nm Lasers mit und ohne Intensitätsstabilisierung. Ohne Stabilisierung beträgt die Photodiodenspannung $U_{PD} = 0.86 \pm 0.02$ V. Die relative Schwankung ist 3 %, das Signal/Rauschverhältnis 36. Mit Stabilisierung beträgt die Photodiodenspannung $U_{PD} = 1.010 \pm 0.006$ V. Die relative Schwankung ist 0.6 %, das Signal/Rauschverhältnis 181.

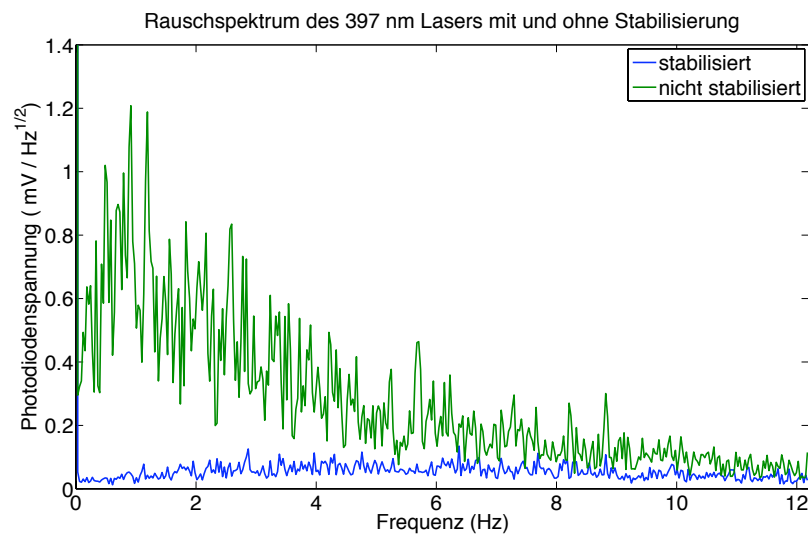


Abbildung 5.12: Messung des Rauschspektrums des 397 nm Lasers mit und ohne Intensitätsstabilisierung in einem Band von 0 bis 12 Hz. Das Spektrum des stabilisierten Lichtes ist bei kleinen Frequenzen bis 2 Hz um eine Größenordnung rauschärmer als das des unstabilisierten Lasers. Das Rauschmaximum des unstabilisierten Lichtes liegt bei ca. 0.8 Hz. Für Frequenzen größer als 11 Hz unterscheidet sich das Rauschen mit und ohne Stabilisierung um weniger als 20 %.

6 Eine Einzelphotonenquelle mit einem $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion

In diesem Kapitel werden die Experimente zur kontrollierten Erzeugung einzelner Photonen beschrieben. Anfangs wird das experimentelle Vorgehen zum Fangen eines Ions und Einstellen des Resonators erläutert. Anschließend werden die Ergebnisse der Messungen für verschiedene Pulssequenzen vorgestellt.

6.1 Allgemeine Prozedur

6.1.1 Fangen eines Ions

In der Vakuumkammer befindet sich ein Ca-Ofen. Dieser besteht aus Stahlröhrchen, die durch einen elektrischen Strom geheizt werden. Der dadurch entstehende Strahl neutraler Ca-Atome wird in der Mitte der Falle ionisiert. Die Charakteristika des Ofens und des Ca-Atomstrahles sind im Detail in [45] beschrieben. Die Ionisation der Atome findet in zwei Stufen durch Photoionisation statt: Durch einen Laser bei 423 nm werden die Atome aus dem Grundzustand $4s^1S_0$ in den $4p^1P_1$ Zustand angeregt. Ein zweiter Laser bei 390 nm bewirkt den Übergang in Rydbergzustände nahe dem Kontinuum, die durch die elektrischen Felder der Falle feldionisiert werden. Für Details zur Photoionisation siehe [65].

Ein gefangenes Ion wird durch gleichzeitiges Einstrahlen des Pump- und Rückpumplasers optisch gekühlt. Die Geometrie der Laser zur Falle und zum Resonator ist in Abb. 6.1 gezeigt. Beide Laserstrahlen treffen das Ion schräg von unten unter einem Winkel von ca. 45° zur Horizontalen, wobei der Pumplaser bei 397 nm (blau) das Ion parallel zur Resonatorachse und der Rückpumplaser bei 866 nm (rot) das Ion senkrecht zur Resonatorachse trifft. Der Rückpumplaser benötigt, damit die Besetzung des Ions nicht im D -Zustand gefangen und vom Kühllicht entkoppelt wird. Das Ion kann durch sein Fluoreszenzlicht nachgewiesen werden. Auf der einen Seite des Vakuumfensters, senkrecht zur Resonatorachse orientiert, trifft das Fluoreszenzlicht auf einen Photomultiplier (PMT), auf der anderen Seite auf eine CCD Kamera. Der PMT dient zur Messung der Fluoreszenzrate bei gleichzeitigem Einstrahlen des Pump- und Rückpumplasers.

Für die Messung des Streulichtes des Pumplasers, welches an Teilen der Falle reflektiert wird und in den Strahlengang des PMT gelangt, wird der Rückpumplaser mit einer Frequenz von ca. 10 Hz an- und ausgeschaltet. Während er aus ist, ist das Ion im D -Zustand gefangen und zeigt keine Fluoreszenz. Während dieser Zeit wird das vom PMT registrierte Hintergrundlicht gemessen. Beim Durchstimmen der Frequenz des Pumplasers kann anhand der Zählrate des PMT und der Breite und Höhe

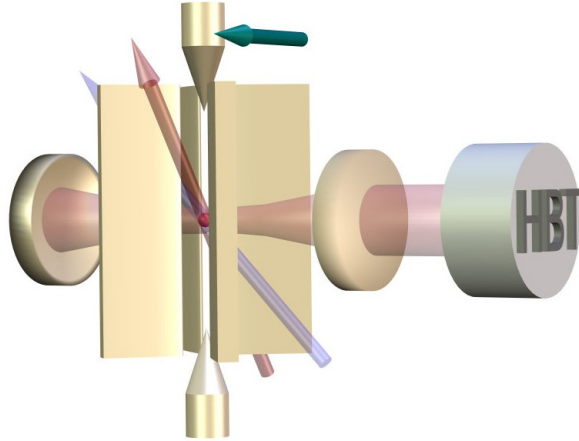


Abbildung 6.1: Geometrie der Laserstrahlen relativ zur Ionenfalle, zur Resonatorachse und zum Magnetfeld (grüner Pfeil). Beide Laserstrahlen treffen das Ion schräg von unten unter einem Winkel von ca. 45° zur Horizontalen, wobei der Pumplaser bei 397 nm (blau) das Ion parallel zur Resonatorachse und der Rückpumplaser bei 866 nm (rot) das Ion senkrecht zur Resonatorachse trifft. Die Photonen verlassen den asymmetrischen Resonator vorüberwiegend durch den rechten Spiegel und werden in einem Hanbury Brown und Twiss Aufbau (HBT) nachgewiesen.

der Resonanzfluoreszenzkurve erkannt werden, ob ein einzelnes Ion gefangen wurde. Ist die Bewegung des Ions durch optisches Kühlen auf das Dopplerlimit [56] reduziert worden, so ist ein einzelner Punkt auf der CCD Kamera mit Durchmesser von ca. $50\ \mu\text{m}$ (5×5 Pixel) zu sehen.

In einem Drei-Niveau-System mit zwei unteren Zuständen bildet sich eine kohärente Überlagerung dieser beiden ohne Beitrag vom angeregten Zustand, wenn die Verstimmungen δ_p, δ_r die Ramanbedingung erfüllen [66]. Da das Ion in diesem Zustand keine Photonen streut, wird dieser Zustand Dunkelzustand genannt [66]. Dunkelresonanzen treten beim Durchfahren der Verstimmungen δ_p, δ_r des Pump- und Rückpumplasers auf und hängen von den Rabi-Frequenzen Ω_p, Ω_r ab. Somit können sie verwendet werden, um die Rabi-Frequenzen und Verstimmungen zu kalibrieren. Dabei wird für verschiedene Intensitäten des Pumplasers der Rückpumplaser durchgestimmt. Ist der Pumplaser rotverstimmt ($\delta_p < 0$), so zeigt Resonanzkurve auf der roten Seite des Spektrums ($\delta_r < 0$) Dunkelresonanzen, die von der Laserintensität und der Verstimmung des Pumplasers δ_p abhängen. Durch Vergleich mit den Simulationen können die Rabi-Frequenzen und die Verstimmungen bestimmt werden. Diese Kalibrierung ist im Detail in [45] beschrieben.

6.1.2 Einstellen des Resonators

Im Anschluß wird der Resonator eingestellt. Dazu wird das Licht des um -400 MHz verstimmtten 866 nm Lasers (siehe Abb. 4.3 auf Seite 51: Lasertisch 2) in den Resonator eingekoppelt und durch Verschieben des langsamen Piezos eine Mode gesucht. Anschließend wird der 785 nm Laser auf eine Mode stabilisiert, so dass gleichzeitig eine Resonanz im Referenzresonator (siehe Abb. 4.3: Lock auf Lasertisch 1) und im Experimentresonators gefunden werden kann. Im Folgenden wird der (Experiment-) Resonator mit Hilfe des schnellen Piezos auf die Mode des 785 nm Lasers stabilisiert. Dieser Transferlock überträgt bei optimaler Stabilisierung die Stabilität des Referenzresonators auf den Experimentresonator und wird im Detail in [45] beschrieben.

6.1.3 Durchfahren der Stehwelle

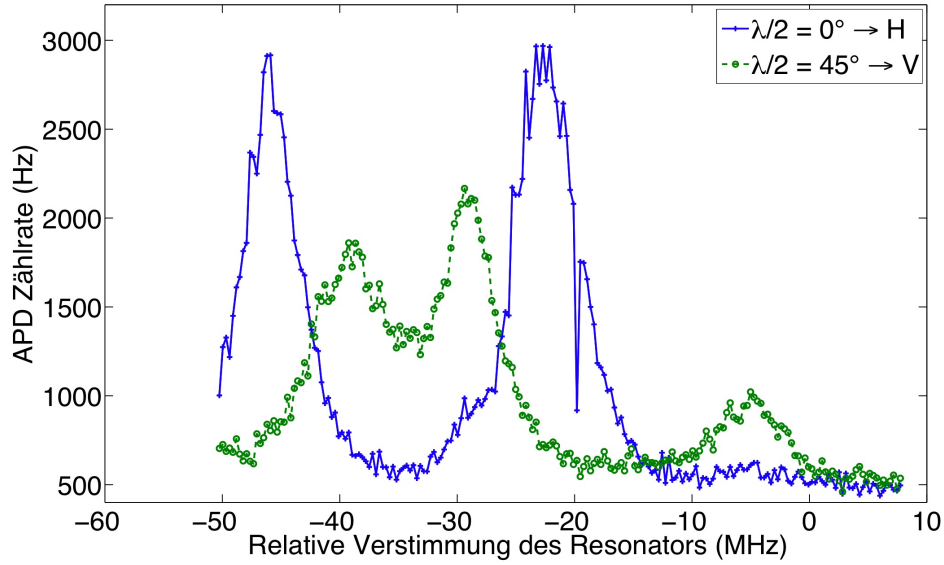
Ist der Resonator mit Hilfe des Transferlocks stabilisiert, wird die Stehwelle so positioniert, dass sich das Ion in der Falle an einem Bauch der Stehwelle befindet. Dazu werden der um -400 MHz verstimmtte 397 nm Laser für den stimulierten Ramanprozess und der resonante Rückpumplaser eingeschaltet und die Zählrate der APDs beobachtet, welche die Photonen detektieren, die im Ramanprozess in den Resonator gestreut werden und ihn anschließend nach rechts verlassen. Zum Verschieben der Stehwelle des Resonators wird der langsame Piezo so langsam verstellt, dass die Längenstabilisierung durch den schnellen Piezo am anderen Spiegel stets folgen kann.

6.1.4 Aufnahme der Resonanzfrequenzen des Resonators

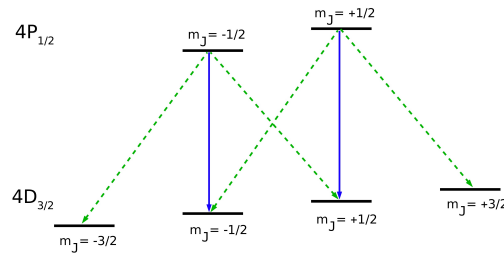
Beim Durchfahren des Spiegelabstandes kann man bei hohen Magnetfeldern die einzelnen Ramanresonanzen auflösen. Für einen linear polarisierten Pumplaser sind diese in Abb. 6.2(a) für ein Magnetfeld von 11 G senkrecht zur Resonatorachse zu sehen. Dabei wurde die Polarisation des Lichtes, das den Resonator verlässt, mit einem $\lambda/2$ Plättchen und einem PBS getrennt. Die blaue Kurve entspricht Übergängen mit $\Delta m = 0$ (linear polarisiertes Licht), die grüne Kurve Übergängen mit $\Delta m = \pm 1$ (rechts- und links zirkular polarisiertes Licht). Da die Resonatorachse senkrecht zum Magnetfeld steht, sieht man das Licht der $\Delta m = 0$ Übergänge als horizontal polarisiert und das der $\Delta m = \pm 1$ als vertikal polarisiert.

6.1.5 Pulssequenzen

Die Pulssequenzen aus Abb. 3.1 auf Seite 40 werden durch Rechteckpulse erzeugt, welche die Radiofrequenz der AOM's schalten. Die Anstiegs- und Abfallszeit der Lichtpulse ist durch die Größe des Strahldurchmessers im AOM gegeben: Die Schallwelle im AOM braucht eine gewisse Zeit, um den Strahl zu durchqueren und damit die erste Braggordnung zu beeinflussen. Die Anstiegszeit wurde mit einer schnellen



(a) Spektrum des Resonators auf dem Übergang von P nach D



(b) Übergänge von P nach D

Abbildung 6.2: Resonanzfrequenzen des Resonators für einen linear polarisierten Pumplaser bei einem Magnetfeld von 11 G. Für feste Verstimmung des Pumplasers δ_p wird die Länge des Resonators durchgeföhrt. Dabei wird die Polarisation des vom Resonator emittierten Lichtes durch ein $\lambda/2$ Plättchen und einen PBS gemessen. Die durchgezogene Kurve entspricht den Übergängen vom P-Zustand in den D-Zustand mit $\Delta m_J = \pm 1$. Da das Magnetfeld senkrecht zum Resonator gerichtet ist (siehe Abb.6.1), sind die in diesem Fall den Resonator emittierten Photonen horizontal polarisiert. Die gestrichelte Kurve entspricht den Übergängen mit $\Delta m_J = 0$, bei denen vertikal polarisierte Photonen in den Resonator emittiert werden.

Photodiode zu ca. 120 ns bestimmt und ist damit langsam im Vergleich zu den im Experiment relevanten Zeitskalen von einigen μs .

Wird eine Pulssequenz ausgeföhrt, erfolgt alle 10 ms eine Intensitätsstabilisierungsphase von $\sim 30 \mu\text{s}$, in der Pump- und Rückpumplaser auf einen einstellbaren Sollwert stabilisiert werden. Während dieser Zeit werden mit den APDs keine Daten aufgenommen.

6.2 Messung der Einzelphotonenquelle

6.2.1 Pulssequenzen

Durch die Länge der einzelnen Pulse und ihren Abstand zueinander kann bestimmt werden, wie effizient der Ramanprozess ist und wie gut man die einzelnen Photonen auflösen kann. Im Experiment wurden drei Bereiche mit den folgenden Pulssequenzen ($t_{\text{pump}}, t_{\text{wait1}}, t_{\text{repump}}, t_{\text{wait2}}$) untersucht:

1. Eine schnelle Einzelphotonenquelle mit hoher Repetitionsrate: (3.5, 1.5, 2, 2) μs .
2. Eine möglichst effiziente Einzelphotonenquelle mit gut aufgelösten Einzelphotonen-Pulsen: (7, 25, 2, 2) μs .
3. Eine schnelle Einzelphotonenquelle mit gerade noch aufgelösten Einzelphotonen-Pulsen: (7, 7, 2, 2) μs .

Die Hintergrundzählrate wurde durch Blockieren des Pumpasers und ohne Ion gemessen. Sie ist durch die Intensität des 785 nm Lasers und die Dunkelzählrate der APDs gegeben und daher unabhängig von der Pulssequenz gleich 720 Hz. Subtrahiert man die Hintergrundzählrate $B_1 + B_2$ von der Zählrate beider APDs $S_1 + S_2$, erhält man folgende Zählraten für die drei Pulssequenzen:

| Pulssequenz | (3.5, 1.5, 2, 2) μs | (7, 25, 2, 2) μs | (7, 7, 2, 2) μs |
|-----------------|--------------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| Repetitionsrate | 111 kHz | 28 kHz | 56 kHz |
| APD-Zählrate | 1180 Hz | 340 Hz | 814 Hz |
| Effizienz | 1.1% | 1.2 % | 1.5 % |

Die Repetitionsrate ist durch $1/(t_{\text{pump}} + t_{\text{wait1}} + t_{\text{repump}} + t_{\text{wait2}})$ gegeben. Mit zunehmender Repetitionsrate nimmt auch die gesamte Zählrate zu. Die Effizienz η_{exp} der Erzeugung eines Photons gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass bei Ausführen eines Pump- und Rückpumpulses ein Photon in einem der beiden APDs nachgewiesen wird. Sie ist bestimmt durch $\eta_{\text{exp}} = (S_1 + S_2 - B_1 - B_2) \cdot (t_{\text{pump}} + t_{\text{wait1}} + t_{\text{repump}} + t_{\text{wait2}})$. Für die erste Sequenz ist der Pumpuls mit nur 3.5 μs zu kurz, um den Ramanprozess vollständig zu treiben. Daher ist die Effizienz nur ca. 1.1 %. Für die beiden anderen Pulssequenzen ist die Effizienz größer. Es wäre zu erwarten, dass sie für beide Sequenzen gleich groß ist, da die Länge des Pumpulses gleich ist. Die etwas kleinere Effizienz bei der zweiten Pulssequenz könnte durch eine Drift der absoluten Position⁶ des Resonators hervorgerufen sein. In der dritten Pulssequenz ist die Effizienz 1.5 %.

In Abb. 6.3 bis 6.4(b) sind die aus den Daten gewonnenen Intensitätskorrelationsfunktionen $g^{(2)}(\tau)$ in blau, die zugehörigen Simulationen in rot gezeichnet. Es ist

⁶Die Längenstabilisation hält den Resonator in Ramanresonanz, bewahrt ihn jedoch nicht vor einer Drift der Stehwelle relativ zum Ion.

ein hervorragendes Übereinstimmen der Simulation mit den experimentellen Daten zu beobachten. Die Auflösung beträgt $0.5 \mu\text{s}$. Wegen der Normierung bei größerem Abstand der Einzelphotonenspitzen zueinander nimmt auch ihre Höhe zu. Für die erste Pulssequenz mit einer hohen Repetitionsrate von 111 kHz wird auch eine hohe Zählrate von 1180 Hz erreicht. Jedoch ist die Wartezeit $t_{\text{wait1}} = 1.5 \mu\text{s}$ so kurz, dass die einzelnen Photonen noch nicht vollständig den Resonator verlassen haben, bevor das Atom zurückgepumpt und der Ramanprozess erneut getrieben wird. Daher überlappen die Spitzen einzelner Photonen und können nicht mehr vollständig aufgelöst werden. Dies ist daran zu erkennen, dass die $g^{(2)}$ -Funktion zwischen den einzelnen Peaks nicht mehr auf Null herunter geht. Die maximale Rate der Erzeugung einzelner Photonen ist also immer durch die Zerfallsrate des Resonators begrenzt. Für die zweite Sequenz reicht die Wartezeit $t_{\text{wait1}} = 25 \mu\text{s}$ dafür aus, dass ein in den Resonator emittiertes Photon diesen verlassen kann, bevor das nächste Photon durch den Ramanprozess in den Resonator emittiert wird. Die einzelnen Photonen können bei einer Zählrate von 340 Hz gut aufgelöst werden. Bei der dritten Sequenz ist ein Kompromiß gewählt: Die einzelnen Photonen sind gerade noch aufgelöst, weil die $g^{(2)}$ -Funktion zwischen den Einzelphotonen-Spitzen auf Null herunter geht. Die Zählrate beträgt 814 Hz.

Leider ist $g^{(2)}(0)$ in allen drei Fällen nicht exakt Null. Dies liegt am Hintergrund, der ca. 50 % der Zählrate ausmacht. Dennoch ist der Hintergrund klein gegenüber den Einzelphotonenspitzen, die in den beiden letzten Sequenzen gut aufgelöst werden können. In allen drei Messungen wurden die Daten in einer Zeitdauer von einer halben Stunde gemessen. Mit der gegebenen Auflösung von $0.5 \mu\text{s}$ sind in einem Balken des Histogramms somit ca. 300 Korrelationen enthalten.

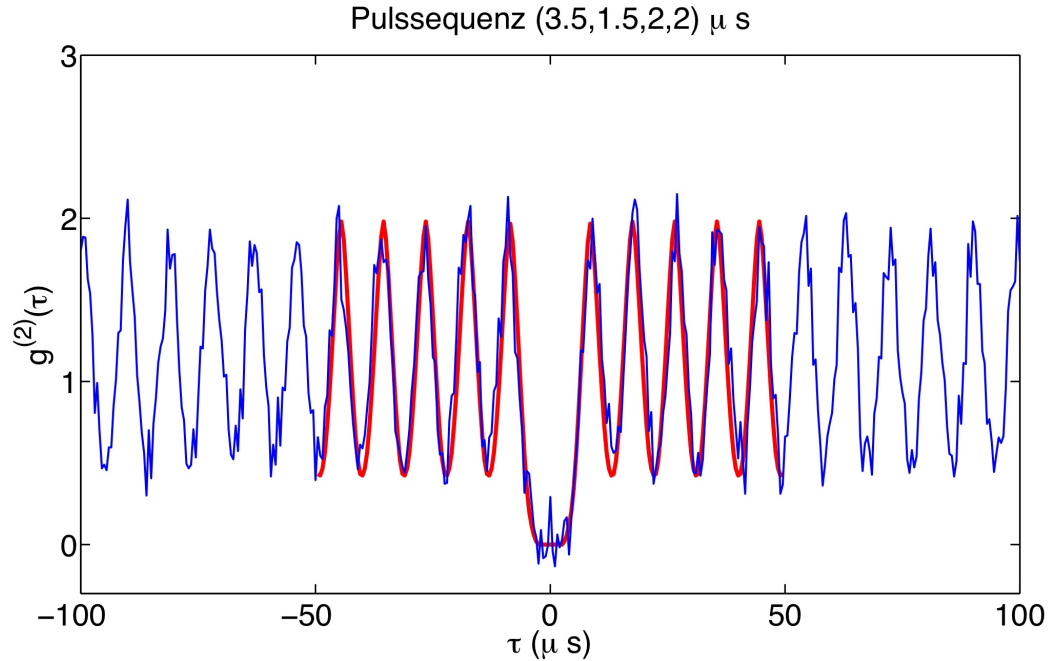
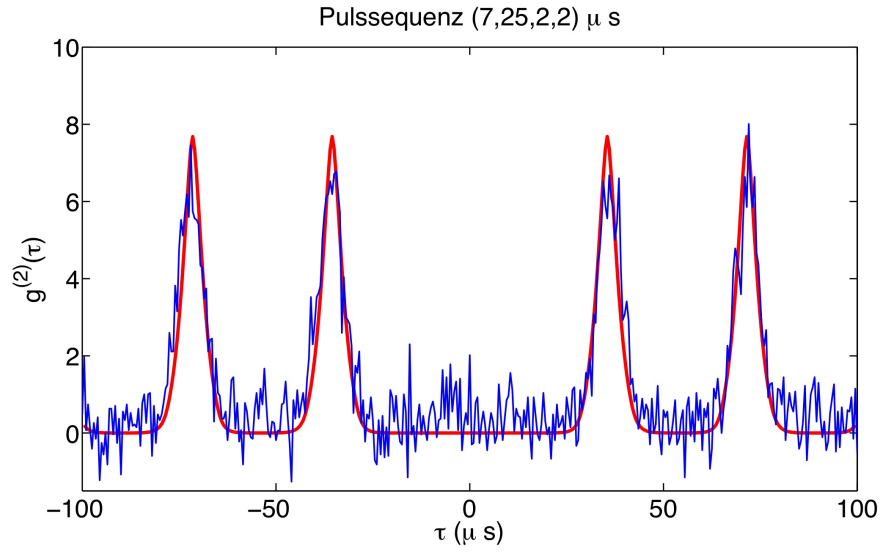
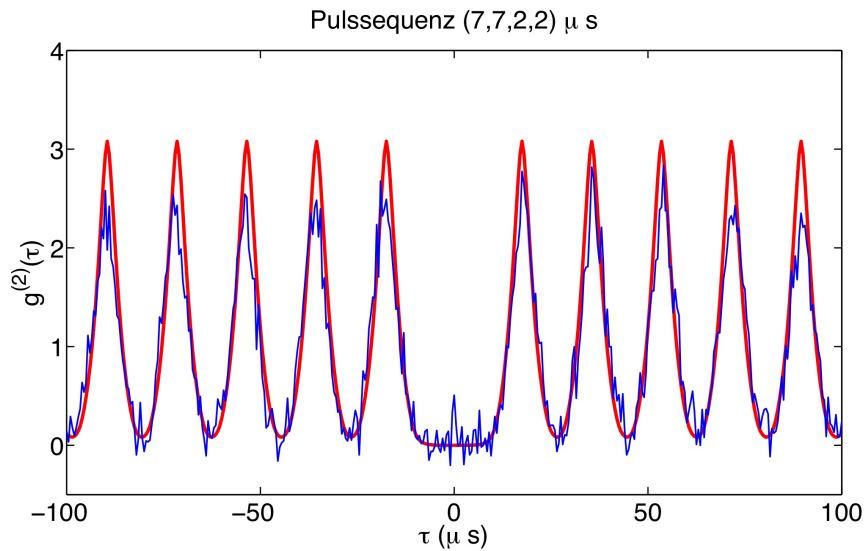


Abbildung 6.3: Normierte Intensitätskorrelationsfunktion $g^{(2)}(\tau)$ für die Pulssequenz $(t_{\text{pump}}, t_{\text{wait1}}, t_{\text{repump}}, t_{\text{wait2}}) = (3.5, 1.5, 2, 2) \mu\text{s}$. Auflösung: $0.5 \mu\text{s}$. Blau: Experimentelle Daten, in denen der Hintergrund abgezogen wurde. Rot: Simulation, deren Parameter aus unabhängigen Kalibrierungsmessungen stammen. Die Repetitionsrate dieser Sequenz ist 111 kHz , die Zählrate einzelner Photonen ist 1180 Hz . Dies ergibt eine Effizienz von 1.1% für den stimulierten Ramanprozess. Die Wartezeit $t_{\text{wait1}} = 1.5 \mu\text{s}$ ist so kurz, dass die einzelnen Photonen noch nicht vollständig den Resonator verlassen haben, bevor das Atom zurückgepumpt und der Ramanprozess erneut getrieben wird. Daher überlappen die Spitzen einzelner Photonen und können nicht mehr vollständig aufgelöst werden. Dies ist daran zu erkennen, dass die $g^{(2)}$ -Funktion zwischen den einzelnen Peaks nicht mehr auf Null herunter geht. Die Höhe der Spitzen ist wegen der Normierung durch ihren Abstand zueinander bestimmt.



(a) $(t_{\text{pump}}, t_{\text{wait1}}, t_{\text{repump}}, t_{\text{wait2}}) = (7, 25, 2, 2) \mu\text{s}$



(b) $(t_{\text{pump}}, t_{\text{wait1}}, t_{\text{repump}}, t_{\text{wait2}}) = (7, 7, 2, 2) \mu\text{s}$

Abbildung 6.4: Normierte Intensitätskorrelationsfunktion $g^{(2)}(\tau)$ für die beiden anderen Pulssequenzen. Auflösung: $0.5 \mu\text{s}$. Blau: Experimentelle Daten, in denen der Hintergrund abgezogen wurde. Rot: Simulation, deren Parameter aus unabhängigen Kalibrierungsmessungen stammen. Die Repetitionsrate in (a) ist 28 kHz , die Zählrate einzelner Photonen 340 Hz und die Effizienz 1.2% . Die Repetitionsrate in (b) ist mit 56 kHz doppelt so groß wie die in (a), die Zählrate einzelner Photonen 814 Hz und die Effizienz 1.5% . Die Wartezeit ist in beiden Sequenzen lang genug, dass die Einzelphotonenspitzen vollständig aufgelöst werden können. Die Höhe der Spitzen ist wegen der Normierung durch ihren Abstand zueinander bestimmt.

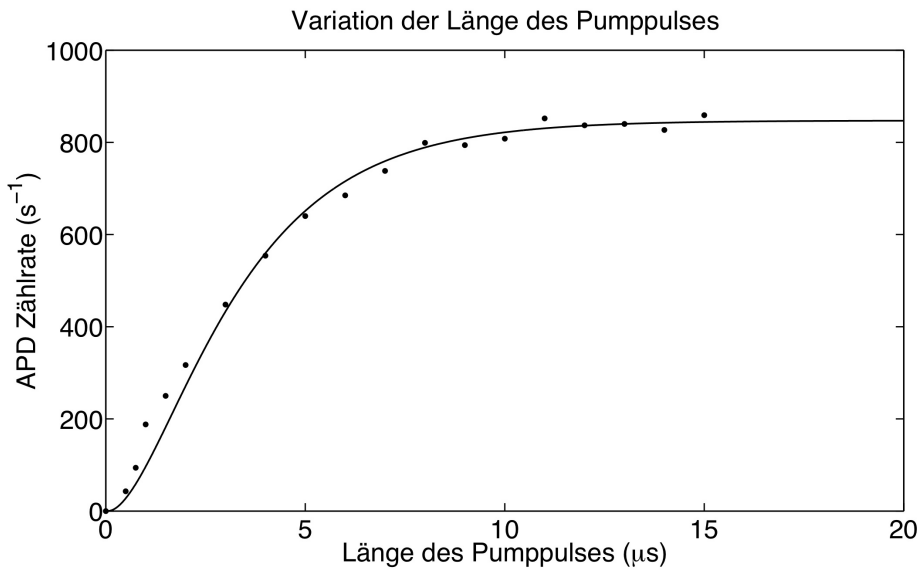


Abbildung 6.5: Zählrate der beiden APDs in Abhängigkeit der Länge des Pumpulses t_{pump} bei der restlichen Sequenz von $(t_{\text{wait1}}, t_{\text{repump}}, t_{\text{wait2}}) = 7,2,2 \mu\text{s}$. Punkte: Experiment. Linie: Simulation mit unabhängigen Parametern. Mit zunehmender Länge des Pumpulses steigt die Wahrscheinlichkeit für die Erzeugung eines Photons und damit auch die Zählrate der APDs, die ab einer Pumplänge von $t_{\text{pump}} \approx 15 \mu\text{s}$ gegen 820 Hz konvergiert.

6.2.2 Einfluß der Länge des Pumpulses

Bei einer Sequenz mit $(t_{\text{wait1}}, t_{\text{repump}}, t_{\text{wait2}}) = (7,2,2) \mu\text{s}$ wurde die Dauer des Pumpulses t_{pump} durchgeföhren. Dies erlaubt die Bestimmung der Zeitdauer, die man für den bestmöglichen Transfer der Population von $|S, 0\rangle$ nach $|D, 1\rangle$ benötigt. Die mittlere Zählrate beider APDs zusammen ist als Funktion der Pumplänge in Abb. 6.5 zu sehen. Die roten Punkte sind die gemessenen Zählraten, die blaue Kurve ist eine Simulation, welche die gesamte optische Effizienz $\eta_{\text{optisch}} = 5.5\%$ (siehe Abschnitt 4.4) berücksichtigt. Die Wahrscheinlichkeit für die Erzeugung eines Photons steigt mit zunehmender Länge des Pumpulses. Somit steigt auch die Zählrate der APS's. Ab einer Pumplänge von $t_{\text{pump}} \approx 15 \mu\text{s}$ konvergiert die Zählrate gegen 820 Hz.

6.2.3 Maximale Effizienz

Ab einer Pumplänge von $t_{\text{pump}} \geq 15 \mu\text{s}$ wird die maximale Wahrscheinlichkeit erreicht, während des Ramanprozesses ein Photon im Resonator zu erzeugen. Diese wird in den Simulationen für unsere experimentellen Parameter zu $\eta_C = 34\%$ berechnet. Multipliziert man die Erzeugungswahrscheinlichkeit mit der optischen Effizienz $\eta_{\text{optisch}} = 5.5\%$, erwartet man eine gesamte Effizienz von

$\eta_{total} = \eta_c \cdot \eta_{optisch} = 1.9\%$. Die im Experiment maximal erreichte Effizienz für eine Pulssequenz mit $(t_{\text{pump}}, t_{\text{wait1}}, t_{\text{repump}}, t_{\text{wait2}}) = (15, 7, 2, 2) \mu\text{s}$ ist $\eta_{exp} = (S_1 + S_2 - B_1 - B_2) \cdot (t_{\text{pump}} + t_{\text{wait1}} + t_{\text{repump}} + t_{\text{wait2}}) = 1.7\%$. Dieser Wert stimmt innerhalb von 10 % mit dem erwarteten überein.

In den Simulationen wurde festgestellt, dass die Effizienz der Photonenerzeugung im Resonator durch die Linienbreite des Pumplaser limitiert ist. Für einen 300 kHz breiten Pumplaser und eine nur 54 kHz breite Resonatormode ist der Ramanübergang ineffizient, da durch den vergleichsweise breiten Pumplaser P Zustände besetzt werden, zu denen die Kopplung des nur 54 kHz breiten Resonators zu schwach ist. Somit zerfallen diese Zustände spontan und emittieren ein Photon in das Vakuumfeld des Quasikontinuums anstatt in die Resonatormode. Würde die Laserlinienbreite hingegen auf die Breite des Resonators reduziert, könnte den Simulationen zufolge eine Effizienz von $\geq 60\%$ erreicht werden. Limitierend wäre dann die Kopplung $g = (2\pi) \cdot 1.3 \text{ MHz}$ im Vergleich zur spontanen Zerfallsrate $\gamma = (2\pi) \cdot 11 \text{ MHz}$.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war die kontrollierte Erzeugung einzelner Photonen mit einem Ion-Resonator-System. Die Photonen werden in einem Ramanprozess emittiert, der vom Vakuumfeld des Hohlraum-Resonators stimuliert wird. Eine Einzelphotonenquelle wird z.B. für die Quanten-Kryptographie [10, 11] und für rein optische Quantencomputer [12–14] benötigt.

„Sample and Hold“ Intensitätsstabilisierung: Ein Teil dieser Arbeit war der Aufbau einer „Sample & Hold“ Intensitätsstabilisierung für die verwendeten Laser im gepulsten Betrieb. Die Intensität des Lichtes wird durch akustooptische Modulatoren vor einer Faser reguliert. Nach der Faser wird ein Teil des Lichtes mit einer Photodiode gemessen, deren Signal zu einem Proportional-Integral-Regler geleitet wird. Dieser wird in in einem „Sample & Hold“ Modus betrieben. Während der „Sample“-Phase wird aktiv reguliert, während der „Hold“-Phase wird ein Wert festgehalten. Dies ermöglicht beim erneuten Einschalten des Lichtes unmittelbar die Intensität einzustellen, auf die während der letzten „Sample“ Phase reguliert wurde. Damit konnte das Intensitätsrauschen des Lichtes von 3 % auf 0.6 % reduziert werden, was für das Experiment von essentieller Bedeutung war.

Wesentlichen Einfluss auf die Güte der Intensitätsstabilisierung hat die Rauschcharakteristik des Photodiodenempfängers. Es wurde ein Photodiodenempfänger realisiert, der eine kleine Lichtintensität von einigen μW misst und dabei eine Bandbreite von ca. 1 MHz hat, um nicht der limitierende Bauteil der Intensitätsstabilisierung zu sein. Durch eine Messung der Rauschcharakteristik wurde nachgewiesen, dass der Photodiodenempfänger nahezu schrotrauschlimitiert ist.

Einzelphotonenquelle: Zur kontrollierten Erzeugung einzelner Photonen wurde der folgende experimentelle Aufbau verwendet: Ein einzelnes $^{40}\text{Ca}^+$ Ion wird in einer linearen Paulfalle gefangen und mit Laserlicht gekühlt. Um die Falle herum ist der konzentrische Hohlraum-Resonator hoher Finesse aufgebaut. Das Ion wird von der Seite mit einem Pumplaser angeregt, der einen Arm des Ramanprozesses treibt, während das Vakuumfeld des Resonators auf dem anderen Arm die Emission stimuliert. Das hierbei vom Ion in den Resonator emittierte Licht verläßt den Resonator durch den Auskoppelspiegel. Anschließend wird es in einem Hanbury Brown und Twiss Aufbau mit Avalanche Photodetektoren nachgewiesen und seine Photonenstatistik gemessen.

Im ersten Schritt wurden Computersimulationen durchgeführt, um den Einfluß der Pulsform des Anregungslasers auf die Effizienz der Photonenerzeugung zu untersu-

chen. Hierzu wurde eine Mastergleichung in Lindbladform für ein Acht-Niveausystem mit zwei orthogonalen Resonatormoden aufgestellt. Für eine Sequenz des Pump- und Rückpumpasers wurde die zeitliche Entwicklung der Zustände des Systems berechnet. Aus der Besetzung der Resonatormode mit Photonen wurde die erwartete Photonenzustandstatistik ermittelt. Es wurde festgestellt, dass die Verwendung von stetigen oder rechteckigen Pulsen keinen signifikanten Unterschied für die Intensitätskorrelationsfunktion $g^{(2)}$ macht.

Im zweiten Schritt wurde die deterministische Erzeugung einzelner Photonen demonstriert. Dabei bestimmt die Länge und der Abstand der Pulse des Pump- und Rückpumpasers die Effizienz des Prozesses und den Abstand zwischen den einzelnen Photonen. Die Photonen werden während des Pumpaserpulses mit einer maximalen Wahrscheinlichkeit von 34 % in den Resonator emittiert. Nach einer Wartezeit, in der das Photon den Resonator durch den Auskoppelspiegel verlassen kann, wird das Atom durch den Rückpumpaserpuls in den Ausgangszustand zurückversetzt. Durch wiederholtes Ausführen dieser Sequenz kann ein Strom einzelner Photonen erzeugt werden. Für Repetitionsraten ≤ 55 kHz können die einzelnen Photonen aufgelöst werden. Die Effizienz des gesamten Prozesses einschließlich Absorptionsverlusten beträgt maximal 1.7 %. Die Dauer des kontinuierlichen Stromes einzelner Photonen ist lediglich durch die Speicherzeit des Ions von einigen Tagen limitiert.

Die Effizienz der Photonenerzeugung ist momentan durch die Linienbreite des Pumpasers beschränkt. Durch ihre Verbesserung sollte es in Zukunft möglich sein, die Wahrscheinlichkeit der Erzeugung eines Photons im Resonator auf über 60 % zu steigern. Bei einer besseren Unterdrückung des Hintergrundlichtes durch einen besseren Interferenzfilter sollte das Hintergrundsignal der Einzelphotonenquelle auf die Dunkelzählereignisse der Detektoren reduziert werden können, die ca. 25 % des derzeitigen Hintergrundsignals ausmachen. Zusätzlich könnte eine Intensitätsstabilisierung des Referenzlasers die Längenstabilisierung des Resonators verbessern. Die Ununterscheidbarkeit der erzeugten Photonen, wie sie für einen rein optischen Quantencomputer benötigt werden [12], könnte in einem Hong-Ou-Mandel-Interferometer [67] nachgewiesen werden. Durch Kontrolle der Polarisation der emittierten Photonen könnte der Zustand des Ions mit dem Polarisationszustand des emittierten Photons verschränkt werden [25]. Ein Aufbau mit mehreren Systemen der gleichen Art bietet die Möglichkeit, eine Schnittstelle zwischen stationärem und fliegendem Qubit in einem Quantennetzwerk [9] zu realisieren. Hierzu könnte der Zustand des Ions an einem Punkt des Netzwerkes auf den Zustand eines Photons übertragen werden, welches an einer anderen Stelle des Netzwerkes diesen Zustand auf ein anderes Ion überträgt.

A Schaltplan Sample & Hold PI-Regler

Der in Abb. A.1 gezeigte Schaltkreis des Sample & Hold PI Regulators besteht im Wesentlichen aus zwei Teilen. Der erste Teil ist für das Schalten zwischen den beiden Modi zuständig und besteht vereinfacht aus einem Zeitgeber (U5), einem Schalterbaustein (U8, von ihm werden zwei Schalter benutzt) und einem Sample and Hold Folger (U1 zusammen mit C1). Der zweite Teil ist für die Regelung zuständig und besteht vereinfacht aus einem Instrumentierungsverstärker⁷ (U10) und dem PI Regler (U6A zusammen mit Cint und R27).

Ein Rechteck-Signal am Eingang P3 bestimmt, wann geregelt werden soll. An einem Zeitgeber U5 kann über den Widerstand R6 und den Kondensator C2 eine Zeitkonstante eingestellt werden, die bestimmt, mit welcher Verzögerung die Regelung beginnt. Dies ist wichtig, damit der Regler nicht ohne neues Signal anfängt zu regeln. Das Signal des Zeitgebers bestimmt den Zustand der beiden Schalter 1 und 8 des Schalterbausteins U8. Ist 1 aus und 8 an, so wird geregelt, da ein Teil des Fehlersignals zum PI Regler gelangt (s.u.). Ist 1 aus und 8 an, so wird gehalten, da nun allein das Signal des Sample and Hold Folgers zum PI Regler gelangt.

Das Signal der Photodiode und das Referenzsignal, auf welches geregelt werden soll, werden am Instrumentierungsverstärker U10 verglichen. Sein Ausgang liefert das volle Fehlersignal. Die Verstärkung wird über das Potentiometer R26 eingestellt. Es bestimmt, welcher Bruchteil vom Fehlersignal über den Schalter U8 an den Proportionalregler U6A weitergegeben wird. Dieser Operationsverstärker bildet mit Cint und R27 den PI Regler. Sein Ausgang ist einerseits das Regelsignal für den AOM, andererseits das Eingangssignal für den Sample and Hold Folger, der das Signal über den Kondensator C1 speichert.

Ohne den Integrator Cint wurde die Zeitkonstante des gesamten Regelsystems (mit Photodiode und AOM) gemessen, indem die Verstärkung soweit vergrößert wurde (auf R_{oszi}), dass das System angefangen hat zu oszillieren. Damit wurde die Zeitkonstante τ_{system} des Gesamtsystems bestimmt. Anschließend wurde der Integrator Cint gewählt, um die Zeitkonstante auf $\tau = RC \approx \tau_{system}/1.2$ einzustellen. Die Verstärkung wurde auf $R \approx R_{oszi}/2.2$ eingestellt. Die erzielte Regelbandbreite liegt bei ~ 200 kHz.

⁷Ein Instrumentierungsverstärker ist eine Operationsverstärkerschaltung, die sich neben geringer Eingangs- Offset Spannung durch eine hohe Gleichtakt unterdrückung („common mode rejection“) auszeichnet.

A Schaltplan Sample & Hold PI-Regler

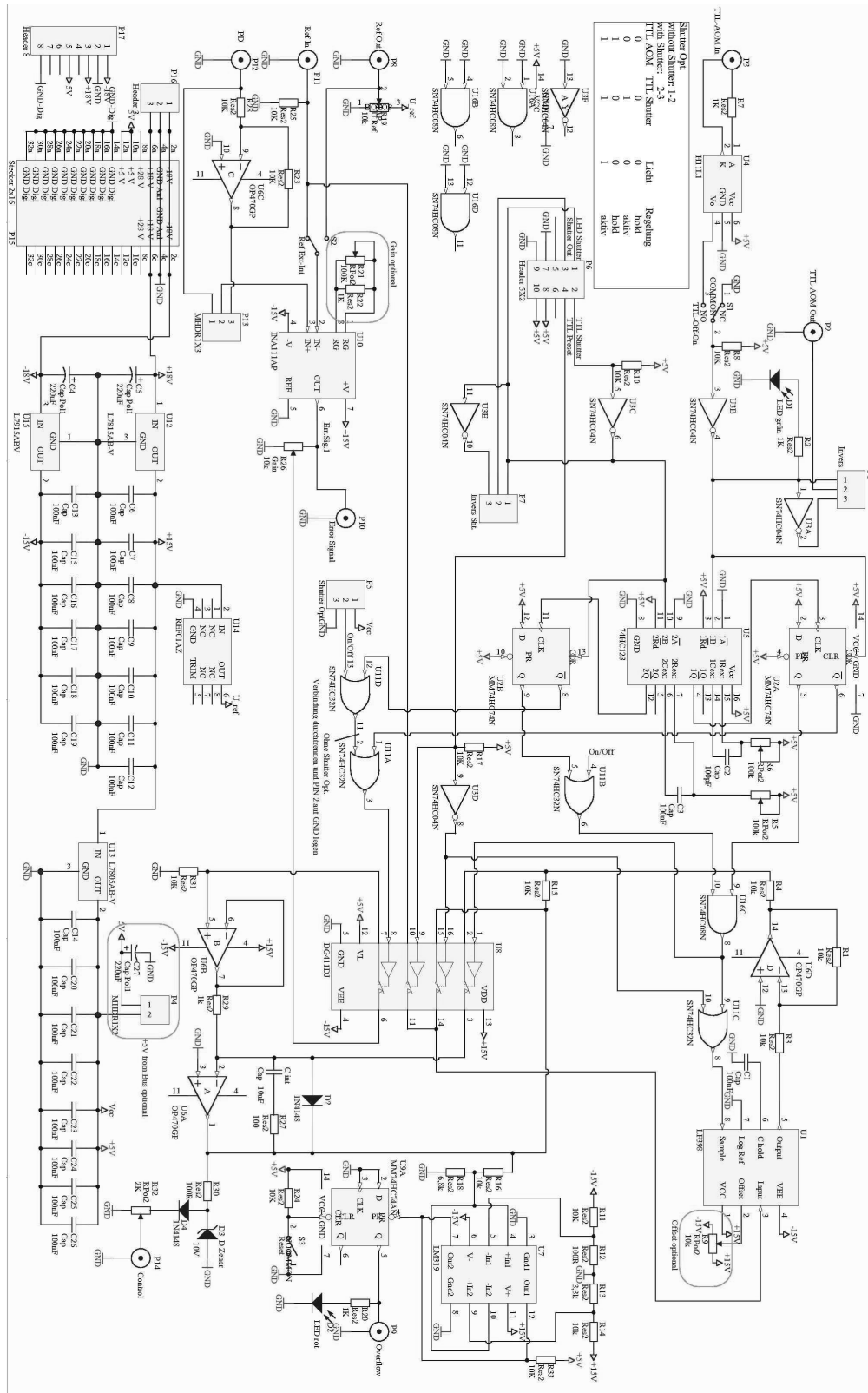


Abbildung A.1: Sample & Hold PI Regler nach Konstruktion von Gerhard Hendl.

B Exponentialreihe

Schreibt man die Elemente der Dichtematrix ρ in einen Vektor $\tilde{\rho}$, so ist seine Zeitentwicklung gegeben durch (siehe Gl. (3.2)):

$$\tilde{\rho}(t) = e^{\mathcal{M}t} \tilde{\rho}(0) \quad (\text{B.1})$$

Diagonalisiert man \mathcal{M} , so gilt für das Matrixelement M_{ij} mit der Diagonalmatrix \mathcal{S}_k und der Basiswechselmatrix \mathcal{V}_{ik} :

$$M_{ij} = \sum_k \mathcal{V}_{ik} \mathcal{S}_k (\mathcal{V}^{-1})_{kj} \quad (\text{B.2})$$

Die Exponentialfunktion $e^{\mathcal{M}t}$ kann dann folgendermaßen umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} (e^{\mathcal{M}t})_{ij} &= (e^{\mathcal{V}\mathcal{S}\mathcal{V}^{-1} \cdot t})_{ij} \\ &= (\mathcal{V}\mathcal{S}\mathcal{V}^{-1} \cdot t + \underbrace{\frac{(\mathcal{V}\mathcal{S}\mathcal{V}^{-1} \cdot t)^2}{2!}}_{=\mathcal{V}\mathcal{S}\mathcal{V}^{-1}\mathcal{V}\mathcal{S}\mathcal{V}^{-1} \cdot t^2} + \dots)_{ij} \\ &= (\mathcal{V}e^{\mathcal{S}t}\mathcal{V}^{-1})_{ij} \\ &= \sum_k \mathcal{V}_{ik} e^{\mathcal{S}_k t} (\mathcal{V}^{-1})_{kj} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Daraus folgt nun für die Zeitentwicklung der i -ten Komponente des Dichtematrixvektors:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_i(t) &= \sum_j (e^{\mathcal{M}t})_{ij} \tilde{\rho}_j(0) \\ &= \sum_j \sum_k \mathcal{V}_{ik} e^{\mathcal{S}_k t} (\mathcal{V}^{-1})_{kj} \tilde{\rho}_j(0) \\ &= \sum_k \mathcal{V}_{ik} \underbrace{\left(\sum_k (\mathcal{V}^{-1})_{kj} \tilde{\rho}_j(0) \right)}_{=:r_k} e^{\mathcal{S}_k t} \\ &= \sum_k \underbrace{\mathcal{V}_{ik} r_k}_{=:A_{ik}} e^{\mathcal{S}_k t} \\ &= \sum_k A_{ik} e^{\mathcal{S}_k t} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Dabei wurde von der zweiten zur dritten Zeile das Kommutieren diagonaler Matrizen ausgenutzt. Die Matrix A enthält dabei die Anfangsbedingungen $\tilde{\rho}(0)$ und die Basiswechsellmatrix \mathcal{V} , die Matrix \mathcal{S} ist die in ihre Eigenzustandsbasis transformierte Matrix \mathcal{M} .

Literaturverzeichnis

- [1] W. Paul, *Electromagnetic traps for charged and neutral particles*, Rev. Mod. Phys. **62**, 531 (1990).
- [2] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, and D. Wineland, *Quantum dynamics of single trapped ions*, Rev. Mod. Phys. **75**, 281 (2003).
- [3] N. Schlosser, G. Reymond, I. Protsenko, and P. Grangier, *Sub-poissonian loading of single atoms in a microscopic dipole trap*, Nature **411**, 1024 (2001).
- [4] H. J. Kimble, M. Dagenais, and L. Mandel, *Photon anti-bunching in resonance fluorescence*, Phys. Rev. Lett. **39**, 691 (1977).
- [5] H. J. Kimble, *Strong interactions of single atoms and photons in cavity QED*, Physica Scripta **T76**, 127 (1998).
- [6] G. Rempe, R. J. Thompson, and H. J. Kimble, *Cavity Quantum Electrodynamics with strong-coupling in the optical domain*, Physica Scripta **T51**, 67 (1994).
- [7] E. T. Jaynes and F. W. Cummings, *Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to beam maser*, Proc. IEEE **51**, 89 (1963).
- [8] D. P. DiVincenzo, *The Physical Implementation of Quantum Computation*, Fortschritte der Physik **48**, 9 (2000).
- [9] J. I. Cirac, P. Zoller, H. J. Kimble, and H. Mabuchi, *Quantum state transfer and entanglement distribution among distant nodes in a quantum network*, Phys. Rev. Lett. **78**, 3221 (1997).
- [10] C. H. Bennett and G. Brassard, Proc. IEEE pp. 175–179 (1984).
- [11] N. Gisin, G. G. Ribordy, W. Tittel, and H. Zbinden, *Quantum cryptography*, Rev. Mod. Phys. **74**, 145 (2002).
- [12] E. Knill, R. Laflamme, and G. J. Milburn, *A scheme for efficient quantum computation with linear optics*, Nature **409**, 46 (2001).
- [13] F. De Martini, V. Buzek, F. Sciarrino, and C. Sias, *Experimental realization of the quantum universal NOT gate*, Nature **419**, 815 (2002).
- [14] R. Prevedel, *et al.*, *High-speed linear optics quantum computing using active feed-forward*, Nature **445**, 65 (2007).

- [15] P. Michler and C. Becher, *Photonen auf Bestellung: Maßgeschneiderte Quantenpunkte dienen als Einzelphotonenquellen*, Physikalische Blätter **57(9)**, 55 (2001).
- [16] C. K. Hong and L. Mandel, *Experimental realization of a localized one-photon state*, Phys. Rev. Lett. **56**, 58 (1986).
- [17] J. Kim, O. Benson, H. Kan, and Y. Yamamoto, *A single-photon turnstile device*, Nature **397**, 500 (1999).
- [18] P. Michler, *et al.*, *A quantum dot single-photon turnstile device*, Science **290**, 2282 (2000).
- [19] J. D. Joannopoulos, P. R. Villeneuve, and S. H. Fan, *Photonic crystals: Putting a new twist on light*, Nature **386**, 143 (1997).
- [20] R. Brouri, A. Beveratos, J. P. Poizat, and P. Grangier, *Photon antibunching in the fluorescence of individual color centers in diamond*, Opt. Lett. **25**, 1294 (2000).
- [21] C. Kurtsiefer, S. Mayer, P. Zarda, and H. Weinfurter, *Stable solid-state source of single photons*, Phys. Rev. Lett. **85**, 290 (2000).
- [22] B. Lounis and W. E. Moerner, *Single photons on demand from a single molecule at room temperature*, Nature **407**, 491 (2000).
- [23] A. Kuhn, M. Hennrich, and G. Rempe, *Deterministic single-photon source for distributed quantum networking*, Phys. Rev. Lett. **89**, 067901 (2002).
- [24] J. McKeever, *et al.*, *Deterministic generation of single photons from one atom trapped in a cavity*, Science **303**, 1992 (2004).
- [25] B. B. Blinov, D. L. Moehring, L. M. Duan, and C. Monroe, *Observation of entanglement between a single trapped atom and a single photon*, Nature **428**, 153 (2004).
- [26] B. Darquie, *et al.*, *Controlled single-photon emission from a single trapped two-level atom*, Science **309**, 454 (2005).
- [27] M. Keller, *et al.*, *Continuous generation of single photons with controlled waveform in an ion-trap cavity system*, Nature **431**, 1075 (2004).
- [28] D. Meschede, H. Walther, and G. Muller, *One-atom maser*, Phys. Rev. Lett. **54**, 551 (1985).
- [29] M. Brune, *et al.*, *Realization of a 2-photon Maser Oscillator*, Phys. Rev. Lett. **59**, 1899 (1987).

- [30] S. Nussmann, *et al.*, *Submicron positioning of single atoms in a microcavity*, Phys. Rev. Lett. **95**, 173602 (2005).
- [31] S. Nussmann, *et al.*, *Vacuum-stimulated cooling of single atoms in three dimensions*, Nature Phys. **1**, 122 (2005).
- [32] C. Monroe, *et al.*, *Demonstration of a fundamental quantum logic gate*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4714 (1995).
- [33] F. Schmidt-Kaler, *et al.*, *Realization of the Cirac-Zoller controlled-NOT quantum gate*, Nature **422**, 408 (2003).
- [34] S. Gulde, *et al.*, *Implementation of the Deutsch-Jozsa algorithm on an ion-trap quantum computer*, Nature **421**, 48 (2003).
- [35] B. E. A. Saleh and M. Teich, *Fundamentals of Photonics*, Wiley (1991).
- [36] C. Cohen-Tannoudji, *Atom-Photon-Interactions*, Wiley (1992).
- [37] R. Loudon, *The Quantum Theory of Light*, Oxford Science Publications (1983).
- [38] G. Compagno, R. Passante, and F. Persico, *Atom-Field Interactions and Dressed Atoms*, Cambridge University Press (1995).
- [39] H. B. G. Casimir and D. Polder, *The influence of retardation on the London-Vanderwaals Forces*, Phys. Rev. **73**, 360 (1948).
- [40] E. M. Purcell, *Spontaneous emission probabilities at radio frequencies*, Phys. Rev. **69**, 681 (1946).
- [41] D. Kleppner, *Inhibited spontaneous emission*, Phys. Rev. Lett. **47**, 233 (1981).
- [42] A. Kreuter, *et al.*, *Spontaneous emission lifetime of a single trapped Ca^+ ion in a high finesse cavity*, Phys. Rev. Lett. **92**, 203002 (2004).
- [43] H. Oberst, *Resonance Fluorescence of single Barium ions*, Diplomarbeit, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (1999).
- [44] W. Greiner, *Quantentheorie: Spezielle Kapitel*, Verlag Harri Deutsch (1989).
- [45] C. Russo, *Tunable photon statistics with a $^{40}Ca^+$ -CQED system*, Dissertation, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (2007).
- [46] K. Bergmann, H. Theuer, and B. W. Shore, *Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules*, Rev. Mod. Phys. **70**, 1003 (1998).
- [47] C. Maurer, *Kontrolle der Einphotonenemission eines einzelnen Ca^+ -Ions*, Diplomarbeit, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (2004).

- [48] C. D. Fidio, S. Maniscalco, and W. Vogel, *Cavity QED with a trapped ion in a leaky cavity*, Phys. Rev. A **65**, 033825 (2002).
- [49] L. Mandel and E. Wolf, *Optical coherence and quantum optics*, Cambridge University Press (1995).
- [50] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*, Addison-Wesley (1994).
- [51] S. M. Tan, URL <http://www.qo.phy.auckland.ac.nz/qotoolbox.html> .
- [52] S. M. Tan, *A Quantum Optics Toolbox for Matlab 5*, The University of Auckland (2002).
- [53] URL <http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/> .
- [54] M. Riebe, *Preparation of Entangled States and Quantum Teleportation with Atomic Qubits*, Dissertation, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (2005).
- [55] S. T. Gulde, *Experimental Realization of Quantum Gates and the Deutsch-Jozsa Algorithm with trapped $^{40}\text{Ca}^+$ Ions*, Dissertation, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (2003).
- [56] C. F. Roos, *Controlling the quantum state of trapped ions*, Dissertation, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (2000).
- [57] T. Monz, *A Frequency Offset Lock for Cavity-Driven Raman Transitions*, Diplomarbeit, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (2005).
- [58] E. D. Black, *An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization*, American Journal Of Physics **69**, 79 (2001).
- [59] A. Mundt, *Cavity QED with Single Trapped Ca^+ -Ions*, Dissertation, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (2003).
- [60] P. Schindler, *Frequency synthesis and pulse shaping for quantum information processing with trapped ions*, Diplomarbeit, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (2007).
- [61] C. Kurtsiefer, P. Zarda, S. Mayer, and H. Weinfurter, *The breakdown flash of silicon avalanche photodiodes-back door for eavesdropper attacks?*, J. Mod. Opt. **48**, 2039 (2001).
- [62] P. C. Hobbs, *Building Electro-Optical Systems: Making it All Work*, John Wiley & Sons, Inc. (2000).
- [63] U. Tietze and C. Schenk, *Halbleiter Schaltungstechnik*, Springer (1999).

- [64] P. Horowitz and W. Hill, *The Art of Electronics*, Cambridge University Press (1989).
- [65] D. Rotter, *Photoionisation von Kalzium*, Diplomarbeit, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (2003).
- [66] H.-C. Nägerl, *Ion Strings for Quantum Computation*, Dissertation, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck (1998).
- [67] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, *Measurement of subpicosecond time intervals between 2 photons by interference*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2044 (1987).

Danksagung

Diese Arbeit konnte nur durch das Zusammenwirken und die Geduld vieler entstehen. Ihnen möchte ich an dieser Stelle danken.

Allen voran gebührt der Dank Rainer Blatt, der es mir ermöglichte, in dieser motivierenden Gruppe an einem faszinierenden Projekt zu arbeiten. Bei Piet möchte ich mich für seine Geduld mit meinen theoretischen wie praktischen Elektronikkenntnissen, die humorvolle Betreuung und das Korrekturlesen dieser Arbeit bedanken. Hanspeter Helm danke ich für die Begeisterung für die Quantenoptik und die externe Betreuung dieser Arbeit aus Freiburg.

Ein riesengroßes „Obrigado“ geht an Carlos. Ohne den Konstrukteur und Erbauer dieses wundervollen Experimentes wäre nicht nur diese Arbeit unmöglich gewesen, sondern ich hätte wohl auch nicht den Weg nach Innsbruck gefunden. Danke für deine riesengroße Geduld und deinen unerschütterlichen Optimismus.

Allen Cavity-QED'lern möchte ich für dieses erkenntnisreiche Jahr, die vielen anregenden Diskussionen und spannenden Tage im Labor danken. Ich hätte nicht gedacht, dass eine Einzelphotonenquelle so viel mit einem Laser gemein hätte... Durch Eoin weiß ich, auf welcher Silbe das Wort „laboratory“ betont wird. Dank Helenas Gespür für sich der Falle näherndes Calcium brauchten wir nie lange auf ein Ion zu warten. François gab den Anstoß für die Simulation der Einzelphotonenquelle. Er beantwortete mir in zahlreichen Diskussionen tausend und eine Frage zur Theorie.

Der ganzen Gruppe danke ich für die Rat- und Tatschläge im Labor. Phillipp für Hilfe mit den Pulssequenzen, Mark, Mike, Thomi, Max, Kihwan, Jan und Gerhard für Hilfe mit den Lasern und Diskussionen über Elektronik. Gerhard weihte mich in die Geheimnisse des Sample and Hold PI's ein, Arthur half mir beim Löten winziger Bauteile für die Photodiode. Hartmut, Wolfgang und Christian sorgten immer wieder für Diskussionen über die wundervolle Welt der Quantenmechanik. Flo sei für seine gute Laune, die Geduld mit meinen Linuxkenntnissen, das Korrekturlesen und natürlich das Posaunieren gedankt, Holger für seine Elektroniktips und der Kochgruppe für die Aufrechterhaltung des leiblichen Wohles.

Was ich meiner Freundin Mira verdanke, vermag ich hier nicht in Worte zu fassen. Meiner Familie danke ich für die Unterstützung und das Vertrauen in meinen Weg. Der Studienstiftung für die Unterstützung und vor allem für die unvergesslichen Begegnungen. Und nicht zuletzt den Bergen für ihre wunderbaren Aussichten und ihre fantastische Ruhe.