

Diplomarbeit

Freuenzstabilisierung eines Diodenlasers bei 650 nm zur Spektroskopie an einzelnen Barium-Ionen

zur Erlangung des akademischen Grades eines Magisters der
Naturwissenschaften

vorgelegt von

Helmut Langfischer

Institut für Experimentalphysik an der Naturwissenschaftlichen
Fakultät der Leopold-Franzens-Universität Innsbruck

Innsbruck, April 1998

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Laser	5
2.1	Prinzip des Lasers	5
2.1.1	Laserverstärker	5
2.1.2	Laseroszillator	9
2.2	Halbleiter-Laser	13
2.2.1	Halbleiter als Lasermedium	14
2.2.2	Laserdioden	19
3	Stabilisierung von Laserdioden	27
3.1	Optische Stabilisierung	27
3.1.1	Optische Rückkopplung	27
3.1.2	Littman-Aufbau	31
3.2	Elektronische Stabilisierung	33
3.2.1	Regeltechnik	33
3.2.2	FM-Spektroskopie	34
3.2.3	Pound-Drever-Hall-Regelung	39
4	Stabilität eines Oszillators	45
4.1	Frequenzfluktuationen	46
4.2	Beschreibung im Frequenzbereich	46
4.3	Modell des Rauschens	48
4.4	Beschreibung im Zeitbereich, Allan-Varianz	49
4.5	Spektrale Leistungsdichte	54
5	Experimenteller Aufbau	57
5.1	Littman-Gitterstabilisierung	57
5.1.1	Betrieb der Laserdiode	57
5.1.2	Der erweiterte Resonator	58

5.2	Pound-Drever-Hall-Stabilisierung	59
5.2.1	Referenzresonator	60
5.2.2	Optischer Aufbau	61
5.2.3	Elektronischer Aufbau	62
5.3	Einstellen der Laserfrequenz	65
5.3.1	Wellenlängenmessung	66
5.3.2	Optogalvanische Spektroskopie	67
5.4	Paul-Falle und Meßaufbau	68
5.4.1	Paul-Falle für einzelne Barium-Ionen	68
5.4.2	Gesamter Meßaufbau	70
6	Stabilität des Diodenlasers	73
6.1	Messung von Frequenzfluktuationen	73
6.2	Auswertung der Daten	76
6.2.1	Frequenzrauschspektrum	76
6.2.2	Allan-Varianz	77
7	Spektroskopie an einzelnen Ba⁺-Ionen	81
7.1	Grundlagen	81
7.1.1	Das Ba ⁺ -Ion	81
7.1.2	Dunkelresonanzen	84
7.1.3	Quantensprünge	85
7.2	Experimentelle Ergebnisse	87
7.2.1	Dunkelresonanz	87
7.2.2	Quantensprünge	89
8	Zusammenfassung und Ausblick	91
A	Fabry-Perot-Resonator	93
B	MATLAB-Programm: Allan-Varianz	97
	Geräteliste	100
	Literaturverzeichnis	101
	Dank	105
	Lebenslauf	107

Kapitel 1

Einleitung

Ein Werkzeug, mit dem Materie untersucht werden kann, ist das Licht. Durch das Studium der Wechselwirkung von Licht mit Materie gewinnt man physikalische Erkenntnisse über das Verhalten der untersuchten Objekte. Erste Experimente in diesem Bereich machte Fraunhofer im Jahre 1814 [1]. Er entdeckte dunkle Absorptionslinien im Sonnenlicht, als er dieses in seine Spektralfarben zerlegte. Dies ist eine jener Meßmethoden, die unter dem Begriff Spektroskopie zusammengefaßt werden. In modernen spektroskopischen Experimenten werden Festkörper, Gase oder einzelne Atome mit Licht einer bekannten Wellenlänge – also Farbe – bestrahlt. Das von den Atomen gestreute Licht wird beobachtet. Neben der Messung der Intensität dieses Lichts gibt es Verfahren mit denen man seine spektrale Verteilung untersucht oder die Lichtquanten (Photonen) zählt.

Die Wechselwirkung eines Atoms mit Licht kann man mit Hilfe des folgenden Modells verstehen:

Die Elektronen in der Hülle eines Atoms können verschiedene Energiezustände annehmen. Beim Übergang von einem energetisch höher liegenden Zustand in einen Zustand niedrigerer Energie emittiert das Atom ein Photon, das die Energie trägt, die dem Energieunterschied der beiden Zustände entspricht. Durch die Energie des Photons wird seine Frequenz und daher seine Wellenlänge und Farbe bestimmt. Andererseits kann das Atom ein Photon mit der passenden Energie absorbieren und dadurch in einen höheren Energiezustand angeregt werden. Die Energie des Photons muß dabei mit der Energiedifferenz der beiden Zustände fast genau übereinstimmen, es muß in Resonanz mit dem atomaren Übergang sein. „Fast genau“ bedeutet, daß vom Atom auch Photonen absorbiert werden, deren Frequenz ein wenig von der Resonanzfrequenz des atomaren Übergangs abweicht. Die Resonanzlinie hat daher eine bestimmte Frequenzbreite. Will man eine Resonanzlinie mit einer Lichtquelle „abtasten“, also Anregungsspektroskopie betreiben, so sollte

diese Quelle in einem möglichst schmalen Frequenzbereich Licht emittieren, so daß die Struktur der Resonanzlinie spektral aufgelöst werden kann. Weiters muß die Frequenz der Lichtquelle im Bereich der Resonanz kontrolliert verstimmbar sein. Diese beiden Bedingungen erfüllt ein frequenzstabilisierter Diodenlaser, wie er in der vorliegenden Arbeit beschrieben wird.

Die Entwicklung des Lasers begann mit der Erfindung des Masers durch Ramsey, Schawlow und Townes schlugen 1958 vor, das Maserprinzip vom Bereich der Mikrowellen in den optischen Bereich zu erweitern. Maiman realisierte 1960 den ersten Laser (den Rubinlaser), der Licht auf einer festen Wellenlänge von 694 nm emittierte. Bereits 1966 wurden die ersten durchstimmbaren Farbstofflaser gebaut. Damit stand eine geeignete Lichtquelle für die Spektroskopie zur Verfügung. Aufgrund des sehr breiten Verstärkungsprofils der verwendeten flüssigen Farbstoffe ist es in Kombination mit der Technik der optischen Frequenzverdopplung möglich, Laserlicht im gesamten sichtbaren Bereich des elektromagnetischen Spektrums zu erzeugen. Ein anderer durchstimmbarer Laser, der heute breite Anwendung findet, ist der Titan-Saphir-Laser. Er ist durch die Verwendung eines Festkörpers anstatt einer Flüssigkeit als Lasermaterial mit deutlich weniger Wartungsaufwand zu betreiben.

Diese beiden Lasersysteme haben allerdings den Nachteil, daß sie externe Pumpelaser mit einer Ausgangsleistung im Bereich einiger Watt bei einer elektrischen Leistung von 100 kW (!) benötigen. Als Alternative dazu wurden in den letzten Jahren Halbleiter-Laserdioden [2] entwickelt, die direkt mit elektrischem Strom gepumpt werden. Solche Systeme haben einen geringen Stromverbrauch, da sie eine Gesamteffizienz von bis zu 70% erreichen. Ein Nachteil der Laserdioden ist jedoch ihre Linienbreite von einigen 100 MHz. Deshalb ist es für viele spektroskopische Anwendungen notwendig, mit einer Reihe von Maßnahmen die Linienbreite auf weniger als 100 kHz einzuschränken.

Weitere störende Effekte, die bei einem spektroskopischen Experiment die Auflösung feiner spektraler Strukturen begrenzen, werden durch die Bewegung der Atome und deren Wechselwirkung miteinander verursacht. Führt man Messungen an einer einfachen Gaszelle durch, so treten ständig Stöße zwischen den Atomen auf. Durch die Coulombwechselwirkung und die Dipolwechselwirkung der sich begegnenden Teilchen werden die Energieniveaus der Atome kurzzeitig verschoben. Die Folge ist, daß die Resonanzlinien verbreitert erscheinen. Weiters bewegen sich die Atome in der Zelle aufgrund der thermischen Geschwindigkeitsverteilung in einem Gas mit Geschwindigkeiten in der Größenordnung der Schallgeschwindigkeit, wodurch der Dopplereffekt die Linien verbreitert und schmale Strukturen im Spektrum verwischt werden [3]. Deshalb ist es wünschenswert, mit Atomen zu experimentieren, deren Geschwindigkeitsverteilung möglichst schmal ist.

Ein Ziel spektroskopischer Experimente ist die Untersuchung der quantenmechanischen Eigenschaften des Fluoreszenzlichts der Atome. Dabei werden Photonen mit empfindlichen Photodetektoren gezählt und der zeitliche Abstand der Zählereignisse statistisch ausgewertet. Führt man solche Messungen an vielen Atomen gleichzeitig durch, bleiben quantenmechanische Merkmale in der Photonenstatistik durch Mittelungsprozesse verborgen. Daher wäre es sehr nützlich, Experimente mit wenigen oder sogar einzelnen Atomen durchführen zu können.

Die eben erwähnten störenden Effekte können folglich durch die Präparation eines einzelnen ruhenden Atoms ausgeschaltet werden. Dies leistet das zweite Hauptelement des hochauflösenden spektroskopischen Experiments, das in dieser Arbeit beschrieben wird – eine Falle für Ionen. Wolfgang Paul entwickelte um 1958 eine Fallenapparatur, die als Massenfilter diente, und in der geladene Teilchen gespeichert wurden. Die Ionen werden dabei von einem elektrischen Wechselfeld in der Schwebe gehalten und sind im zeitlichen Mittel einem harmonischen Potential unterworfen, in dem sie oszillieren können. Behandelt man die Bewegung des Ions mit den Methoden der Quantenmechanik, so stellt man fest, daß das Teilchen nur ganz bestimmte diskrete Energiezustände annehmen kann. Die Energieniveaus eines quantenmechanischen harmonischen Oszillators haben zueinander den gleichen energetischen Abstand und es gibt einen untersten energetischen Zustand, den Grundzustand des harmonischen Oszillators [4]. Durch optische Methoden kann das Ion dann bis in den Grundzustand des Oszillators gekühlt werden. Damit kann die Präzision der Spektroskopieexperimente um Größenordnungen gesteigert werden. Ziel des Experiments mit gespeicherten Barium-Ionen ist die Untersuchung der nichtklassischen Eigenschaften des Fluoreszenzlichts der Ionen.

Parallel zur technologischen Entwicklung wurden die theoretischen Modelle zur Beschreibung der Wechselwirkung von Atomen mit elektromagnetischer Strahlung immer weiter verbessert. Max Planck führte bei der Aufstellung des Strahlungsgesetzes erstmals den Quantenbegriff ein. Dann erklärte Niels Bohr im Rahmen des einfachen Modells der Elektronenbahnen die beobachteten Linienspektren von angeregten Gasen. Durch Schrödinger, Heisenberg, Dirac und andere wurde die Quantenmechanik als geschlossene Theorie etabliert. Sie gibt nur die Wahrscheinlichkeit an mit der man in einem Experiment ein bestimmtes Meßergebnis erhält. Nicht zuletzt deshalb wird über die Interpretation der Quantentheorie bis heute offen diskutiert.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist der Aufbau eines frequenzstabilisierten Diodenlasers bei 650 nm und sein Einsatz im Experiment mit einzelnen, in einer Paul-Falle gespeicherten Barium-Ionen.

In *Kapitel 2* dieser Arbeit wird die prinzipielle Funktionsweise eines Lasers

beschrieben. Ausgehend vom Prozeß der stimulierten Emission von Licht wird der kohärente Lichtverstärker (Laserverstärker) anhand eines Vier-Niveau-Systems erläutert. Nach einem kurzen Einblick in die Halbleiterphysik wird eine Laserdiode beschrieben.

Kapitel 3 behandelt die optische und elektronische Frequenzstabilisierung von Laserdioden für spektroskopische Anwendungen und ist die Grundlage für das Verständnis des experimentellen Aufbaus, der in Kapitel 5 beschrieben wird.

Das theoretisch gehaltene *Kapitel 4* beschäftigt sich mit der Beschreibung der Stabilität eines Oszillators mit Hilfe von phänomenologischen Modellen und statistischen Größen. Auf die oft verwendete Allan-Varianz wird hier genauer eingegangen.

Kapitel 5 ist eng mit Kapitel 3 verknüpft und stellt die konkrete, im Experiment verwendete Anordnung des Diodenlasersystems vor. Weiters werden die anderen Komponenten des Gesamtexperiments beschrieben.

Kapitel 6 ist der Untersuchung der Frequenzstabilität des verwendeten Diodenlasersystems gewidmet. Die Methoden aus Kapitel 4 werden hier verwendet.

In *Kapitel 7* wird die Spektroskopie an einzelnen Barium-Ionen behandelt. Eine kurze Einführung in die Grundlagen der theoretischen Konzepte ermöglicht es, die im zweiten Teil dieses Kapitels präsentierten Meßergebnisse zu interpretieren.

Kapitel 2

Laser

Im Jahr 1917 führte A. Einstein in seiner theoretischen Arbeit über die Absorption und Emission von Licht durch Atome die *stimulierte Emission* ein [5]. Dieser Prozeß ist die Grundlage für die Funktionsweise eines kohärenten optischen Verstärkers. Im Jahre 1958 machten A. L. Schawlow und C. H. Townes [6] den Vorschlag, das schon bekannte Maserprinzip in den infraroten und optischen Bereich fortzusetzen. 1960 wurde der erste Laser, ein Rubinlaser, von T.H. Maiman gebaut [7]. Im Jahre 1962 wurde erstmals kohärente Lichtemission aus Halbleitermedien beobachtet [9, 10, 30].

2.1 Prinzip des Lasers

Ein Laser ist ein optischer Oszillator. Er besteht aus einem *sättigbaren kohärenten optischen Verstärker*, einem *Rückkopplungssystem*, einer Einrichtung zur *Frequenzselektion* und einer *Auskoppelvorrichtung*. Im Folgenden werden diese Komponenten beschrieben und die Funktionsweise eines Lasers erklärt.

2.1.1 Laserverstärker

Licht kann als elektromagnetische Welle beschrieben werden. Das zeitabhängige elektrische Feld wird im Falle einer monochromatischen Lichtwelle durch

$$E(t) = E_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (2.1)$$

beschrieben. Hier ist E_0 die Amplitude und ω die Frequenz der Schwingung. Der Term $(\omega t + \varphi)$ wird als Phase bezeichnet. φ ist die Phase zur Zeit $t = 0$. Die Lichtintensität I ist proportional zu $|E_0|^2$.

Ein kohärenter Lichtverstärker vergrößert die Amplitude erhält aber die Phase des Eingangssignals. Im Gegensatz dazu erhöht ein inkohärenter Verstärker zwar die Lichtintensität, zerstört aber die Phaseninformation des Eingangssignals.

Die Beschreibung der möglichen Wechselwirkungsprozesse von Licht und Materie ist grundlegend für das Verständnis eines Laserverstärkers.

Absorption und Emission von Licht

Materie besteht aus Atomen. Die Elektronenhülle eines Atoms kann mit Licht in Wechselwirkung treten. Das Atom wird im Folgenden stark vereinfacht durch zwei Energieniveaus mit den Energien E_1 und E_2 beschrieben (Abbildung 2.1). Das Licht mit der Frequenz ν besteht aus Photonen (Lichtquanten) mit der Energie $h\nu$. Es gibt nun drei Wechselwirkungsprozesse:

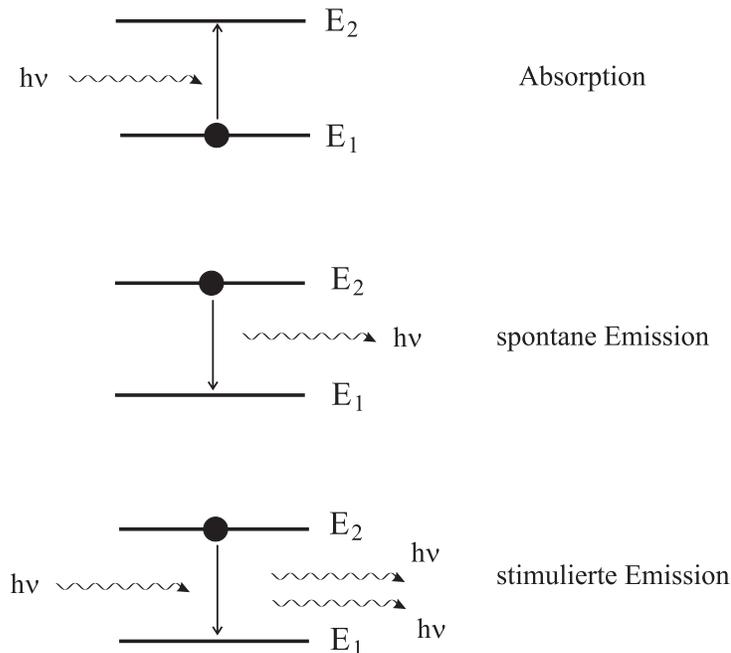


Abbildung 2.1: Wechselwirkung von Licht mit einem Zwei-Niveau-System

- *Absorption eines Photons:* Das Atom befindet sich im unteren Energieniveau E_1 . Es absorbiert ein Photon mit der Energie $h\nu = E_2 - E_1$. Dadurch wird das Atom in das obere Energieniveau E_2 angeregt.

- *Spontane Emission eines Photons*: Nach einer Lebensdauer von τ_2 zerfällt das angeregte Atom in das untere Energieniveau und emittiert dabei spontan ein Photon mit der Energie $h\nu = E_2 - E_1$.
- *Stimulierte Emission eines Photons*: Ein Photon mit der Energie $h\nu = E_2 - E_1$ passiert ein angeregtes Atom und veranlaßt dieses zur Emission eines weiteren Photons gleicher Energie, Phase, Richtung und Polarisierung wie das eingestrahelte Photon. Dabei geht das Atom in den unteren Energiezustand über.

Wenn sich Materie in einem thermodynamischen Gleichgewichtszustand befindet sind die energetisch niedrigeren Niveaus der Atome stärker besetzt als die höheren Energieniveaus. Licht wird in so einem Medium *abgeschwächt*, da die Absorption die stimulierte Emission überwiegt. Die spontane Emission trägt *nicht* zu einer kohärenten Verstärkung des Lichts bei, da die Photonen dabei in zufällige Richtungen und mit zufälligen Phasen emittiert werden. Für kohärente Lichtverstärkung braucht man stimulierte Emission und daher ein Medium, in dem die angeregten Zustände stärker besetzt sind als die Grundzustände. Diese Situation, die nicht mehr einem thermodynamischen Gleichgewichtszustand entspricht, nennt man *Besetzungsinversion*. Ein Photon mit der Energie $h\nu = E_2 - E_1$ stimuliert ein angeregtes Atom im Medium zur Emission eines weiteren Photons, welches wiederum ein Photon auslösen kann. Es kommt zu einer *Verstärkung* des Lichts durch *stimulierte Emission*. Das erklärt auch den Ursprung des Wortes LASER, denn es ist die Abkürzung für „Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation“, „also Lichtverstärkung durch stimulierte Emission von Strahlung“.

Realisierung eines Verstärkers

Bei der Realisierung eines optischen Verstärkers muß Besetzungsinversion im Lasermedium erzeugt werden. Dies läßt sich zum Beispiel anhand eines *atomaren Vier-Niveau-Systems* beschreiben [2]. Die optisch aktiven Atome sind dabei in einen Festkörper eingebettet oder liegen als Gas beziehungsweise in einer Flüssigkeit vor.

Abbildung 2.2 zeigt ein Vier-Niveau-System mit den Zuständen (0), (1), (2) und (3). τ_3 , τ_2 und τ_1 sind die Lebensdauern der drei angeregten Niveaus bezüglich ihrer Zerfälle in die jeweils darunter liegenden Niveaus. Andere Zerfälle werden vernachlässigt. W (s^{-1}) beschreibt die Übergangsrate, die durch die Anwesenheit von Photonen mit der Energie $h\nu = E_2 - E_1$ auf dem Übergang (1) \rightleftharpoons (2) induziert wird. Dies sind die Photonen des zu verstärkenden Lichts. Genauer gesagt ist W die Wahrscheinlichkeitsdichte

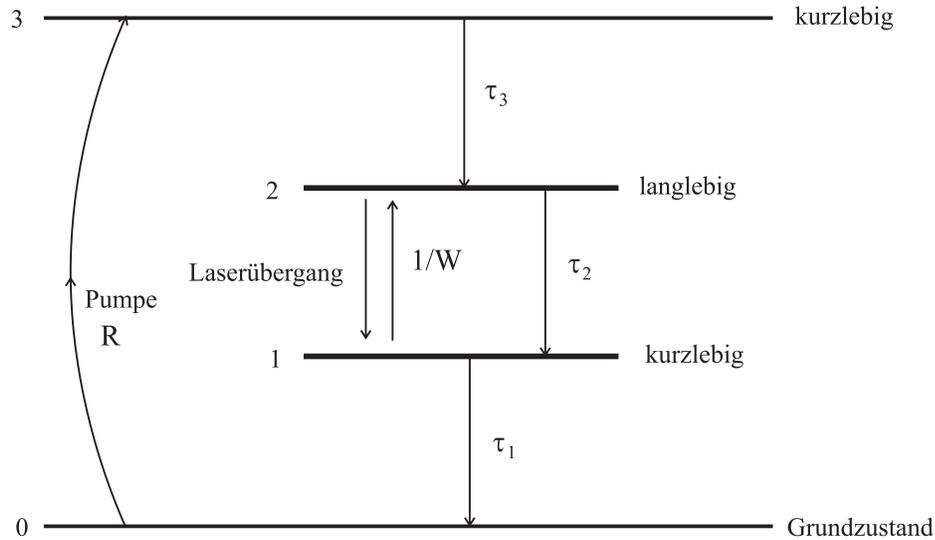


Abbildung 2.2: Energieniveaus und Lebensdauern für ein Vier-Niveau-System

(s^{-1}), daß ein Atom im Grundzustand ein Photon absorbiert, oder von einem Photon zur stimulierten Emission eines zusätzlichen Photons veranlaßt wird. Das Ziel ist nun, auf dem Übergang $(1) \rightleftharpoons (2)$ Besetzungsinversion zu erzeugen. Dazu werden die Atome vom Grundzustand (0) in den kurzlebigen Zustand (3) angeregt, was durch den sogenannten Pumpprozess mit der Rate R (pro Volumseinheit pro Sekunde) geschieht. Von (3) zerfallen die Atome schnell (mit der Rate $1/\tau_3$ (s^{-1})) in das obere Laserniveau (2), wo sich wegen der langen Lebensdauer τ_2 die Besetzungsdichte N_2 (Anzahl der Atome im Zustand (2) pro Volumseinheit) „ansammelt“. Der Zustand (1) ist kurzlebig, wodurch dieses Niveau schnell seiner Besetzung N_1 entledigt wird. Dadurch ist das Niveau (2) stärker besetzt als (1) – es liegt Besetzungsinversion vor. Sie wird durch die Besetzungsdifferenz $N = N_2 - N_1$ (bei Inversion $N > 0$) charakterisiert. *Näherungsweise* kann in Abwesenheit der zu verstärkenden Strahlung ($W \approx 0$) der Zusammenhang zwischen Pumprate und Inversion durch

$$N_0 = R\tau_2 \quad (2.2)$$

beschrieben werden. N_0 bezeichnet die Besetzungsinversion bei $W \approx 0$. Ist Licht mit der Frequenz $\nu = (E_2 - E_1)/h$ vorhanden (also $W > 0$), wird es durch stimulierte Emission *verstärkt* und dadurch die Besetzungsinversion *vermindert* – es kommt zur Sättigung der Inversion. Für die Besetzungsinversion N in Anwesenheit von Strahlung gilt

$$N = \frac{R\tau_2}{1 + \tau_2 W}. \quad (2.3)$$

In die bisherigen Betrachtungen wurden die spektralen Eigenschaften des atomaren Übergangs nicht miteinbezogen. Jeder atomare Übergang hat jedoch eine endliche spektrale Breite in der Umgebung der Zentralfrequenz $\nu_0 = (E_2 - E_1)/h$, die durch die entsprechende Linienform gegeben ist. Das Lasermedium verstärkt daher Licht mit der Frequenz $\nu \approx \nu_0$ im Bereich der Bandbreite des Verstärkers. Die Kleinsignal-Verstärkung (für $W \approx 0$) als Funktion der Frequenz ist

$$\gamma_0(\nu) = R\tau_2\sigma(\nu) = N_0\sigma(\nu). \quad (2.4)$$

Hier beschreibt $\sigma(\nu)$ die frequenzabhängige Stärke (den Wirkungsquerschnitt) des Übergangs $(1) \rightleftharpoons (2)$, also seine Linienform. Mit $\sigma(\nu)$ kann man auch die Frequenzabhängigkeit der Übergangsrate nämlich $W(\nu) = \phi\sigma(\nu)$ in die Berechnungen miteinbeziehen. ϕ ($\text{s}^{-1}\text{m}^{-2}$) bezeichnet die Photonenflußdichte. Für die Verstärkung in Anwesenheit von Strahlung folgt somit

$$\gamma(\nu) = \frac{N_0\sigma(\nu)}{1 + \phi\tau_2\sigma(\nu)}. \quad (2.5)$$

Wenn man $\phi_s(\nu) = 1/(\tau_2\sigma(\nu))$ als Sättigungsphotonenfluß einführt, kann man diese Gleichung schreiben als

$$\gamma(\nu) = \frac{\gamma_0(\nu)}{1 + \phi/\phi_s(\nu)}. \quad (2.6)$$

Erreicht die Photonenflußdichte den Wert $\phi_s(\nu)$ so sinkt die gesättigte Verstärkung auf den halben Wert der Kleinsignalverstärkung.

Hier sei noch einmal darauf hingewiesen, daß die obigen Gleichungen der qualitativen Veranschaulichung des Verhaltens eines Laserverstärkers dienen und keine Aufstellung der exakten Ratengleichungen des Vier-Niveau-Systems sind, was den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde (siehe dazu [2] Seite 468 ff).

2.1.2 Laseroszillator

In Abbildung 2.3 sieht man den prinzipiellen Aufbau eines Oszillators. An den Eingang des Verstärkers wird mittels eines Rückkoppelmechanismus ein

Anteil seines eigenen Ausgangssignals gelegt. Das heißt, ein kleines Signal wird verstärkt, zurückgekoppelt und weiter verstärkt bis die Sättigung des Verstärkers erreicht ist. Ein stabiler Betrieb des Oszillators wird erreicht, wenn die *Verluste* aufgrund der Auskoppelvorrichtung durch die *Verstärkung ausgeglichen* werden. Die Folge ist ein konstantes Ausgangssignal mit gleichbleibender Frequenz. Die Frequenz der Oszillation wird durch die Bandbreite des Verstärkers und den frequenzselektiven Eigenschaften des Rückkoppelmechanismus bestimmt.

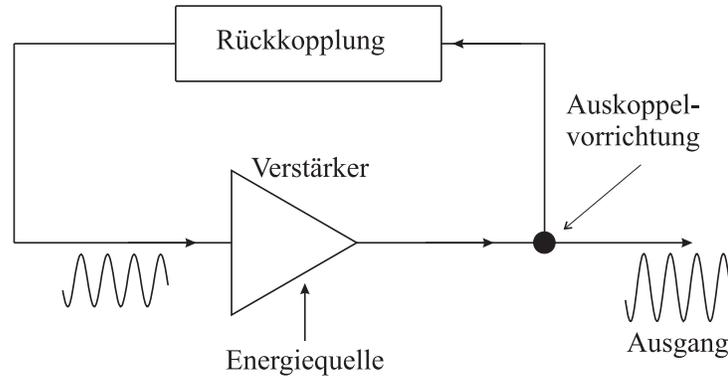


Abbildung 2.3: Ein Oszillator ist ein Verstärker mit positiver Rückkopplung

Ein Laseroszillator – kurz einfach „Laser“ genannt – ist ein rückgekoppelter Laserverstärker.

Der optische Resonator, Verluste

Als Rückkopplungssystem wird ein Fabry-Perot-Resonator (siehe Anhang A) verwendet. Ein Spiegel des Resonators läßt einen Teil der Lichtleistung entweichen und dient so als Auskoppelvorrichtung. Das Lasermedium wird in diesen Resonator plaziert. Abbildung 2.4 verdeutlicht die gewählte Anordnung.

Nach einem Umlauf im Resonator (Länge l) hat Licht der Frequenz ν eine Phasenänderung von $4\pi n\nu l/c$ erfahren, wobei n der Brechungsindex des Mediums im Resonator ist. Als Phasenbedingung für konstruktive Interferenz erhält man

$$4\pi n\nu l/c = m \cdot 2\pi, \quad (2.7)$$

woraus sich die möglichen Frequenzen

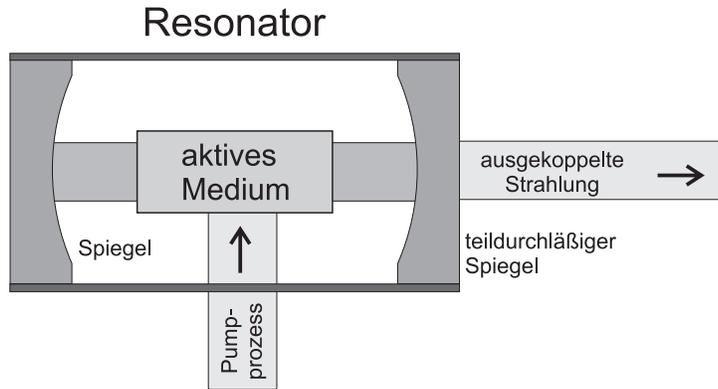


Abbildung 2.4: Laseroszillator

$$\nu_m = m \cdot \frac{c}{2nl} \quad (2.8)$$

ergeben. Diese Situation ist qualitativ in Abbildung 2.5 dargestellt. Die Resonatormoden sind bei den meisten Lasertypen viel schmäler als das Verstärkungsprofil. Wenn mehrere innerhalb der Bandbreite des Lasermediums liegen, kann Laseremission in mehreren Moden auftreten.

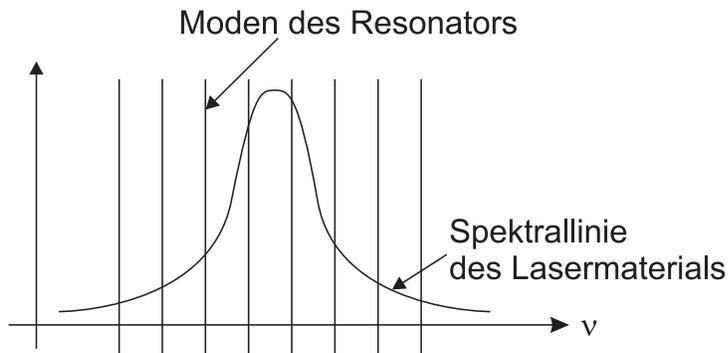


Abbildung 2.5: Moden des Resonators mit Verstärkungsprofil

Durch die Verluste in einem Umlauf im Resonator wird der Photonenfluß um den Faktor

$$e^{-2l\alpha_r} = r_1^2 r_2^2 e^{-2l\alpha_s} \quad (2.9)$$

vermindert. r_1^2 und r_2^2 sind die Intensitätsreflektivitäten der Resonatorspiegel. Nach dem Logarithmieren dieser Gleichung setzt sich der Verlustkoeffizient α_r additiv aus den Verlusten α_m an den Spiegeln und Verlusten α_s durch Streuung im Lasermedium wie folgt zusammen:

$$\alpha_r = \alpha_m + \alpha_s = \frac{1}{2l} \ln \frac{1}{r_1^2 r_2^2} + \alpha_s \quad (2.10)$$

Bedingung für Laseroszillation

Die Bedingung dafür, daß ein Laserverstärker in einem optischen Resonator mit der Emission von Laserlicht beginnt, ist, daß die Verstärkung bei einem Umlauf größer sein muß als die gesamten Verluste bei einem Umlauf.

Beim Einschalten eines Lasers passiert nun das Folgende:

Durch den Pumpprozeß wird Besetzungsinversion erzeugt. Dadurch wächst der Kleinsignal-Verstärkungsfaktor $\gamma_0(\nu)$ (Gleichung 2.4). Wenn $\gamma_0(\nu)$ größer als die Verluste α_r wird, liegt eine positive Netto-Verstärkung vor. Es gilt

$$\gamma_0(\nu) > \alpha_r \quad (2.11)$$

Die Laseroszillation beginnt. Die sogenannte *Laserschwelle* ist erreicht. Das jetzt vorhandene Licht vermindert daraufhin die Inversion und sättigt die Verstärkung $\gamma(\nu)$ aus Gleichung 2.6. Die Verstärkung wird geringer, während der Photonenfluß im Medium weiter ansteigt, bis die gesättigte Verstärkung gleich groß ist wie die Verluste. Wenn die Verstärkung nun kleiner als die Verluste wird, nimmt wiederum der Photonenfluß ab, die Verstärkung wird weniger stark gesättigt und kann sich wieder „erholen“. Dieses Wechselspiel von Verstärkung und Photonenfluß führt zu Relaxationsschwingungen dieser beiden Größen.

Stationärer Zustand und Ausgangsleistung

Nach einiger Zeit erreicht das System einen stationären Zustand, in dem

$$\gamma(\nu) = \frac{\gamma_0(\nu)}{1 + \phi/\phi_s(\nu)} = \alpha_r \quad (2.12)$$

gilt. Daraus läßt sich der Photonenfluß im Laser, oberhalb der Schwelle ($\gamma_0(\nu) > \alpha_r$)

$$\phi = \phi_s(\nu) \left(\frac{\gamma_0(\nu)}{\alpha_r} - 1 \right) \quad (2.13)$$

berechnen. Da $\gamma_0(\nu) = R\tau_2\sigma(\nu)$ linear von der Pumprate abhängt (Gleichungen 2.2 und 2.4), besteht zwischen Pumprate und Photonenfluß ein linearer Zusammenhang, wie in Abbildung 2.6 deutlich gemacht wird.

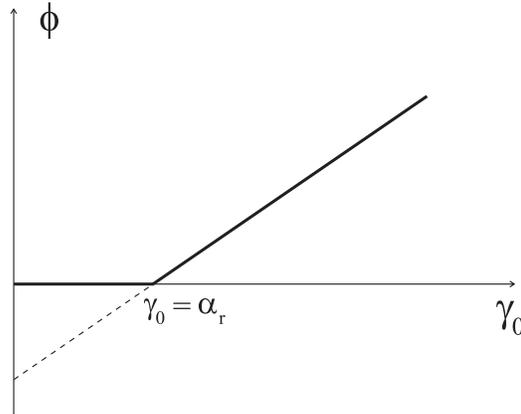


Abbildung 2.6: Der Photonenfluß in Abhängigkeit von der Pumprate

Wie groß der Photonenfluß ist, der den Auskoppelspiegel durchdringt, hängt von der Reflektivität r^2 dieses Spiegels ab. Es gilt

$$\phi_{aus} = \frac{(1 - r^2)\phi}{2}. \quad (2.14)$$

Als Ausgangsintensität erhält man

$$I_{aus} = \frac{h\nu(1 - r^2)\phi}{2}. \quad (2.15)$$

2.2 Halbleiter-Laser

Im Folgenden sollen nun speziell Halbleiter als Lasermaterialien behandelt werden. Dafür ist es notwendig den Begriff der Bandstruktur einzuführen und die daraus resultierenden elektrischen und optischen Eigenschaften der Halbleiter zu betrachten.

2.2.1 Halbleiter als Lasermedium

Halbleiter

In Festkörpern führt die Wechselwirkung zwischen den Atomen dazu, daß die äußeren Elektronen nicht mehr Zustände mit diskreten Energien annehmen wie in einem einzelnen Atom, sondern daß *Energiebereiche* entstehen, in denen elektronische Zustände möglich sind. Diese Bereiche nennt man *Energiebänder*. Sie sind durch verbotene Energiebereiche – den *Energielücken* oder *Bandlücken* – voneinander getrennt. Die Elektronenverteilung in den Bändern bestimmt das physikalische Verhalten des Festkörpers. Auf diese Art lassen sich Isolatoren, Metalle und Halbleiter charakterisieren.

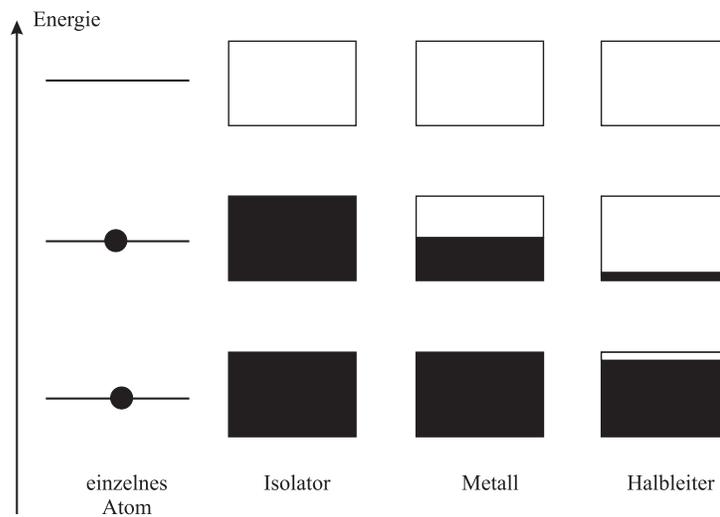


Abbildung 2.7: Einteilung der Festkörper

In Abbildung 2.7 ist die Besetzung der Energiebänder mit Elektronen (schwarze Bereiche) dargestellt. In einem einzelnen Atom sind die Energieniveaus diskret und die unteren Niveaus mit Elektronen besetzt. Ein Festkörper, bei dem die unteren Energiebänder vollständig besetzt und die darüberliegenden leer sind, ist ein *Isolator*. Ist das oberste besetzte Energieband zu einem Teil mit Elektronen besetzt, handelt es sich um ein *Metall*, in dem die Elektronen dieses Bandes elektrische Ströme leiten können.

In einem *Halbleiter* sind bei endlicher Temperatur einige Elektronen vom obersten besetzten Band in das unterste unbesetzte Band thermisch angeregt. Die dadurch entstandene elektrische Leitfähigkeit nimmt mit der Temperatur weiter zu. Am absoluten Temperaturnullpunkt ist ein Halbleiter ein Isolator.

Elektronen, die vom obersten besetzten Band, dem Valenzband, in das unterste unbesetzte Band, das Leitungsband, angeregt werden verhalten sich wie die Elektronen in einem Metall, sind also negative Ladungsträger, die sich innerhalb des Festkörpers frei bewegen können. Sie hinterlassen im Valenzband Stellen, an denen Elektronen fehlen. Diese Stellen nennt man Löcher, die als positive Ladungsträger angesehen werden können und ihrerseits zur Leitfähigkeit beitragen.

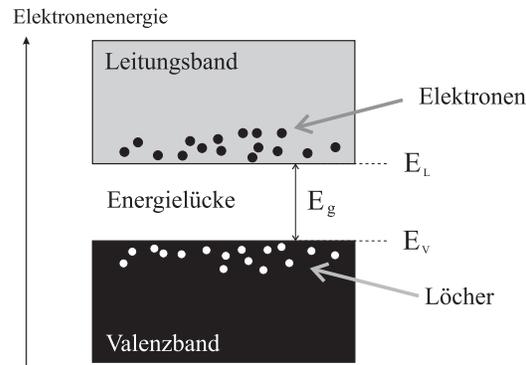


Abbildung 2.8: Valenzband und Leitungsband eines Halbleiters

Abbildung 2.8 zeigt das Valenz- und das Leitungsband eines Halbleiters mit Löchern und Elektronen. Die Energiedifferenz E_g zwischen der oberen Kante des Valenzbandes E_V und der unteren Kante des Leitungsbandes E_L nennt man Energielücke oder Bandlücke.

- Ein Halbleiter, der sich in einem **thermodynamischen Gleichgewichtszustand** befindet, lässt sich folgendermaßen charakterisieren: Durch thermische Elektron-Loch-Paar- Erzeugung und Elektron-Loch- Rekombination sind Valenz- und Leitungsband gekoppelt und miteinander im thermischen Gleichgewicht. Die Konzentration der Elektronen und Löcher ist gleich. Sie steigt mit der Temperatur. Der Gleichgewichtszustand ist also bestimmt durch eine bestimmte Ladungsträgerkonzentration bei einer bestimmten Temperatur.

In einem reinen Halbleiter gibt es gleich viele freie Elektronen wie Löcher. Verunreinigt man einen reinen Halbleiter gezielt mit Fremdatomen, die ein Elektron aus dem Valenzband an sich binden können, entsteht im Valenzband ein Loch ohne daß zugleich ein Elektron in das Leitungsband übergeht. Es gibt daher mehr Löcher (positive Ladungsträger) als Elektronen. Das kontrollierte Einbringen von Fremdatomen nennt man Dotieren. Man spricht in

diesem Fall von einem p-dotierten Halbleiter (Abbildung 2.9 a).

Ein Halbleiter, der mit Atomen dotiert wurde, die ein Elektron an das Leitungsband abgeben ohne ein Loch im Valenzband zu „erzeugen“, besitzt mehr Elektronen (negative Ladungsträger) als Löcher (Abbildung 2.9 b). Dies ist ein n-dotierter Halbleiter.

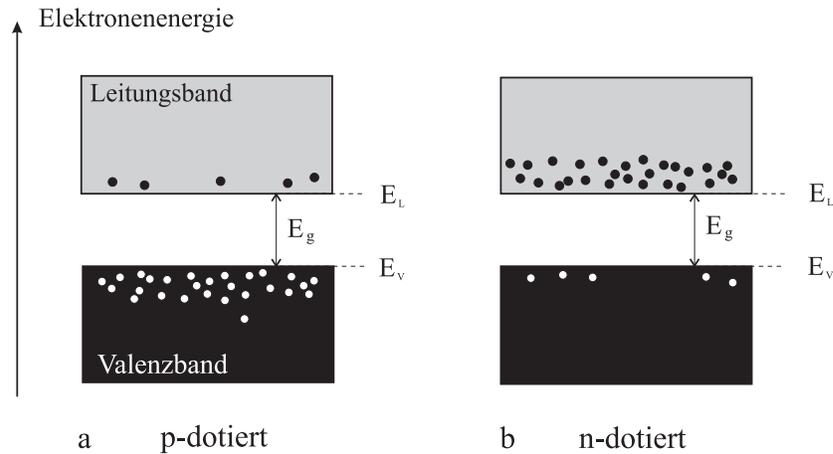


Abbildung 2.9: p- und n-dotierter Halbleiter

Bringt man einen p-dotierten Halbleiter mit einem n-dotierten in Kontakt passiert an diesem p-n-Übergang folgendes:

Elektronen und Löcher diffundieren aus den Bereichen hoher Konzentration in Bereiche niedriger Konzentration. Das heißt, Elektronen diffundieren von der n-Region in die p-Region und hinterlassen positiv geladene Fremdatomionen. In der p-Region rekombinieren die Elektronen mit den überschüssigen Löchern. Auf ähnliche Weise diffundieren Löcher von der p-Region in die n-Region, rekombinieren dort mit den überschüssigen Elektronen und hinterlassen in der p-Region negativ geladene Fremdatomionen. Durch die Rekombination entsteht daraufhin ein Bereich um die Grenze zwischen den beiden Regionen, in dem es keine freien Ladungsträger mehr gibt. Dieser Bereich wird Verarmungsschicht genannt.

Durch die Fremdatomionen entsteht auf der p-Seite der Grenzfläche eine negative Raumladung und auf der n-Seite eine positive Raumladung. Diese Raumladungen erzeugen ein elektrisches Feld, das einem tieferen Eindringen der Ladungsträger in die benachbarten Schichten entgegenwirkt. Es stellt sich Gleichgewicht zwischen dem „Diffusionsdruck“ und dem elektrischen Feld ein. Im Verlauf der potentiellen Energie für die Elektronen entsteht am p-n-Übergang durch das elektrische Feld ein Gefälle, wie in Abbildung 2.10 dargestellt ist.

Wird von Außen an den p-n-Übergang eine elektrische Spannung so angelegt, daß der negative Pol am n-Leiter und der positive Pol am p-Leiter liegt, entsteht in der Verarmungsschicht ein elektrisches Feld. Dieses Feld schwächt das Feld der Fremdatomionen ab und verringert dadurch die Potentialstufen für die Ladungsträger, die nun in die Verarmungsschicht eindringen. Man spricht dabei von Ladungsträgerinjektion. Bei ausreichender Spannung können Elektronen und Löcher durch die Verarmungsschicht fließen. Das entspricht der Schaltung einer Diode in Durchlaßrichtung. Wenn eine Spannung mit umgekehrter Polung angelegt wird, vergrößern sich die Potentialstufen, wodurch das Fließen von Ladungsträgern verhindert wird. Der p-n-Übergang ist in Sperrrichtung geschaltet. In der Elektronik werden p-n-Übergänge daher als Dioden verwendet.

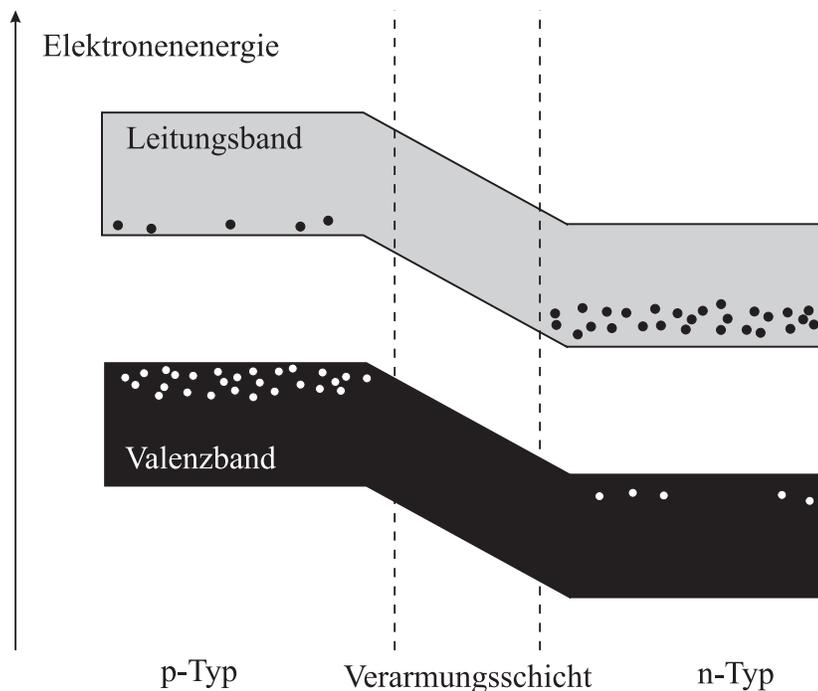


Abbildung 2.10: p-n-Übergang

Photonen in Halbleitern, Laserverstärkung

Bei der Wechselwirkung von Halbleitern mit Licht (Abbildung 2.11) treten wie bei der Wechselwirkung einzelner Atome mit Photonen drei Prozesse auf (vergleiche Abschnitt 2.1.1):

- *Absorption eines Photons:* Ein Photon erzeugt durch Anregung eines Elektrons in das Leitungsband ein Elektron-Loch-Paar.
- *Spontane Emission eines Photons:* Bei der Rekombination eines Elektrons mit einem Loch wird ein Photon emittiert.
- *Stimulierte Emission eines Photons:* Ein Photon stimuliert eine Elektron-Loch-Rekombination, wobei ein weiteres Photon emittiert wird.

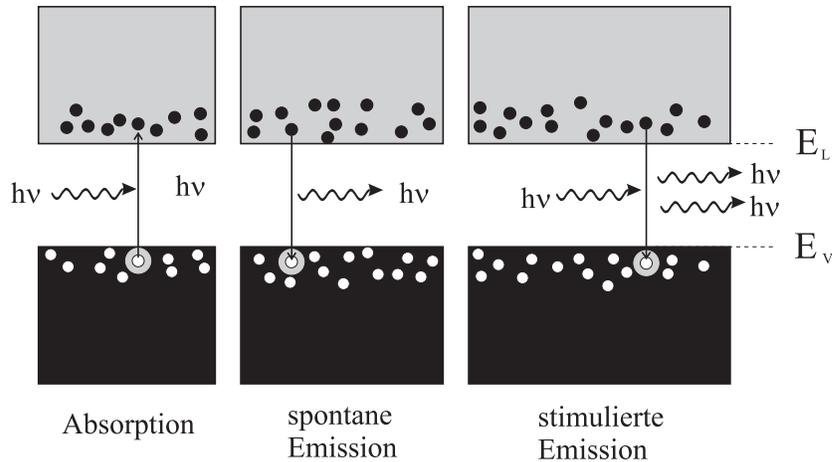


Abbildung 2.11: Photonen in Halbleitern

Ein Halbleiter, in dem die stimulierte Emission die Absorption überwiegt, kann als Laserverstärker dienen. Dies wird erreicht, wenn der vorher beschriebene thermische Gleichgewichtszustand in einem Halbleiter verlassen wird, indem zusätzliche Ladungsträger (Elektronen und Löcher) in den Halbleiter eingebracht werden. Es liegt dann kein Gleichgewichtszustand mehr vor, da die Konzentration der Elektronen und Löcher höher ist als sie es bei der herrschenden Temperatur sein dürfte. Der Mechanismus, der das Einbringen (das Injizieren) der zusätzlichen Ladungsträger leistet entspricht dem Pumpprozess des Vier-Niveau-Lasers.

Bei einem p-n-Übergang erfolgt die Ladungsträgerinjektion durch das Anlegen einer Spannung. Abbildung 2.12 zeigt die Situation.

Die angelegte Spannung verringert die Höhe der Potentialstufe zwischen p- und n-Region. Dadurch können Elektronen und Löcher in die Verarmungsschicht dringen. Es kommt zur Rekombination, wodurch ein Strom, den man Injektionsstrom nennt, durch die Diode fließt. Die Rekombination hat spontane und stimulierte Photonenemission zur Folge. Wenn die spontane Emission dominiert, wird der p-n-Übergang als Leuchtdiode verwendet.

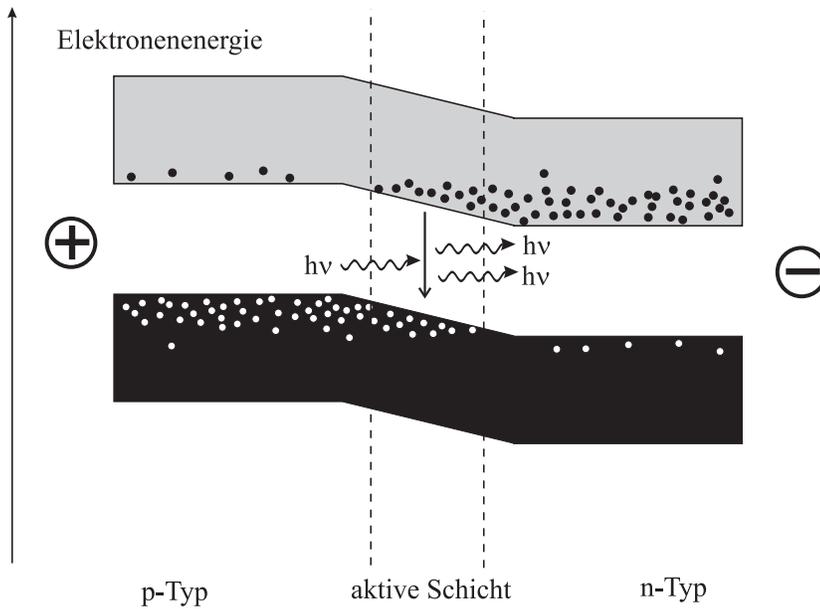


Abbildung 2.12: p-n-Übergang mit angelegter Spannung in Vorwärtsrichtung

Einen Laserverstärker hat man vor sich, wenn die stimulierte Emission genutzt wird. Der Pumpprozess ist gegeben durch die Injektionsstromdichte j . Die Bandbreite des Halbleiter-Laserverstärkers ist viel größer als die eines Atom-Lasers, wie er in Abschnitt 2.1.1 beschrieben wurde. Das Verstärkungsmaximum wächst oberhalb einer bestimmten Stromdichte j_{tp} annähernd linear mit der Injektionsstromdichte. Bei Stromdichten unterhalb von j_{tp} absorbiert das Halbleitermaterial die Photonen und ist daher nicht transparent. Näherungsweise gilt für den Maximalwert der Verstärkung

$$\gamma_{max} = a \left(\frac{j}{j_{tp}} - 1 \right). \quad (2.16)$$

wobei a der Absorptionskoeffizient des Halbleitermaterials ist, wenn kein Injektionsstrom fließt. Diese Funktion ist in Abbildung 2.13 dargestellt.

γ_{max} ist vergleichbar mit der Kleinsignalverstärkung aus Gleichung 2.4.

2.2.2 Laserdioden

Eine Laserdiode ist ein Halbleiter-Laserverstärker, der mit einem optischen Resonator kombiniert ist.

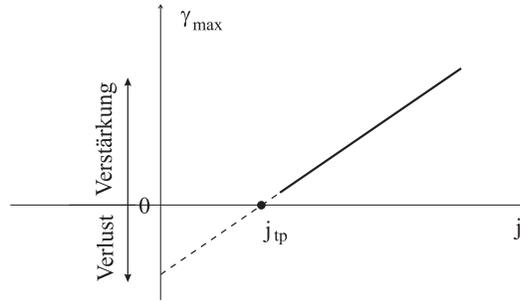


Abbildung 2.13: Verstärkung als Fnktn der Injektionsstromdichte

Der Resonator, Verluste

Bei einer Laserdiode bilden die beiden Endfacetten des Halbleiterkristalls den optischen Resonator mit der Länge l . Daraus ergeben sich nach Gleichung 2.8 die Resonanzfrequenzen ν_m . Halbleitermaterialien haben Brechungsindizes im Bereich von $n \approx 3.6$ was bei senkrechtem Lichteinfall an der Grenzfläche zur Luft zu einer Intensitätsreflektivität von

$$r^2 = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2. \quad (2.17)$$

führt. Daraus berechnet man die den Resonator-Verlustkoeffizient α_r analog zu Gleichung 2.10.

Laserschwelle, stationärer Zustand

Die Laseroszillation beginnt, wenn die Verstärkung die Resonatorverluste ausgleicht. Die Laserschwelle liegt also bei $\gamma_{max} = \alpha_r$. Daraus ergibt sich mit Gleichung 2.16 eine Schwllstromdichte j_{th} von

$$j_{th} = \frac{a + \alpha_r}{a} j_{tp} \quad (2.18)$$

Oberhalb der Schwelle steigt die Photonenflußdichte ϕ linear mit dem Injektionsstrom $I = jA$, wobei A die Querschnittsfläche des p-n-Übergangs ist. Es gilt

$$\phi \sim \frac{I - I_{th}}{e} \quad \text{für } I > I_{th} \quad (2.19)$$

Aufbau einer Laserdiode

Eine p-n Diode stellt das Grundelement einer Laserdiode dar. Eine geringere *vertikale* Ausdehnung der aktiven Schicht wird erreicht, wenn man sogenannte *Doppel-Heterostrukturen* (Abbildung 2.14 a)) [13] verwendet. Die Laserdiode wird zwischen zwei Halbleiterbereiche mit breiter Bandlücke und entgegengesetzter Dotierung eingebettet. Die daraus resultierenden Potentialbarrieren verhindern ein Abfließen der Elektronen in den p-Bereich und der Löcher in den n-Bereich (Abbildung 2.14 b)). Diese Struktur hat den Vorteil, daß die vertikale Ausdehnung der aktiven Schicht und damit die Ausdehnung des Laserstrahls gegenüber einer gewöhnlichen p-n Diode verringert wird. Dies hat eine erhebliche Reduktion der Schwellstromdichte zur Folge.

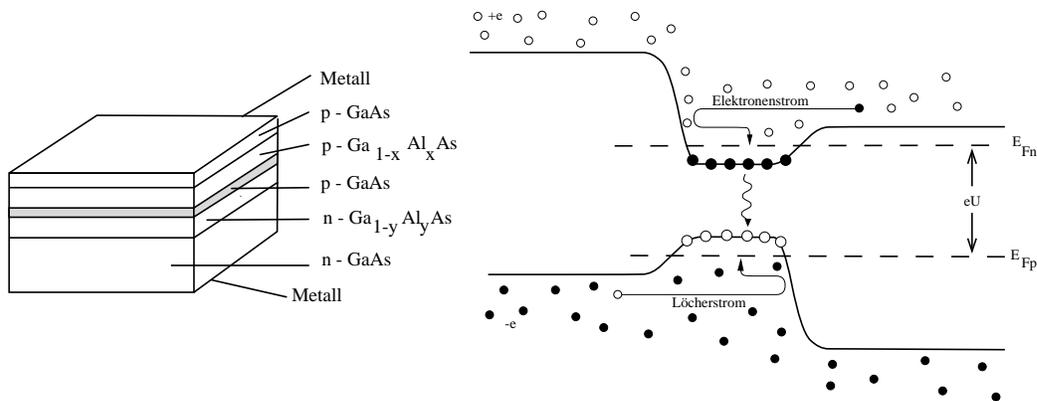


Abbildung 2.14: a) Doppel-Heterostruktur, b) Doppel-Hetero-Bandstruktur

Die Verringerung der *horizontalen* Ausdehnung kann auf zwei Arten erreicht werden. Die Stromdichte kann durch streifenförmige Ausbildung der Elektroden räumlich variiert werden. Diese Art nennt man *gewinngeführte* Laserdiode (Abbildung 2.15 a)). Nachteil dieser Methode ist, daß sowohl der Pumpstrom als auch die Lichtwelle seitlich nicht besonders gut geführt werden. Dieser tritt bei den sogenannten *indexgeführten* Laserdioden nicht auf. In diesen wird wie in vertikaler Richtung eine Potentialbarriere in lateraler Richtung erzeugt. Dadurch muß der Strom durch die aktive Zone fließen (Abbildung 2.15 b)).

Spektrale Eigenschaften

Die Emissionswellenlänge einer Laserdiode hängt hauptsächlich von der Bandlücke ab, aber auch die Temperatur und die Ladungsträgerdichte beeinflussen

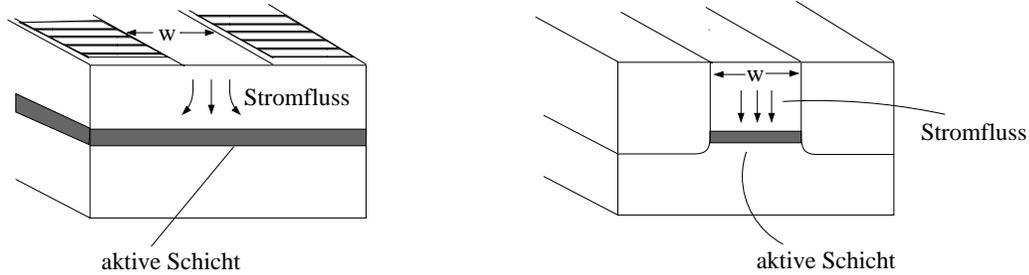


Abbildung 2.15: a) gewinngeführte Laserdiode, b) indexgeführte Laserdiode

diese. Eine Temperaturänderung hat eine Veränderung der optischen Weglänge im Kristall und eine Verschiebung des Maximums der Verstärkungskurve zur Folge. In AlGaAs beispielsweise bewirkt die Temperaturänderung eine Wellenlängenänderung von $+0,06 \text{ nm/K}$ durch eine Längenänderung des Resonators und eine Verschiebung des Verstärkungsmaximums eine Änderung um weitere $+0,25 \text{ nm/K}$ [14].

Die Erhöhung des Injektionsstrom verursacht ebenfalls eine Wellenlängenänderung, da der Strom die Temperatur erhöht. Die Änderung der Ladungsträgerdichte durch den Strom verändert den Brechungsindex und damit die optische Weglänge im Resonator so, daß die Emissionswellenlänge kleiner wird. Bei langsamen Stromänderungen überwiegt der Einfluß des Stromes auf die Temperatur.

Verschiebt sich das Maximum der Verstärkung während einer Temperaturänderung zur nächsten nicht oszillierenden Resonatormode, so wechselt die Laseremission auf diese Mode. Dadurch ergibt sich die in Abbildung 2.16 dargestellte Situation.

Die aktive Schicht einer Laserdiode ist ungefähr 100 nm dick und 300 nm breit. Aufgrund der daraus resultierenden Beugung an der Frontfacette ist der Strahl stark divergent. In vertikaler Richtung beträgt der Öffnungswinkel bis zu 30° , horizontal bis zu 10° . Abbildung 2.17 zeigt den Laserstrahl beim Austritt aus der Laserdiode.

Linienbreite einer Laserdiode

Die Linienbreite eines Lasers wird durch spontane Emission verursacht, was zu kleinen Phasen- und Amplitudenfluktuationen des kohärenten elektrischen Feldes führt. Schawlow und Townes haben allgemein eine untere Grenze für die Linienbreite

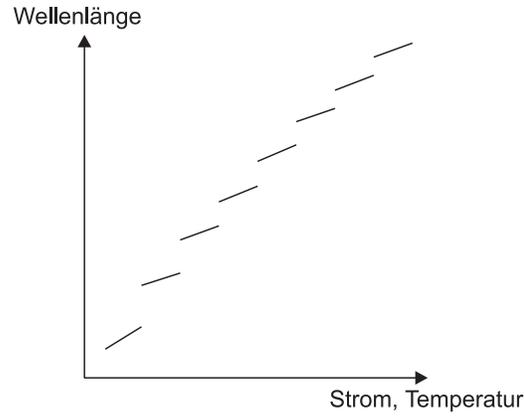


Abbildung 2.16: Abhängigkeit der Wellenlänge von Temperatur und Strom

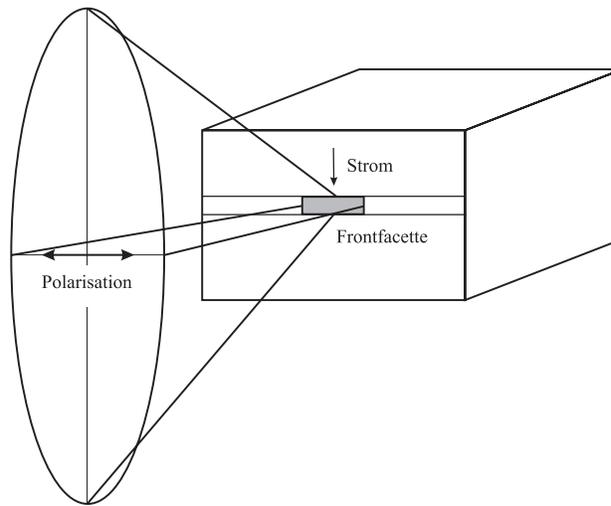


Abbildung 2.17: Strahlform beim Austritt aus der Frontfacette

$$\Delta\nu = \frac{v_g^2 h\nu \gamma n_{sp} \alpha_m}{8\pi P_0} \quad (2.20)$$

angegeben [6]. Dabei ist v_g die Gruppengeschwindigkeit im Halbleiter, $h\nu$ die Photonenenergie, γ der Verstärkungsfaktor, n_{sp} das Verhältnis der spontanen zur stimulierten Emissionsrate, α_m der Verlustkoeffizient der Resonatorspiegel aus Gleichung 2.10 und P_0 die Ausgangsleistung [15, 16]. Die Linienbreite nimmt also mit wachsender Ausgangsleistung ab.

Fleming und Mooradian [15] haben als erste die Linienbreite einer GaAlAs Laserdiode experimentell bestimmt. Diese war allerdings um einen Faktor 50 größer als die von Schawlow und Townes theoretisch vorhergesagte. Die Ursache liegt in der starken Kopplung von Real- und Imaginärteil des Brechungsindex $n = n' - in''$ bei Laserdioden. Der Realteil n' beschreibt die Dispersion des Mediums und der Imaginärteil n'' die Absorption, wobei $n'' < 0$ Verstärkung bedeutet.

Das elektrische Feld im Resonator der Laserdiode ist durch $E = I_i^{1/2} \exp(i\phi)$ gegeben, wobei $I_i^{1/2}$ die Amplitude und ϕ die Phase des Feldes ist. Die Intensität $I = E^*E$ entspricht der Photonenzahl im Resonator. Findet die spontane Emission eines Photons in die betrachtete Lasermode statt, wird zum Feld E ein Vektor der Länge 1 und beliebiger Phase ϑ dazuaddiert. Die Folge ist eine instantane Phasenänderung $\Delta\phi'$ und eine Intensitätserhöhung. Wegen der erhöhten Intensität findet mehr stimulierte Emission statt. Daraufhin wird die Verstärkung durch Sättigung verringert, wodurch sich der Imaginärteil n'' des Brechungsindex ändert. Es treten Schwingungen auf bis der Gleichgewichtszustand zwischen der Intensität I_f und der Verstärkung wieder erreicht ist. Aufgrund der starken Kopplung von Real- und Imaginärteil des Brechungsindex ändert sich mit dem Imaginär- auch der Realteil. Der Zusammenhang zwischen diesen beiden Änderungen ist durch [16]

$$\alpha = \frac{\Delta n'}{\Delta n''} \quad (2.21)$$

gegeben. Eine Änderung von $\Delta n'$ während einer bestimmten Zeitdauer hat also eine zusätzliche Phasenverschiebung $\Delta\phi''$ zur Folge.

Unter Berücksichtigung der Kopplung von Real- und Imaginärteil des Brechungsindex kann die Linienbreite einer Laserdiode folgendermaßen geschrieben werden

$$\Delta\nu = \frac{v_g^2 h\nu \gamma n_{sp} \alpha_m}{8\pi P_0} (1 + \alpha^2). \quad (2.22)$$

Diese Gleichung ist die modifizierte Schawlow-Townes-Formel für Laserdioden [6]. Ein typischer Wert für α ist 5. Dies ergibt eine Linienverbreiterung um den Faktor $(1 + \alpha^2) \approx 30$. Die Bandbreite einer Laserdiode ohne weitere Maßnahmen zur Linienbreitenreduktion ist ungefähr 100 MHz.

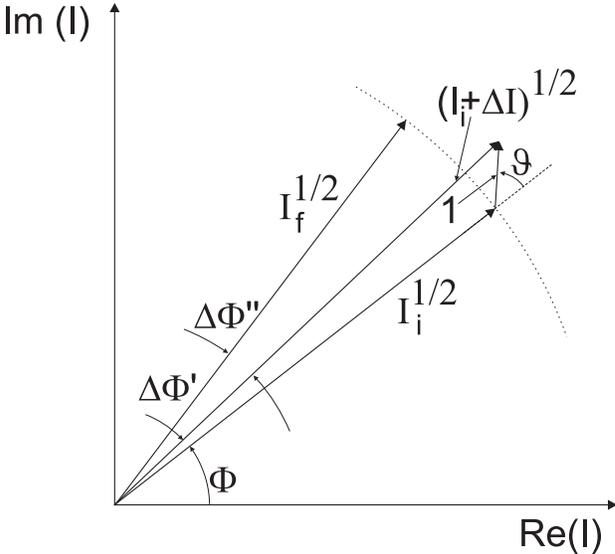


Abbildung 2.18: Phasenänderung durch stimulierte Emission

Kapitel 3

Stabilisierung von Laserdioden

Die Linienbreite einer freilaufenden Laserdiode ist typischerweise ca. 100 MHz (siehe Kapitel 2). Es gibt jedoch Möglichkeiten, diese um einige Größenordnungen zu reduzieren, indem die *Frequenzstabilität* des Lasersystems erhöht wird.

Die Verringerung der Linienbreite kann sowohl über einen optischen als auch über einen elektronischen Regelkreis erfolgen. Da zur Reduktion eine Regelbandbreite in der Größe der Laserlinienbreite notwendig ist, verwendet man im allgemeinen eine Kombination von beiden, da eine Regelbandbreite von 100 MHz und mehr auf rein elektronischem Weg nur schwer zu realisieren ist. Die Geschwindigkeit der optischen Regelung hingegen ist durch die Laufzeit zwischen der Diode und dem Rückkoppelement gegeben. Diese beträgt in einem kompakten Aufbau einige Pikosekunden und man erreicht damit eine Regelbandbreite von einigen GHz. Zusätzlich kann dann eine elektronische Regelstufe mit einer Regelbandbreite in der Größenordnung von MHz zur weiteren Reduktion der Linienbreite verwendet werden.

3.1 Optische Stabilisierung

3.1.1 Optische Rückkopplung

Laserdioden eignen sich sehr gut zur optischen Frequenzstabilisierung, da sie sehr empfindlich auf optische Rückreflexe reagieren. Der Einfluß optischer Rückkopplung auf eine Laserdiode läßt sich einfach mit einem Modell nach Abbildung 3.1 beschreiben. In den Laserdiodenresonator der Länge l , dessen Facetten die Amplitudenreflektivitäten r_1 und r_2 besitzen, wird durch einen externen Reflektor (r_e) im Abstand L ein Teil des emittierten Lichts zurückgekoppelt [19].

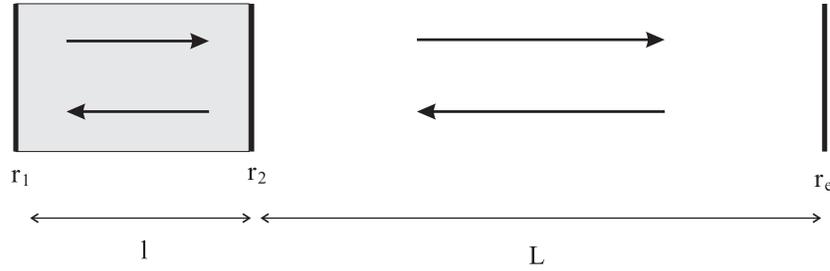


Abbildung 3.1: Optische Rückkopplung

Das Lichtfeld in der Diode $E_{int,r}$, das von der Frontfacette und dem externen Spiegel reflektiert wurde setzt sich folgendermaßen zusammen:

$$E_{int,r} = E_{int}[r_2 + (1 - r_2^2)r_e e^{-i2\pi\nu\tau_{ext}}] \quad (3.1)$$

Hier ist $\tau_{ext} = \frac{2L}{c}$ die Umlaufzeit im externen Resonator. Der Ausdruck in der eckigen Klammer kann als effektiver Reflexionskoeffizient

$$r_{eff} = r_2(1 + \kappa e^{-i2\pi\nu\tau_{ext}}) \quad (3.2)$$

mit dem Kopplungskoeffizient

$$\kappa = \frac{r_e}{r_2}(1 - r_2^2) \quad (3.3)$$

interpretiert werden. Wird der Reflexionskoeffizient als reell und positiv angenommen, läßt sich Gleichung 3.2 schreiben als

$$r_{eff} = r_2(1 + \kappa \cos(2\pi\nu\tau_{ext})). \quad (3.4)$$

Die Phasenbedingung für konstruktive Interferenz in der Laserdiode nach einem Umlauf im Gesamtresonator lautet

$$2\pi n' \nu \tau_{int} + \varphi_{ext} = m \cdot 2\pi \quad m \in \mathbb{Z}. \quad (3.5)$$

Hier ist n' der Brechungsindex des Lasermediums, $\tau_{int} = \frac{2l}{c}$ die Umlaufzeit in der Laserdiode und

$$\varphi_{ext} = \kappa \sin(2\pi\nu\tau_{ext}) \quad (3.6)$$

die zusätzliche Phase, die durch die optische Rückkopplung aufgesammelt wird. Ohne optische Rückkopplung ergibt sich aus

$$2\pi n' \nu_m \tau_{int} = m \cdot 2\pi \quad (3.7)$$

ν_m als die Emissionsfrequenz der freilaufenden Laserdiode.

Aufgrund der Rückkopplung kann sich sowohl die Emissionsfrequenz ν ändern, als auch die Verstärkung und dadurch der Brechungsindex. Dies wird in der Phasenänderung – der Abweichung von $m \cdot 2\pi$ – ausgedrückt als

$$\Delta\Phi = \Delta(n', \nu)2\pi\tau_{int} + \varphi_{ext}. \quad (3.8)$$

Da aber die Umlaufphase auch für den zusammengesetzten Resonator ein Vielfaches von 2π sein muß, erhält man die möglichen Emissionsfrequenzen aus der Bedingung

$$\Delta\Phi = 0. \quad (3.9)$$

Aus Überlegungen, die in [20] näher erläutert werden, folgt für die Phasenänderungen

$$\Delta\Phi = 2\pi\tau_{int}(\nu - \nu_m) + \frac{\tau_{int}}{\tau_{ext}}C \sin(2\pi\nu\tau_{ext} + \arctan \alpha). \quad (3.10)$$

Hier werden noch die zwei weiteren Rückkopplungskoeffizienten

$$C = X\sqrt{1 + \alpha^2} \quad \text{mit} \quad X = \frac{\tau_{ext}}{\tau_{int}}\kappa \quad (3.11)$$

verwendet, wobei α die Kopplung von Real- und Imaginärteil des Brechungsindex nach Gleichung 2.21 beschreibt.

Gleichung 3.10 ist nun gemäß Gleichung 3.9 nach ihren Nullstellen zu untersuchen. In Abbildung 3.2 ist die Phasenänderung als Funktion der Abweichung von der Emissionsfrequenz der freilaufenden Laserdiode ($\nu - \nu_m$) aufgetragen. Ohne Rückkopplung erhält man eine Gerade, die die Frequenzachse bei $\nu = \nu_m$ schneidet. Für $C < 1$ ergibt sich *eine* Nullstelle also einmodiger

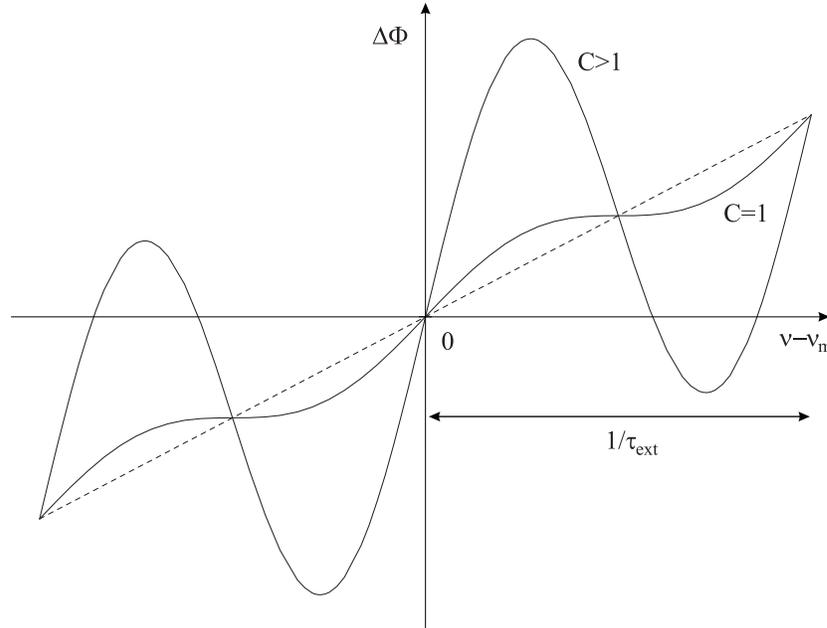


Abbildung 3.2: Phasenänderung als Funktion der Emissionsfrequenz

Betrieb. Wird C größer als 1 können mehrere Nullstellen auftreten, wodurch der Laser auf mehreren Moden laufen kann.

Die Linienbreitenreduktion durch optische Rückkopplung lässt sich nach der folgenden Formel abschätzen [20]:

$$\Delta\nu = \frac{\Delta\nu_0}{(1 + C \cos(2\pi\nu\tau_{ext} + \arctan \alpha))^2} \quad (3.12)$$

Zur Realisierung schmaler Linienbreiten ist daher die genaue Kontrolle der Phase des rückgekoppelten Lichts notwendig. Bei falscher Phasenlage kann es sonst auch zu einer Vergrößerung der Emissionsbandbreite kommen. Die geringste Linienbreite $\Delta\nu_{min}$ ergibt sich für $2\pi\nu\tau_{ext} = -\arctan \alpha$:

$$\Delta\nu_{min} = \frac{\Delta\nu_0}{(1 + C)^2} \quad (3.13)$$

Das Problem von mehreren Nullstellen der Gleichung 3.10 kann umgangen werden, indem man ein wellenlängenselektives Element (zum Beispiel ein Gitter) in den externen Resonator einbaut. Dadurch wird nur ein schmaler Frequenzbereich in die Laserdiode zurückgekoppelt. Der Parameter C ist also frequenzabhängig und unterdrückt weitere Nullstellen.

Diese Situation ist in Abbildung 3.3 dargestellt. die Frequenzabhängigkeit von $C(\nu)$ wurde hier durch eine Lorentzkurve modelliert.

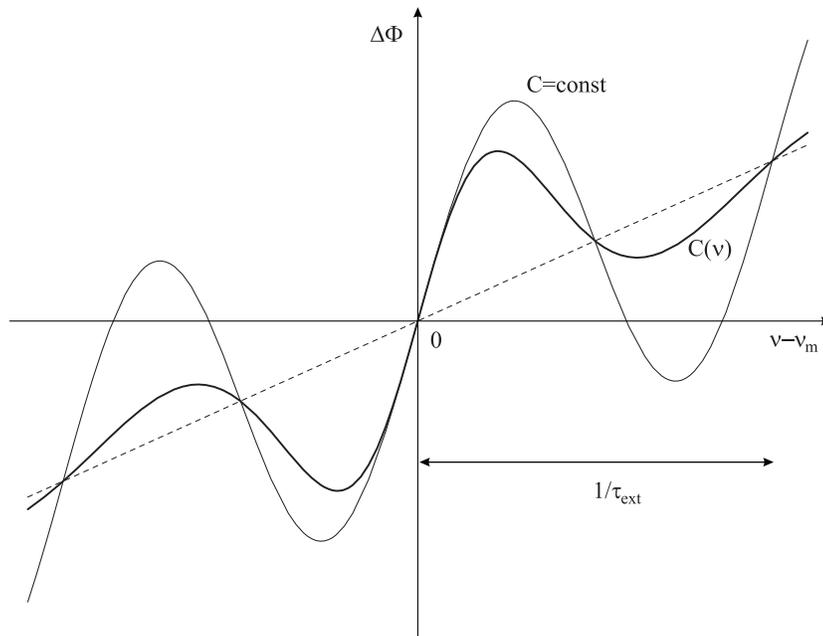


Abbildung 3.3: Phasenänderung als Funktion der Emissionsfrequenz mit frequenzabhängigem Parameter C

3.1.2 Littman-Aufbau

Eine Möglichkeit der optischen Rückkopplung mit einem Gitter als wellenlängenselektivem Element ist der Aufbau den Littman 1978 [35] für die Frequenzstabilisierung gepulster Farbstofflaser vorschlug. Harvey und Myatt verwendeten einen Littman-Aufbau zur Frequenzstabilisierung einer Laserdiode [21].

Abbildung 3.4 zeigt die gewählte Anordnung. Der Strahl aus der Laserdiode wird kollimiert und trifft das Beugungsgitter in streifendem Einfall. Der Strahl nullter Beugungsordnung wird vom Gitter nach dem Reflexionsgesetz reflektiert, während der Strahl erster Ordnung zu einem Spiegel abgelenkt und von diesem in sich selbst zurückreflektiert wird. Er passiert noch einmal das Gitter, das wiederum die erste Beugungsordnung in die Laserdiode zurückkoppelt. Die Wellenlänge des zurückgekoppelten Lichts wird durch die Gittergleichung [22]

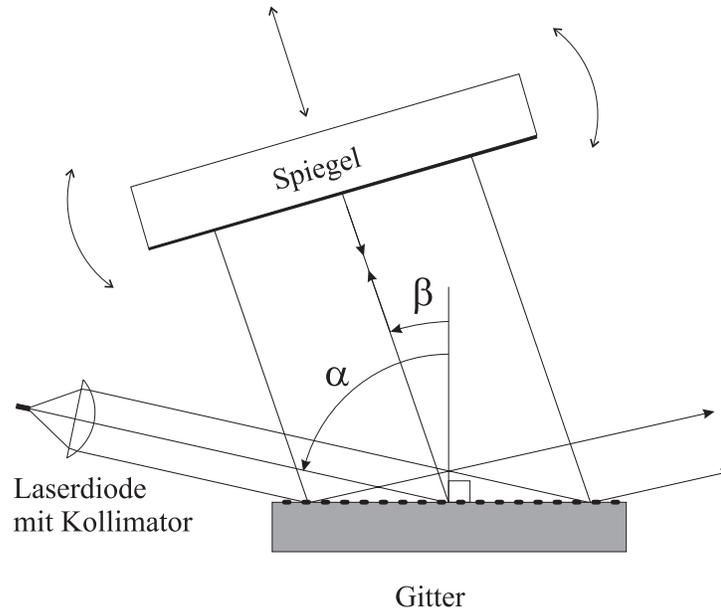


Abbildung 3.4: Littman-Anordnung

$$\lambda = d(\sin \alpha + \sin \beta) \quad (3.14)$$

bestimmt. α ist der Einfallswinkel und β der Beugungswinkel der ersten Ordnung (beide vom Lot auf das Gitter aus gemessen). d ist die Gitterkonstante. Die rückgekoppelte Wellenlänge kann durch den Winkel des Spiegels zum Lot (β) ausgewählt werden. Die spektrale Auflösung des Gitters ist durch

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{N} \quad (3.15)$$

gegeben. Der Diodenlaser läßt sich durch Verändern des Gitterwinkels um einige Nanometer verstimmen. Verstimmungen im Bereich von GHz erreicht man durch Verändern der Länge des externen Resonators. Die in die Diode zurückgekoppelte Lichtleistung hängt stark vom Einfallswinkel α ab und ist daher bei diesem Aufbau frei wählbar. Damit wird experimentell der Parameter C variiert. Ein weiterer Vorteil des Littman-Aufbaus besteht darin, daß der ausgekoppelte Strahl beim Verstimmen seine Lage nicht verändert, da sich nicht das Gitter, sondern nur der Spiegel bewegt.

3.2 Elektronische Stabilisierung

3.2.1 Regeltechnik

Nach DIN 19226 ist „das Regeln beziehungsweise die Regelung ein Vorgang, bei dem die zu regelnde Größe (Regelgröße) fortlaufend erfaßt, mit der Führungsgröße (Sollwert) verglichen und abhängig vom Ergebnis dieses Vergleichs im Sinne einer Angleichung an die Führungsgröße beeinflusst wird. Der sich dabei ergebende Wirkungsablauf findet in einem geschlossenen Kreis, dem Regelkreis, statt.“

Nach dieser etwas sperrigen Definition [23] soll Abbildung 3.5 zeigen, wie ein Regelkreis zur Frequenzstabilisierung eines Lasers schematisch aussieht und was darin geschieht.

1. Die zu regelnde Größe ist hier die optische Frequenz des Laserlichts. Sie wird gemessen, und dieser Meßwert wird mit dem eingestellten Sollwert verglichen.
2. Das Ergebnis dieses Vergleichs – die Differenz zwischen Sollwert und gemessener Frequenz – ist das Fehlersignal.
3. Der Regelverstärker wandelt das Fehlersignal in ein Regelsignal um.
4. Das Regelsignal steuert nun den Laser so an, daß die Frequenzabweichung vom Sollwert, die durch eine Störung verursacht wurde, ausgeglichen wird.

Wie leistungsfähig ein Regelungssystem ist, hängt von der Art des erzeugten Fehlersignals ab. Es sollte in der Nähe des Sollwertes möglichst empfindlich auf Frequenzabweichungen des Lasers sein – das bedeutet einen steilen Nulldurchgang besitzen – und es sollte bei großen Abweichungen noch das richtige Vorzeichen haben, um den Laser zum Sollwert hin regeln zu können. Den Bereich, in dem das Vorzeichen stimmt, nennt man den Einfangbereich der Regelung. Abbildung 3.6 zeigt ein „ideales“ Fehlersignal. Die Regelung ist um so schneller, je kürzer die Signallaufzeiten und die elektronischen Schaltvorgänge im Regelkreis sind.

Es gibt viele verschiedene Arten, ein Fehlersignal für die Frequenzstabilisierung eines Lasers zu erzeugen [24]. In dieser Arbeit soll das nach Pound, Drever und Hall benannte und eng mit der Frequenzmodulationsspektroskopie verwandte Verfahren genauer behandelt werden.

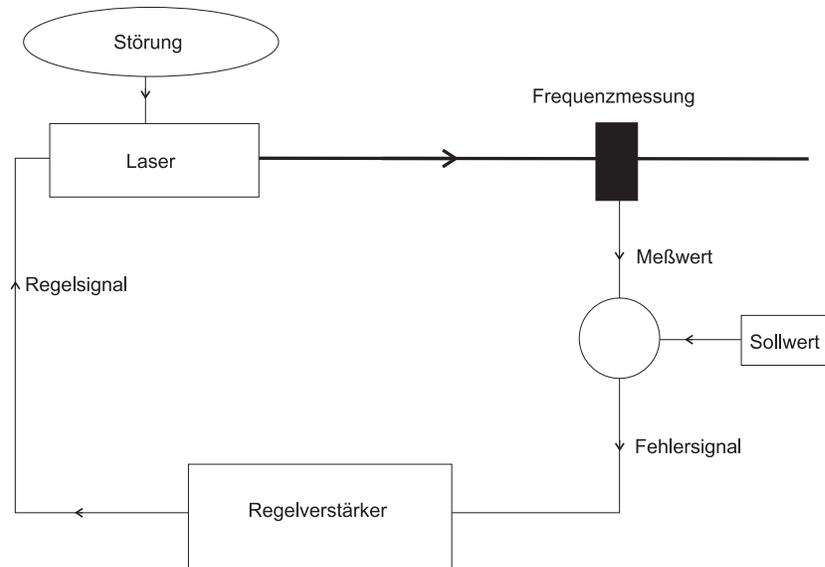


Abbildung 3.5: Schematischer Regelkreis

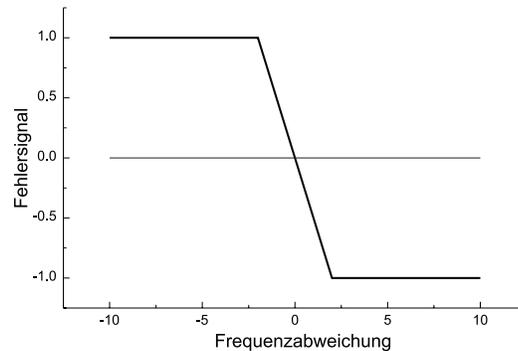


Abbildung 3.6: Ein ideales Fehlersignal

3.2.2 FM-Spektroskopie

Eine Möglichkeit der „gewöhnlichen“ *Spektroskopie* ist, eine Gaszelle mit Laserlicht zu durchleuchten, dabei die optische Frequenz des Lichts kontrolliert zu verstimmen und hinter der Gaszelle die Lichtintensität mit einem Photodetektor zu messen.

Es gibt noch andere Arten der optischen Spektroskopie, z.B. die Beobachtung der Fluoreszenzintensität in Abhängigkeit von der Wellenlänge des eingestrahnten Lichts oder die Analyse des Spektrums der Resonanzfluoreszenz

(vgl. Kapitel 7). Dieser Abschnitt beschränkt sich jedoch auf den Modellfall der Transmission durch ein Gaszelle.

Bei der *Frequenzmodulationsspektroskopie* (kurz: *FM-Spektroskopie*) wird die Frequenz des Laserlichts mit einer bestimmten Frequenz Ω (typisch im Radiofrequenzbereich) moduliert. Man schickt dieses Licht durch die Gaszelle, verstimmt es dabei kontrolliert und detektiert das transmittierte Licht. Dieses Signal kann nun durch geeignete elektronische Verfahren frequenz- und phasensensitiv gemessen werden. Ein Vorteil ist, daß bei der Modulationsfrequenz Ω das technische Rauschen (vgl. Kapitel 4), dessen Beitrag mit $1/\Omega$ geht, sehr klein ist. Abbildung 3.7 zeigt schematisch einen experimentellen Aufbau zur FM-Spektroskopie.

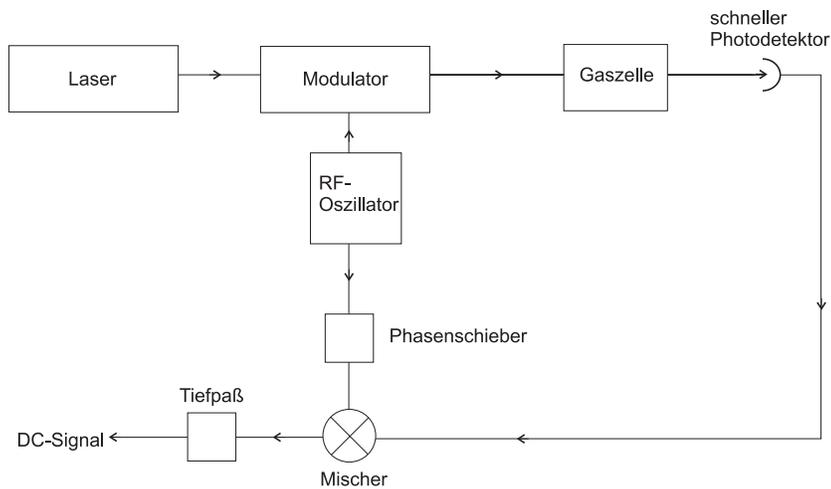


Abbildung 3.7: Typischer experimenteller Aufbau für die FM-Spektroskopie: Dem einmodigen Laserlicht werden in einem Modulator, der von einem Quarzoszillator betrieben wird, Seitenbänder aufgeprägt. Es läuft dann durch die Gaszelle wird detektiert und in einem Mischer mit anschließendem Tiefpaß demoduliert.

Ein Lichtfeld mit sinusförmig modulierter Phase kann durch

$$E(t) = E_0 e^{i(\omega t + M \sin \Omega t)} \quad (3.16)$$

beschrieben werden. ω ist die Trägerfrequenz, M der sogenannte Modulationsindex und Ω die Modulationsfrequenz. Wird dieser Ausdruck in eine Fourierreihe entwickelt, findet man

$$E(t) = E_0 e^{i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(M) e^{in\Omega t}. \quad (3.17)$$

mit den Besselfunktionen $J_n(M)$ als Koeffizienten. Für $M \ll 1$ können bis auf die Terme mit $n = 0, -1, +1$ alle anderen vernachlässigt werden. Das ergibt

$$E(t) = E_0 [J_{-1}(M) e^{i(\omega-\Omega)t} + J_0(M) e^{i\omega t} + J_1(M) e^{i(\omega+\Omega)t}]. \quad (3.18)$$

Das modulierte Licht besteht also aus einem starken Träger bei der ursprünglichen Laserfrequenz ω , der von Seitenbändern bei den Frequenzen $(\omega - \Omega)$ und $(\omega + \Omega)$ begleitet wird (vgl. Abb. 3.8).

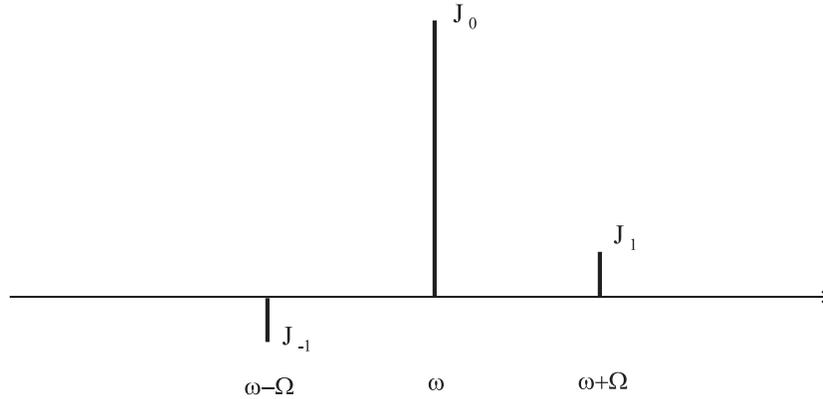


Abbildung 3.8: Der Träger und die Seitenbänder im Frequenzraum

Fällt dieses Licht direkt auf einen Photodetektor, liefert er einen Strom proportional zur Intensität des Lichts, d.h. $I(t) \sim |E(t)|^2$. Im Falle des modulierten Lichts müßte man eine Schwebung mit der Frequenz Ω beobachten können, die durch die Überlagerung der Seitenbänder mit dem Träger entsteht. Nun ist aber das Schwebungssignal des einen Seitenbandes wegen $J_{-1} = -J_1$ zum Schwebungssignal des anderen Seitenbandes um π phasenverschoben. Daher heben sich die beiden Schwebungen auf. Es gibt eine Schwebung bei 2Ω , die jedoch vernachlässigbar ist.

Erst ein Objekt im Strahl, das die Amplitude und die Phase des Lichts frequenzabhängig verändert, stört die Balance der Seitenbänder und führt zu einer Schwebung bei der Modulationsfrequenz. Das Objekt ist hier die Gaszelle mit wellenlängenabhängigem Absorptionsvermögen, das den Lichtstrahl

abschwächt, und mit wellenlängenabhängigem Brechungsindex (Dispersion), der dem Licht einen Phasenschub gibt. Die Wirkung der Gaszelle auf das Licht kann durch die Transmissionsfunktion

$$T(\omega) = e^{-\delta(\omega) - i\phi(\omega)} \quad (3.19)$$

beschrieben werden, wobei $\delta(\omega)$ die Abschwächung und $\phi(\omega)$ die Phasenverschiebung beschreibt. Im Folgenden werden die Kurzschreibweisen $T_- := T(\omega - \Omega)$, $T_0 := T(\omega)$, $T_+ := T(\omega + \Omega)$ und $J_n := J_n(M)$ verwendet. So ist das transmittierte Lichtfeld gegeben durch

$$E_{tr}(t) = E_0 e^{i\omega t} [-T_- J_1 e^{-i\Omega t} + T_0 J_0 + T_+ J_1 e^{i\Omega t}]. \quad (3.20)$$

Will man nun die Intensität des transmittierten Lichts $|E_{tr}(t)|^2$ berechnen, muß man einige Näherungen zulassen, um zu einem einfachen Ergebnis zu kommen [25] [26]: Terme, die J_1^2 enthalten, werden als quadratisch klein vernachlässigt. Weiters wird angenommen, daß $|\delta_0 - \delta_{\pm}|$ und $|\phi_0 - \phi_{\pm}|$ alle $\ll 1$ sein um einige Ausdrücke nähern zu können, wie etwa $\exp(\delta_0 - \delta_+) \approx 1 + (\delta_0 - \delta_+)$. Daraus folgt dann

$$\begin{aligned} |E_{tr}(t)|^2 = E_0^2 e^{-2\delta_0} & \quad [J_0^2 + 2J_1 J_0 (\delta_- - \delta_+) \cos \Omega t \\ & \quad + 2J_1 J_0 (\phi_+ + \phi_- - 2\phi_0) \sin \Omega t]. \end{aligned} \quad (3.21)$$

In diesem Ausdruck steht die Intensität des Trägers ($\sim J_0^2$), die durch die Schwebung mit der Amplitude $\sim J_1 J_0$ und der Frequenz Ω moduliert wird. Das Schwebungssignal besteht aus einem cosinusabhängigen Teil, der proportional der Differenz der Amplitudenverluste der beiden Seitenbänder ist, und aus einem Sinusabhängigem Teil der proportional der Differenz der Phasenschübe des Trägers und dem Mittelwert der Phasenschübe der Seitenbänder ist. Durch phasenempfindliche Detektion des Schwebungssignals in einem Mischer können beide Schwebungskomponenten getrennt gemessen werden.

Der Mischer multipliziert das gemessene Signal mit einem Signal proportional zu $\sin(\Omega t + \theta)$, das aus dem Oszillator kommt, der auch den Modulator betreibt, und dessen Phase θ durch einen Phasenschieber frei wählbar ist (vgl. Abbildung 3.7). Der konstante Anteil des Trägers wird nun weggelassen und die Koeffizienten der oszillierenden Anteile mit A und B bezeichnet. Mathematisch passiert im Mischer dann folgende Multiplikation:

$$\begin{aligned}
I &\sim [A \cos(\Omega t) + B \sin(\Omega t)] \cdot \sin(\Omega t + \theta) \\
&= \left[\frac{B}{2} - \frac{B}{2} \cos(2\Omega t) + \frac{A}{2} \sin(2\Omega t) \right] \cos \theta \\
&\quad + \left[\frac{A}{2} + \frac{A}{2} \cos(2\Omega t) + \frac{B}{2} \sin(2\Omega t) \right] \sin \theta
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Es gibt also Gleichspannungsanteile und Terme, die mit der Frequenz 2Ω schwingen. Schaltet man nach dem Mischer einen Tiefpaß, bleibt nur noch

$$I \sim B \cos \theta + A \sin \theta \sim (\phi_+ + \phi_- - 2\phi_0) \cos \theta + (\delta_- - \delta_+) \sin \theta \tag{3.23}$$

übrig. Durch Einstellen der Phase θ kann man nun wählen, ob man A , B oder eine Linearkombination beider Größen messen will.

Einen Eindruck davon, wie diese Signale aussehen, erhält man, wenn man das spektrale Verhalten der Gaszelle durch eine Lorentzkurve modelliert [25]. Die Absorption und die Dispersion aus Gleichung 3.19 sind dann

$$\delta(\omega) = \delta_{max} \left(\frac{\Gamma^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2} \right) \tag{3.24}$$

und

$$\phi(\omega) = \delta_{max} \left(\frac{(\omega - \omega_0)\Gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2} \right), \tag{3.25}$$

wobei ω_0 die Resonanzfrequenz der Gasatome und Γ die halbe Linienbreite bei halber Höhe des Maximums (HWHM) ist. Abbildung 3.9 zeigt die Absorptions- und Dispersionskurve des Gases. Die Absorption wurde auf $\delta_{max} = 1$ normiert, und auf der Frequenzachse ist die Verstimmung $\Delta = \omega - \omega_0$ in Einheiten der vollen Linienbreite 2Γ aufgetragen.

Werden die Funktionen 3.24 und 3.25 in Gleichung 3.23 eingesetzt, sehen die Signale für die Werte $\theta = 90^\circ$ und $\theta = 0^\circ$ aus wie in den Abbildungen 3.10 und 3.11. Als Modulationsfrequenz wurde hier $\Omega = 10 \cdot 2\Gamma$ gewählt. Im ersten der beiden Bilder erkennt man zweimal die Absorptionslinie des Gases wieder, wenn die beiden Seitenbänder – um 2Ω voneinander entfernt – über die Resonanzfrequenz ω_0 des Gases laufen. In Bild 3.11 ist insgesamt dreimal eine dispersive Kurve zu sehen. Der Ausdruck lautet

$$I \sim (\phi_+ + \phi_- - 2\phi_0) \sim -\frac{2\Gamma\Delta\Omega^2(3\Gamma^2 - \Delta^2 + \Omega^2)}{(\Gamma^2 + \Delta^2)[\Gamma^2 + (\Delta + \Omega)^2][\Gamma^2 + (\Delta - \Omega)^2]} \tag{3.26}$$

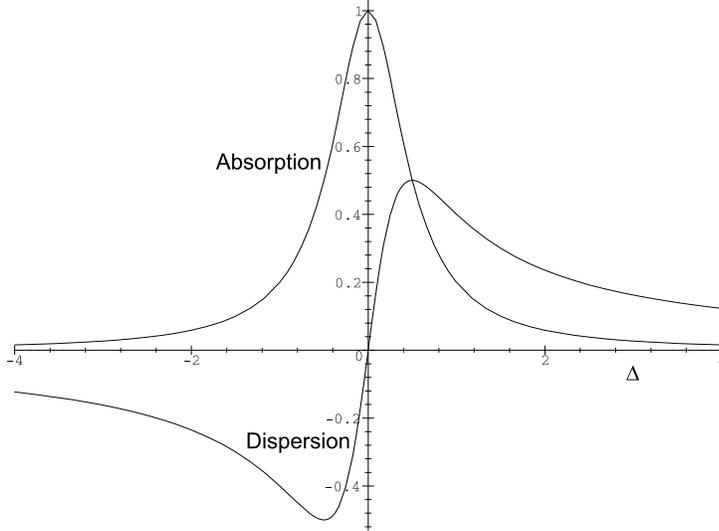


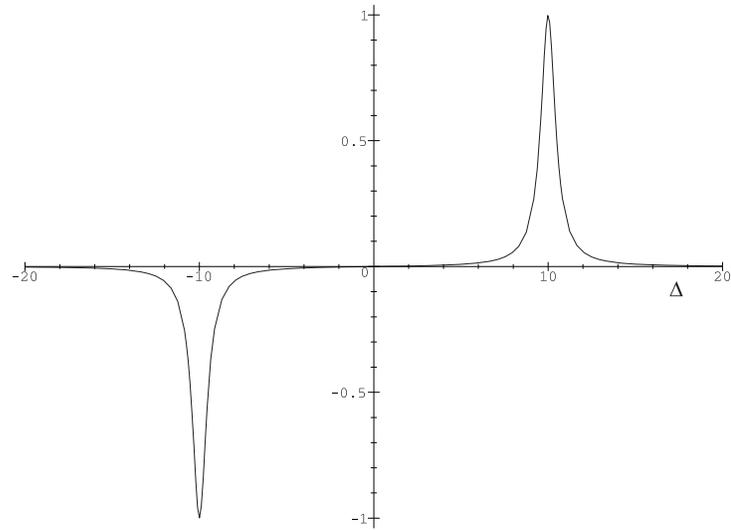
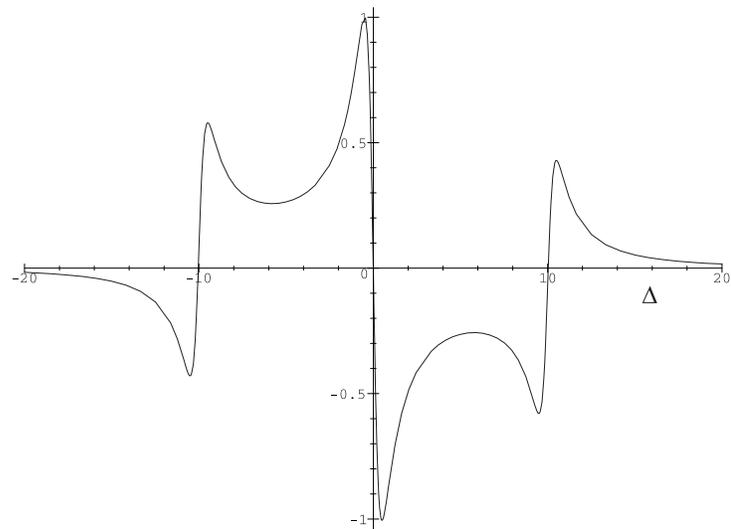
Abbildung 3.9: Absorptions- und Dispersionskurve des Gases

Dieses Signal hat einen steilen Nulldurchgang bei der Resonanzfrequenz, ist im Frequenzintervall $(\omega_0 - \Omega, \omega_0)$ positiv und in $(\omega_0, \omega_0 + \Omega)$ negativ. Es kommt also dem idealen Fehlersignal (Abbildung 3.6) in einer Umgebung von $\Delta = 0$ sehr nahe. Der dispersive Anteil eines durch FM-Spektroskopie gewonnenen Signals ist daher gut als Fehlersignal für die Frequenzstabilisierung eines Lasers geeignet. Tatsächlich werden Laser mittels dieser Technik auf langzeitstabile atomare oder molekulare Referenzfrequenzen stabilisiert.

3.2.3 Pound-Drever-Hall-Regelung

Für Stabilisierungen im Kurzzeitbereich eignen sich optische Resonatoren und nach dem Ausflug in die FM-Spektroskopie ist die Frequenzstabilisierung nach dem Pound-Drever-Hall-Verfahren (kurz PDH-Stabilisierung) [27, 28] leicht zu verstehen.

Frequenzmoduliertes Licht wird in einen optischen Fabry-Perot-Resonator (siehe Anhang A) eingekoppelt, der *reflektierte Anteil* wird detektiert und das demodulierte Dispersionssignal als Fehlersignal für die Regelung verwendet (Abbildung 3.14). Die Herleitung folgt nicht ganz der aus Abschnitt 3.2.2, da anstelle der Transmissionsfunktion der Gaszelle (Gleichung 3.19) die *Reflexionsfunktion* $R(\omega)$ des Resonators, die ebenso explizit berechenbar ist, verwendet wird [29]. Sie lautet (vgl. Gleichung A.5)

Abbildung 3.10: Absorptives FM-Signal ($\theta = 90^\circ$)Abbildung 3.11: Dispersives FM-Signal ($\theta = 0^\circ$)

$$R(\omega) = r \frac{1 - e^{i\varphi}}{1 - r^2 e^{i\varphi}}. \quad (3.27)$$

r ist das Amplitudenreflexionsvermögen jedes der beiden Spiegel und

$$\varphi = \frac{2L}{\lambda} 2\pi = 2L \frac{\omega}{c} \quad (3.28)$$

die Phasenänderung nach einem Umlauf des Lichts der optischen Frequenz ω im Resonator. Die Resonanzbedingung für den Resonator lautet

$$\varphi_r = 2L \frac{\omega_r}{c} = m2\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (3.29)$$

ω_r ist die m -te Resonanzfrequenz des Resonators. Bei hochreflektierenden Spiegeln (d.h. $1 - r^2 \ll 1$) und daraus folgenden schmalen Resonanzlinien untersucht man den Resonator nur in der Nähe der Resonanzen und kann, da $\varphi - \varphi_r$ klein ist, die Näherung

$$e^{i\varphi} = e^{i(\varphi - \varphi_r)} \approx 1 + i2L \frac{\Delta}{c} \quad (3.30)$$

mit dem Verstimmungsparameter $\Delta = \omega - \omega_r$ verwenden. Einsetzen in Gleichung 3.27 ergibt als Reflexionsfunktion in Abhängigkeit von der Verstimmung

$$R(\Delta) = \frac{\Delta(\Delta - i\Gamma)}{r(\Delta^2 + \Gamma^2)} \quad (3.31)$$

mit der halben Linienbreite (HWHM) des Resonators (vgl. A.7):

$$\Gamma = \frac{1 - r^2}{r} \frac{c}{2L} \quad (\text{in rad/s}) \quad (3.32)$$

Für das frequenzmodulierte Licht aus Gleichung 3.18 erhält man als reflektierten Anteil analog zu Gleichung 3.20

$$E_r(t) = E_0 e^{i\omega t} [-R_- J_1 e^{-i\Omega t} + R_0 J_0 + R_+ J_1 e^{i\Omega t}] \quad (3.33)$$

und für die Intensität

$$\begin{aligned} |E_r|^2 &= E_0^2 J_0 J_1 e^{i\Omega t} \frac{2\Omega\Delta}{r^2} \frac{i\Omega\Gamma(\Gamma^2 - \Delta^2 + \Omega^2) + \Gamma^2(\Gamma^2 + \Delta^2 + \Omega^2)}{(\Gamma^2 + \Delta^2)[\Gamma^2 + (\Delta + \Omega)^2][\Gamma^2 + (\Delta - \Omega)^2]} + c.c. \\ &= E_0^2 J_0 J_1 \frac{4}{r^2} \\ &\quad \cdot \left[\frac{\Delta\Omega\Gamma^2(\Gamma^2 + \Delta^2 + \Omega^2)}{(\Gamma^2 + \Delta^2)[\Gamma^2 + (\Delta + \Omega)^2][\Gamma^2 + (\Delta - \Omega)^2]} \cos(\Omega t) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Delta\Omega^2\Gamma(\Gamma^2 - \Delta^2 + \Omega^2)}{(\Gamma^2 + \Delta^2)[\Gamma^2 + (\Delta + \Omega)^2][\Gamma^2 + (\Delta - \Omega)^2]} \sin(\Omega t) \right], \end{aligned} \quad (3.34)$$

Hier tauchen wieder ein Sinus- und ein Cosinus-Abhängiger Teil im Schwingungssignal auf (vgl. Gleichung 3.21). Nach Mischer und Tiefpaß bleiben wie in Gleichung 3.23 ein absorptiver und ein dispersiver Anteil übrig:

$$I \sim \frac{\Delta\Omega\Gamma^2(\Gamma^2 + \Delta^2 + \Omega^2)}{(\Gamma^2 + \Delta^2)[\Gamma^2 + (\Delta + \Omega)^2][\Gamma^2 + (\Delta - \Omega)^2]} \sin \theta - \frac{\Delta\Omega^2\Gamma(\Gamma^2 - \Delta^2 + \Omega^2)}{(\Gamma^2 + \Delta^2)[\Gamma^2 + (\Delta + \Omega)^2][\Gamma^2 + (\Delta - \Omega)^2]} \cos \theta \quad (3.35)$$

Abbildung 3.12 zeigt den absorptiven Anteil, der in der Nähe von $\Delta = 0$ eine Struktur zeigt, die man in Abbildung 3.10 bei der FM-Spektroskopie an der Gaszelle nicht findet. Für die Regelung ist diese Kurve jedoch ohne Bedeutung.

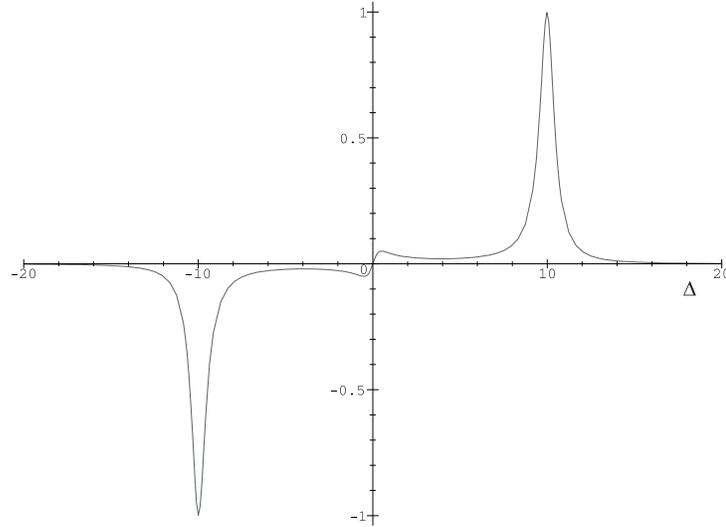


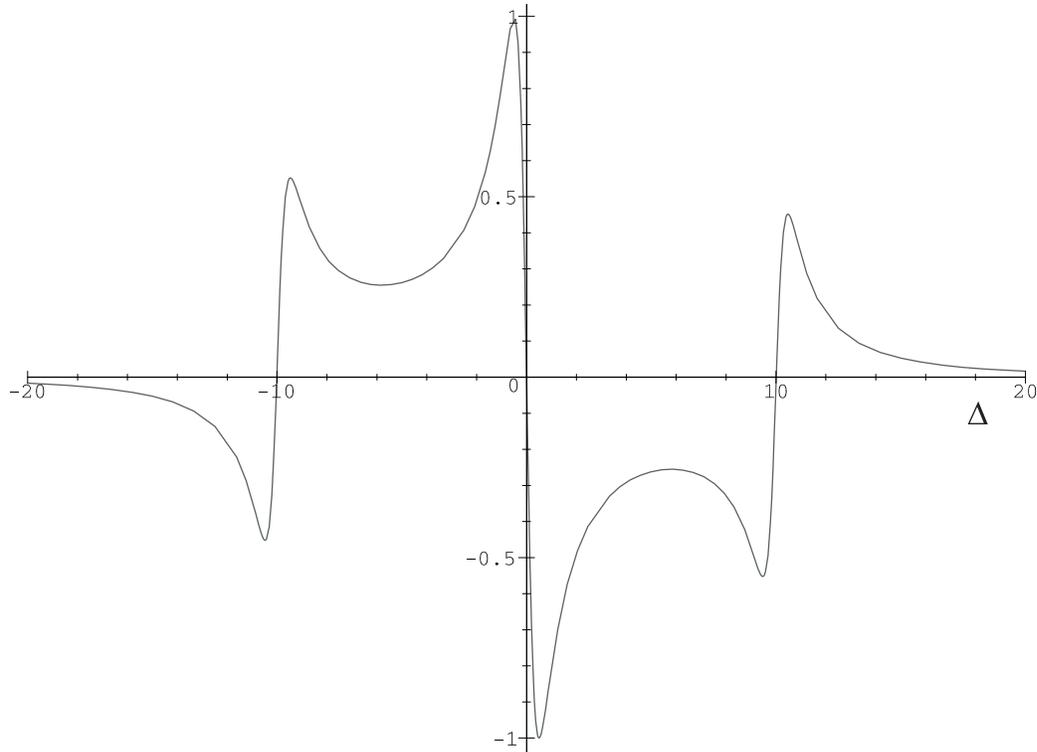
Abbildung 3.12: Absorptives PDH-Signal ($\theta = 90^\circ$)

Auch hier wurde der Maximalwert auf 1 normiert, auf der Frequenzachse die Verstimmung $\Delta = \omega - \omega_0$ in Einheiten der vollen Linienbreite 2Γ aufgetragen und als Modulationsfrequenz $\Omega = 10 \cdot 2\Gamma$ gewählt.

Der dispersive Anteil

$$I \sim -\frac{\Delta\Omega^2\Gamma(\Gamma^2 - \Delta^2 + \Omega^2)}{(\Gamma^2 + \Delta^2)[\Gamma^2 + (\Delta + \Omega)^2][\Gamma^2 + (\Delta - \Omega)^2]} \quad (3.36)$$

ist in Abbildung 3.13 dargestellt und unterscheidet sich kaum vom Ergebnis der FM-Spektroskopie an der Gaszelle (Gleichung 3.26 und Abbildung 3.11).

Abbildung 3.13: Dispersives PDH-Fehlersignal ($\theta = 0^\circ$)

Dieses Signal wird für die Regelung als Fehlersignal verwendet. Die Steigung s der Kurve bei der Resonanz

$$s_{(\Delta=0)} = -\frac{1}{\Gamma} + \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \Omega^2} \quad (3.37)$$

konvergiert für $\Omega \gg \Gamma$ gegen $-1/\Gamma$, ist also dann von Ω unabhängig. Der Einfangbereich, also der Bereich in dem das Fehlersignal das richtige Vorzeichen für die Regelung hat ist das Intervall $(\omega - \Omega, \omega + \Omega)$. Die Unabhängigkeit von Einfangbereich und Steigung des Fehlersignals ist einer der wesentlichen Vorteile der PDH-Regelung gegenüber anderen Verfahren. Den schematischen experimentellen Aufbau für eine PDH-Regelung zeigt Abbildung 3.14. Das Laserlicht läuft durch einen elektrooptischen Modulator und trifft nach einem $\lambda/4$ -Plättchen auf den Resonator. Der reflektierte Anteil passiert ein zweites mal das $\lambda/4$ -Plättchen. Die Polarisation des reflektierten Lichts ist nun um 90° zum einfallenden Licht gedreht und es kann daher mit einem Polarisationsstrahlteiler auf eine schnelle Photodiode gelenkt werden. Das Signal

wird bei Ω demoduliert und wir erhalten bei geeignet eingestellter Phase θ das gewünschte Fehlersignal (Abbildung 3.13). Es ist hier aufgetragen als die elektrische Spannung am Ausgang des Mixers, die im linearen Bereich um $\Delta = 0$ proportional zur Frequenzabweichung des Lasers vom Referenzresonator ist. Dieses Fehlersignal wird vom Regelverstärker in ein Regelsignal verarbeitet, das dann am Diodenlaser die entsprechenden Frequenzänderungen bewirkt.

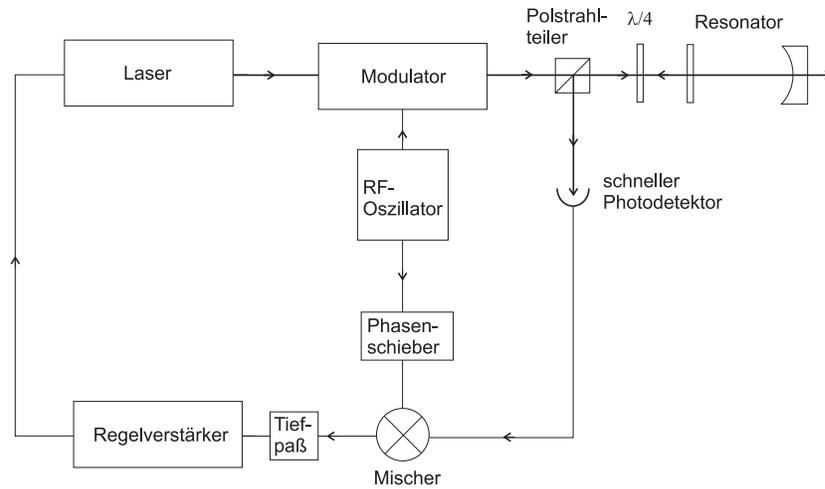


Abbildung 3.14: PDH-Regelung

Kapitel 4

Beschreibung der Stabilität eines Oszillators

Dieses Kapitel soll zeigen, wie man die Stabilität eines Oszillators beziehungsweise deren Störungen beschreiben kann und wie diese mathematischen Modelle helfen, Stabilitätsmessungen sinnvoll zu interpretieren.

Einen idealen harmonischen Oszillator kennzeichnet eine *konstante Frequenz*. Bei der experimentellen Realisierung eines Oszillators – das könnte ein schwingender Quarzkristall in einer Uhr oder ein Laser in einem Spektroskopieexperiment sein – tritt eine Reihe von Fehlern auf, die die Frequenzgenauigkeit beeinträchtigen. Es gibt also fluktuierende Abweichungen der „experimentellen Frequenz“ vom Idealwert.

Informationen über die Frequenzstabilität erhält man durch den Vergleich des Oszillators mit einer Referenz. Die Grenzen der Stabilität heute bekannter Referenzen sind in der folgenden Tabelle angeführt.

Methode	Frequenzbereich	Frequenzstabilität (langzeitig)
Cäsium-Uhr	GHz	10^{-14}
Quarz-Uhr	MHz	10^{-11}
optische Frequenzanalysatoren	$0,6 \cdot 10^{15}$ Hz	10^{-14}

Die Stabilität wird im Frequenzbereich am besten durch die spektrale Frequenzfluktuationsdichte (Abschnitt 4.2), im Zeitbereich durch die Allan-Varianz (Abschnitt 4.4) beschrieben. Das physikalische Phänomen, das untersucht wird, könnte man „das Rauschen der Frequenz“ nennen.

4.1 Frequenzfluktuationen

Die Auslenkung eines idealen Oszillators ist durch $A(t) = A_0 e^{i\omega_0 t}$ mit konstanter Kreisfrequenz ω_0 und konstanter Amplitude A_0 gegeben. Die Amplitude und die Frequenz eines realen Oszillators sind Schwankungen unterworfen. Die Amplitudenmodulationen werden hier vernachlässigt. Unter diesen Bedingungen kann ein Oszillator durch

$$A(t) = A_0 e^{i(\omega_0 t + \varphi(t))} \quad (4.1)$$

beschrieben werden. Die absolute Phase und Frequenz zum Zeitpunkt t sind:

$$\Phi(t) = \omega_0 t + \varphi(t) \quad (4.2)$$

und

$$\omega(t) = \frac{d}{dt}\Phi(t) = \omega_0 + \dot{\varphi}(t) = 2\pi\nu_0 + 2\pi\Delta\nu(t) \quad (4.3)$$

Wobei mit ν bezeichnete Frequenzen in Hz angegeben werden und $\omega_0 \gg |\dot{\varphi}(t)|$ gelten soll. Es wird also vorausgesetzt, daß die momentane Frequenz nur wenig vom Mittelwert ν_0 abweicht. Im folgenden wird die *normierte Frequenzfluktuation*

$$y(t) := \frac{\dot{\varphi}(t)}{\omega_0} = \frac{\Delta\nu(t)}{\nu_0} \quad (4.4)$$

verwendet.

4.2 Beschreibung im Frequenzbereich

Die Autokorrelationsfunktion der Frequenzfluktuation sei definiert als

$$R_y(\tau) := \langle y^*(t)y(t+\tau) \rangle_t := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T y^*(t)y(t+\tau) dt. \quad (4.5)$$

Die Fouriertransformierte dieser Funktion

$$S_y(f) := \mathcal{F}R_y(\tau) := \int_{-\infty}^{+\infty} R_y(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (4.6)$$

nennt man *normierte spektrale Frequenzfluktuationdichte*. Wenn durch den Kontext klar wird, was gemeint ist, kann man kurz auch vom (Frequenz-) *Rauschspektrum* sprechen.

Die Beziehung zwischen Frequenzfluktuationen und Phasenfluktuationen ist [33]

$$S_\varphi(f) = \left(\frac{\nu_0}{f}\right)^2 S_y(f). \quad (4.7)$$

Bei der Betrachtung von Frequenzfluktuationen muß man zwischen stochastischem und deterministischem Rauschen unterscheiden. Letzteres tritt in der Form von systematischen Driften auf. Rein statistisches Rauschen ist stationär, das heißt die zeitlich gemittelten Rauschgrößen ändern sich nicht mit der Zeit. Dies bedeutet auch, daß es im stationären Fall keine Driften gibt. Da reale Messungen nicht unendlich lange dauern, können Schwankungen mit sehr kleinen Frequenzen nicht erkannt werden. Das Datenaufnahmesystem besitzt also ein Hochpaßverhalten. Andererseits ist dem Erkennen hoher Frequenzen durch eine endliche zeitliche Auflösung (Totzeit) des Meßsystems eine Grenze gesetzt. Die Fourierfrequenzen, bei denen sinnvolle Aussagen über die spektrale Dichte getroffen werden können, sind daher bei einer Messung durch eine untere und eine obere Grenzfrequenz beschränkt. Da $y(t)$ bei einer Messung nur in einem endlichen Zeitintervall T analysiert werden kann, ist es möglich, unter der Annahme, daß das Rauschen mit T periodisch ist, dieses in eine Fourierreihe zu zerlegen [31]:

$$y(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n e^{in\frac{t}{T}} + c.c. \quad \text{wobei} \quad a_n = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) e^{in\frac{t}{T}} dt \quad (4.8)$$

Einsetzen dieser Gleichung in Gleichung 4.6 führt auf:

$$S_y(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |a_n|^2 \delta\left(f - \frac{n}{T}\right) \quad (4.9)$$

Man kann statt dessen auch schreiben:

$$S_y(f) = |\mathcal{F}y(t)|^2 \quad (4.10)$$

Die spektrale Frequenzfluktuationsdichte ist also das Betragsquadrat der Fourierkomponenten des Rauschens. Nicht mit der spektralen Frequenzfluktuationsdichte verwechseln darf man die *spektrale Rauschleistungsdichte* (Abschnitt 4.5)

4.3 Modell des Rauschens

Die gemessenen Frequenzfluktuationen können auf ihre Ursachen hin untersucht werden, wenn ein phänomenologisches Modell des Rauschens verwendet wird, wonach sich dieses aus fünf additiven Rauschprozessen zusammensetzt [32].

$$y(t) = \sum_{\beta=-2}^2 y_{\beta}(t) \quad (4.11)$$

Das Rauschspektrum besteht aus fünf frequenzabhängigen Summanden

$$S_y(f) = h_{-2} \frac{1}{f^2} + h_{-1} \frac{1}{f} + h_0 + h_1 f + h_2 f^2 = \sum_{\beta=-2}^2 h_{\beta} f^{\beta} \quad (4.12)$$

Wobei h_{-2}, h_{-1}, h_0, h_1 und h_2 Konstanten sind. Man könnte dies einen endlichen Potenzreihenansatz mit den Potenzen -2 bis $+2$ nennen. Die fünf Rauschprozesse werden nun folgendermaßen beschrieben:

- $S_y(f) \sim f^2$: weißes Phasenrauschen
Gleichung 4.7 zeigt, daß das entsprechende Phasenrauschen $\sim \text{const}$ ist, also weißem Rauschen entspricht. Das erklärt die Namensgebung. Es dominiert bei hohen Frequenzen. Im optischen Bereich ist es eine Folge des Quantenrauschens. Es wird erst bei Frequenzen von einigen zehn MHz wichtig.
- $S_y(f) \sim f^1$: Flackern der Phase
Das entsprechende Phasenrauschen geht mit f^{-1} (Gleichung 4.7). Ein solches Verhalten nennt man Flackern. Die Ursache ist unbekannt. Es tritt in Transistoren auf, im Frequenzbereich ab MHz.

- $S_y(f) \sim f^0$: weißes Frequenzrauschen
Schrotrauschen, im Frequenzbereich von Hz bis MHz, größter Anteil des Rauschens.
- $S_y(f) \sim f^{-1}$: Flackern der Frequenz oder „ $1/f$ -Rauschen“
Die Ursache ist unbekannt. Es tritt in elektronischen Schaltungen auf und ist bei Frequenzen von Hz bis ca. 100 kHz ein wichtiger Rauschbeitrag.
- $S_y(f) \sim f^{-2}$: Driften
Meist handelt es sich um thermische Driften im Zeitbereich von Sekunden bis Tagen. Die englische Bezeichnung „random walk frequency noise“ für diese Art von Driften beschreibt deren Charakter besser. Es handelt sich hier nämlich nicht um lineare Driften, denn für diese existiert keine f -Abhängigkeit im Sinne von Gleichung 4.12. Lineare Driften werden bei der Beschreibung im Zeitbereich im Abschnitt 4.4 behandelt.

Das nächste Ziel ist nun, ein Verfahren zur Analyse des gemessenen Rauschens zu finden, das es erlaubt, die verschiedenen Rauschprozesse zu unterscheiden.

4.4 Beschreibung im Zeitbereich, Allan-Varianz

Bisher haben wir die zeitabhängigen Frequenzfluktuationen immer als kontinuierliche Funktion $y(t)$ betrachtet. Bei einer Messung nimmt man jedoch eine Reihe von Werten auf. Jeder Meßwert ist ein über ein Zeitintervall τ gemittelter Wert der physikalischen Größe $y(t)$:

$$y_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) dt \quad (4.13)$$

$\tau = t_{k+1} - t_k$ wird als Meßzeit bezeichnet. Durch wiederholte Messung erhält man ein Ensemble von N Meßwerten $\{y_1, y_2, \dots\}$. Die gesamte Meßzeit $T = N \cdot \tau$ heißt Meßdauer. Daraus kann man sich den Mittelwert und die Varianz – die mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert – berechnen:

$$\bar{y} := \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_k \quad (4.14)$$

$$\sigma_y^2 := \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (y_k - \bar{y})^2 \quad (4.15)$$

Die Wurzel aus der Varianz ist die Standardabweichung (Streuung) σ_y . Sie wird auch *y.r.m.s.* (engl. root mean square) genannt. Für größere N , d.h. längere Meßdauer, *divergiert* diese Größe, da langsame Driften zu einem größeren mittleren Abstand der Meßwerte y_k vom Mittelwert \bar{y} über alle Werte führen. In Abbildung 4.1 sieht man simulierte Rauschdaten (in beliebigen Einheiten) mit eingezeichnetem Mittelwert und Standardabweichung. Es ist deutlich zu erkennen, daß das „schnelle“ Rauschen alleine betrachtet, nur eine Standardabweichung von ≈ 1 hätte. Über die ganze Meßdauer gemittelt, ist der Abstand vom Mittelwert jedoch größer.

Im Frequenzbild kann man davon sprechen, daß die Standardabweichung bei niederen Frequenzen für $1/f$ -Rauschen und Driften divergiert. Statistiker sprechen bei diesem Phänomen gerne vom $1/f$ -Problem. Anders formuliert bedeutet dies: Je länger man mißt, desto wahrscheinlicher wird es, daß sich eine große Zahl von unwahrscheinlichen Fluktuationen in die gleiche Richtung aufaddieren. Noch länger zu messen hilft nicht, weil es unwahrscheinlich ist, daß sich das System in entgegengesetzter Weise zum ursprünglichen Zustand zurück entwickelt.

Eine Lösung dieses Problems schlugen Allan und Barnes [32] 1966 vor. Wenn man Meßpunkte, die zeitlich nahe beieinander liegen, nur mehr *miteinander* vergleicht (und nicht mehr mit dem Gesamtmittelwert), führt dies dazu, daß die Langzeitrauschprozesse das Ergebnis bei einer kurzen Meßzeit τ nicht mehr verfälschen. Weiters erlaubt nun das Verändern von τ , die Prozesse nach ihren Zeitskalen zu trennen. Bei der „normalen“ Varianz (Gleichung 4.15) ist dies nicht möglich, weil auch bei noch so kurzer Meßzeit τ immer \bar{y} (der Mittelwert über die gesamte Meßdauer) als Vergleichswert herangezogen wird.

Bei der sogenannten Allan-Varianz – genauer: Allan-Paar-Varianz – mittelt man über Differenzenquadrate. Die Allan-Varianz ist also definiert als

$$\sigma_y^2(\tau) := \frac{1}{2(N-1)} \sum_{k=1}^{N-1} (y_{k+1} - y_k)^2 \quad \text{mit} \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (4.16)$$

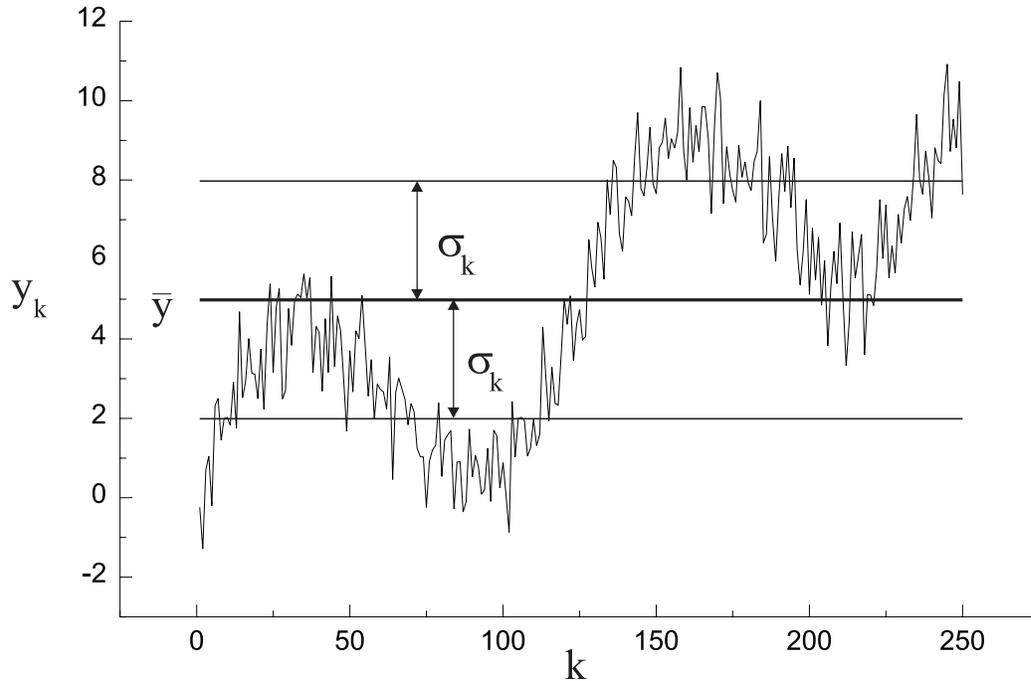


Abbildung 4.1: simulierte Rauschdaten mit Mittelwert und Standardabweichung. Das Rauschen besteht aus weißem Rauschen mit Gaußscher Verteilung, einer sinusförmigen Oszillation und einer linearen Drift

Abbildung 4.2 erklärt die Meßvorschrift für die Berechnung der Allan-Varianz. Durch N Messungen der Größe $y(t)$ jeweils über die Meßzeit $\tau = t_{k-1} - t_k$ erhält man den Datensatz $\{y_k\}$. Dann bildet man die Varianz benachbarter Werte $\sigma_{k,k+1}^2 = \frac{1}{2}(y_{k+1} - y_k)^2$ und mittelt über diese Paarvarianzen [34, 33].

Die Quadratwurzel der Allan-Varianz heißt Allan-Standardabweichung. Den gesamten Verlauf der Allan-Varianz erhält man aus der Auswertung von Datensätzen für unterschiedliche Meßzeiten τ .

Die mathematischen Zusammenhänge zwischen dem Rauschspektrum $S_y(f)$ und der Allan-Varianz $\sigma_y^2(\tau)$ werden in [34, 33] genauer behandelt. Die Berechnung erfolgt mit Hilfe der Transferfunktion

$$H_\tau(f) := \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{\pi f \tau}. \quad (4.17)$$

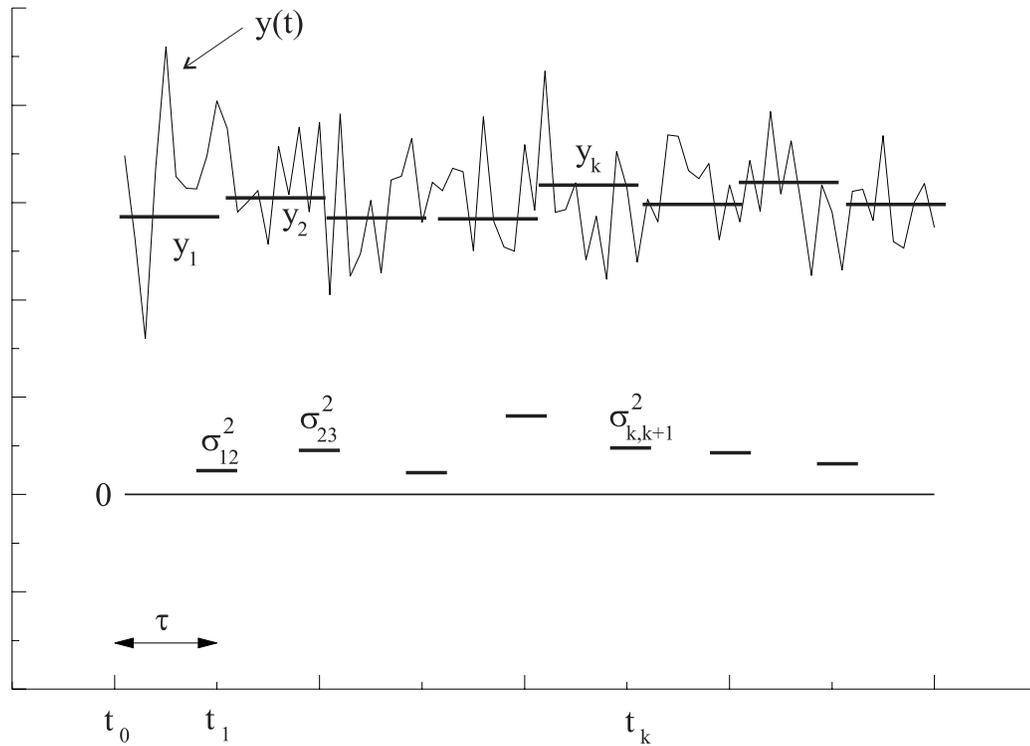


Abbildung 4.2: Meßvorschrift für die Allan-Varianz

Damit erhält man den Zusammenhang

$$\sigma_y^2(\tau) = \int_0^{\infty} S_y(f) |H_\tau(f)|^2 df. \quad (4.18)$$

Dieses Integral ist für die fünf Rauschprozesse analytisch lösbar. Die obere Grenzfrequenz des Datenaufnahmesystems wird mit f_c („cut off“-Frequenz) bezeichnet. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt.

Rauschprozeß	spektrale Dichte $S_y(f)$	Allan-Varianz $\sigma_y^2(\tau)$
weißes Phasenrauschen	$h_2 f^2$	$3h_2 f_c / 8\pi\tau^2$
Flackern der Phase	$h_1 f$	$3h_1 \ln(2\pi f_c \tau) / 4\pi^2 \tau^2$
weißes Frequenzrauschen	h_0	$h_0 / 2\tau$
technisches Rauschen	h_{-1} / f	$2h_{-1} \ln 2$
Driften	h_{-2} / f^2	$(2\pi^2 h_{-2} / 3)\tau$

Diese Auflistung erlaubt es, die einzelnen Rauschprozeße zu erkennen und zu quantifizieren.

Bei einer grafischen Darstellung trägt man die Allan-Standardabweichung σ gegen die Meßzeit τ auf, wobei beide Achsen logarithmisch aufgetragen werden. Im Kapitel 6 werden Messungen an einem realen Diodenlasersystem vorgestellt.

Hier sollen *simulierte* Rauschdaten untersucht werden, die den realen Messungen in Größenordnung und Dimensionen nahekommen. Die erzeugten Daten entsprechen einer Meßdauer von 50 ms mit einer minimalen Meßzeit τ_0 von 1 μ s. Das ergibt 50000 Meßpunkte. Die Werte $y_k = (1/\tau) \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Delta\nu(t) dt$ sind hier in diesem Simulationsbeispiel ein Maß für die *absoluten* Frequenzabweichungen des Oszillators (in MHz) von einer Referenzfrequenz. Das Rauschen setzt sich additiv aus den folgenden Anteilen zusammen:

Offset	5 MHz
weißes Rauschen	Gaußverteilt, Standardabweichung: 1 MHz
Sinusschwingung	Amplitude: 0,6 MHz, Frequenz: 40 kHz
lineare Drift	800 MHz/s

Abbildung 4.3 zeigt die daraus von τ_0 bis $\tau = 1$ ms (also 1000 τ -Werte) berechnete Allan-Standardabweichung.

Die Stabilitäteeigenschaften des untersuchten (simulierten) Oszillators können nun aus dem Graphen der Allan-Standardabweichung herausgelesen werden:

- **Kurzzeitbereich:**
Hier folgt der Graph der $\tau^{-1/2}$ -Linie für weißes Rauschen (Schrotrauschen). Bei der minimalen Meßzeit von 10^{-6} s hat die Allan-Varianz den Wert 1 (eben die Streuung des Gaußverteilten Rauschens), dann nimmt die Allan-Standardabweichung ab, da sich die Schwankungen mit wachsendem τ herausmitteln.
- **1/f-Bereich:**
Das simulierte Rauschen hat keinen 1/f-Anteil. Wäre er vorhanden, so würde man in der Allan-Standardabweichung einen horizontalen Bereich ($\sim \tau^0$) zwischen Lang- und Kurzzeitbereich finden.
- Die Kurve erreicht einen Minimalwert von etwa 10^{-1} MHz bei 10^{-4} s
- **Langzeitbereich:**
Die Kurve knickt bei 10^{-4} s nach oben, weil nach dieser Zeit die lineare Drift (Driftrate $d = 800$ MHz/s) zu einer Frequenzverschiebung von

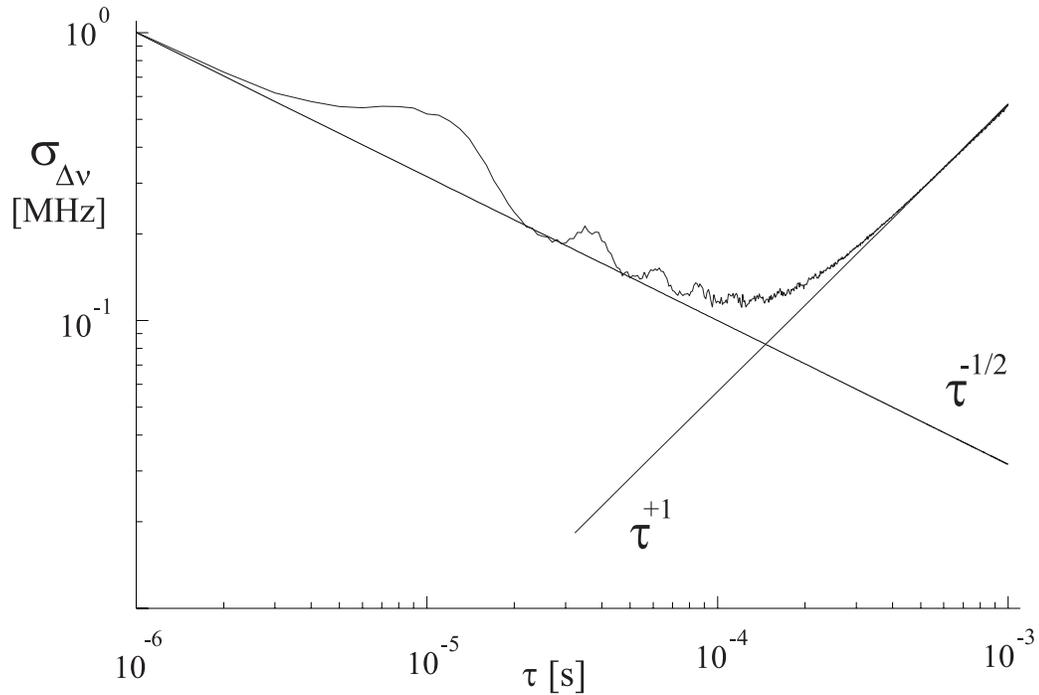


Abbildung 4.3: Allan-Standardabweichung berechnet aus simuliertem Rauschen.

$\approx 10^{-1}$ MHz geführt hat und somit in die Größenordnung der $\tau^{-1/2}$ -Linie bei dieser Meßzeit kommt. Hier werden die Rauschreduktionen, die durch längere Mittelungszeit zustande gekommen sind, durch die langsame Änderung der Mittelwerte selbst aufgehoben. Jetzt steigt die Allan-Standardabweichung mit $(d/\sqrt{2})\tau^{+1}$.

- sonstige Einflüsse:

Man sieht, daß bei $\tau = 10^{-5}$ s ein sanfter Buckel auftaucht, der sich mit kleinerer Amplitude noch ein paar mal wiederholt. Grund dafür ist die Schwingung mit $f = 40$ kHz, die dem Rauschen beigemischt wurde. Der erste Buckel tritt bei $1/(2f)$ auf.

4.5 Spektrale Leistungsdichte

In den vorhergehenden Abschnitten wurde gezeigt, wie zur Beschreibung der Frequenzstabilität eines Lasers, aus den *Frequenzfluktuationen* $y(t)$ die *spektrale Frequenzfluktuationendichte* $S_y(f)$ im Frequenzbereich und die *Allan-Varianz* $\sigma_y^2(\tau)$ im Zeitbereich bestimmt werden. Eine weitere oft verwendete

Größe ist die *spektrale Leistungsdichte* $S_E(\nu)$ des Laserlichts. Sie beschreibt die spektrale Linienform der Laserleistung im optischen Frequenzspektrum. Die spektrale Leistungsdichte ist über die Autokorrelationsfunktion des elektrischen Feldes des Lichts

$$R_E(\tau) := \langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle_t := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T E^*(t)E(t+\tau) dt \quad (4.19)$$

definiert als deren Fouriertransformierte

$$S_E(\nu) := \mathcal{F}R_E(\tau) := \int_{-\infty}^{+\infty} R_E(\tau) e^{-i2\pi\nu\tau} d\tau. \quad (4.20)$$

Wird die Fluktuation des Lasers von weißem Frequenzrauschen dominiert, kann das Rauschspektrum durch $S_y(f) = h_0$ beschrieben werden. Die spektrale Leistungsdichte ist dann durch eine Lorentz-Kurve gegeben [34].

$$S_E(\nu) = E_0^2 \frac{(h_0 \pi^2 \nu_0^2)^2}{(h_0 \pi^2 \nu_0^2)^2 + 4\pi^2 (\nu_0 - \nu)^2} \quad (4.21)$$

Wobei ν_0 die Zentralfrequenz ist. Unter der Bandbreite des Lasers versteht man nun die Halbwertsbreite der Emissionslinie im optischen Frequenzspektrum. Die Breite der Leistungsdichte ist hier

$$\delta\nu = \pi h_0 \nu_0^2. \quad (4.22)$$

Die Größe h_0 läßt sich aus der Allan-Varianz (vgl. Tabelle der Rauschprozesse)

$$\sigma_y^2 = \frac{h_0}{2\tau} \quad (4.23)$$

bestimmen.

Im Bereich des weißen Frequenzrauschens kann also die Emissionsbandbreite eines Lasers aus der Allan-Varianz bestimmt werden, wenn diese außerhalb des Bereiches nicht stark von weißem Rauschen abweicht.

Kapitel 5

Experimenteller Aufbau

5.1 Littman-Gitterstabilisierung

5.1.1 Betrieb der Laserdiode

Im Experiment wird eine Laserdiode der Firma SDL mit einer spezifizierten Leistung von 30 mW bei einem Strom von 103 mA und einer Wellenlänge von 650nm verwendet. Zur Stromversorgung der Laserdiode wurde anfangs ein kommerzielles Netzteil verwendet, das später durch einen Eigenbau ersetzt wurde. (Die genauen Bezeichnungen der einzelnen Geräte findet man in der Geräteliste) Die Anode und damit das Gehäuse der Laserdiode liegt dabei auf Masse. Der Schwellstrom der Diode liegt bei ca. 50 mA bei einer Temperatur von ca. 17°C. Beim Einsatz im Experiment wird die Laserdiode mit Strömen von 80-90 mA betrieben.

Für den Littman-Aufbau wurde als Laserdioden- und Kollimatorhalter das Laserdioden-Kollimator-System SK9648 der Firma Schäfter und Kirchhoff verwendet (Abbildung 5.1). Die Laserdiode ist in einem Kupferblock eingebaut, der von drei Peltierelementen gehalten wird. Diese sind sehr nahe an der Laserdiode und müssen nur den kleinen Kupferblock und die Diode selbst kühlen oder heizen. Im Kupferblock ist ein Temperaturfühler eingebaut. Die Temperatur kann mit einer geeigneten Regelelektronik im Bereich von 10°C bis 50°C stabilisiert werden. Der Kollimator mit einer Brennweite von 5 mm und einer numerischen Apertur von 0,5 kann mittels eines Feingewindes entlang der optischen Achse (x-Achse) verschoben und die Lage des Fokus verändert werden. Die Laserdiode kann mit drei Schrauben im Kupferblock in x-y-Richtung justiert und so auf die optische Achse des Kollimators zentriert werden.

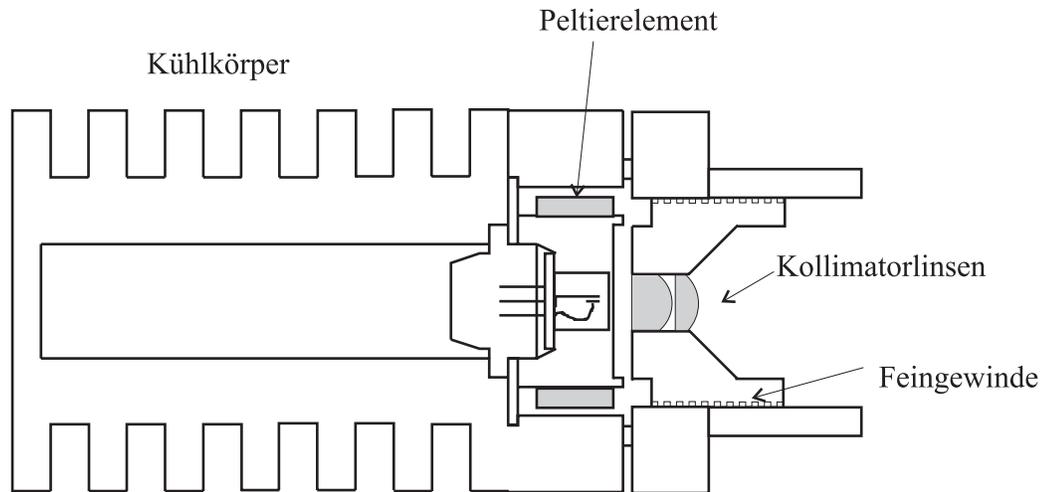


Abbildung 5.1: Diodenfassung und Kollimator

5.1.2 Der erweiterte Resonator

Für die Littman Anordnung [35] wird der oben beschriebene Laserdiodenhalter verwendet. Abbildung 5.2 zeigt den Aufbau. Aus der Frontfacette des

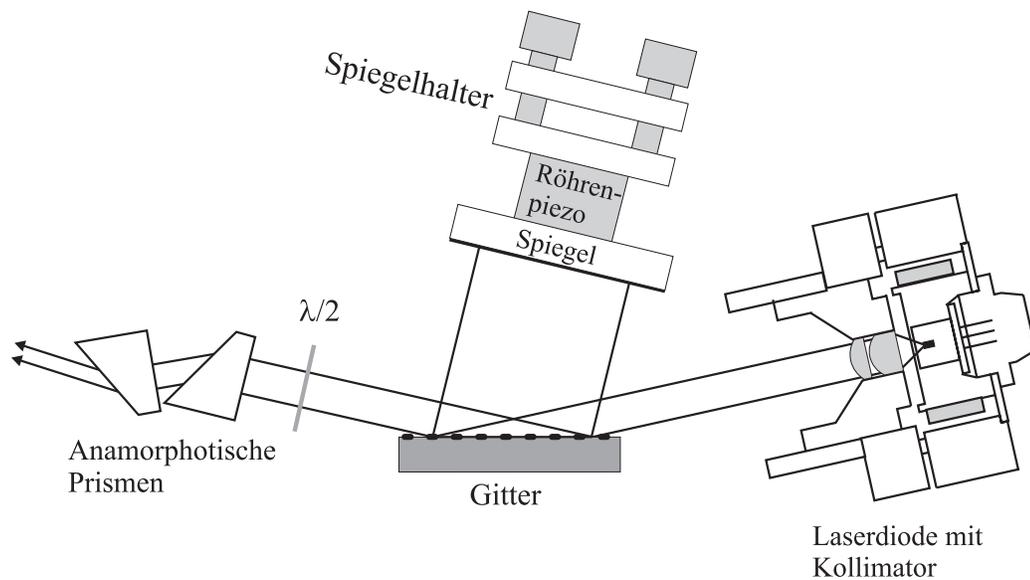


Abbildung 5.2: Littman-Aufbau

Laserdiodenkristalls tritt ein stark divergenter Lichtstrahl mit elliptischem

Querschnitt aus. Die Laserdiode ist so eingebaut, daß die große Hauptachse parallel zur Tischebene und die Polarisation des Lichts senkrecht dazu ist. Der Kollimator macht aus dem divergenten Strahl ein paralleles Strahlbündel, das in streifendem Einfall das etwa 2 cm lange holographische Gitter (1800 Striche pro mm) trifft. Es werden also rund $N = 36000$ Gitterlinien beleuchtet, woraus eine spektrale Auflösung $\Delta\lambda = \lambda_0/N = 0,018$ nm resultiert. Das Beugungsmaximum nullter Ordnung wird ausgekoppelt während das Licht in der ersten Beugungsordnung (etwa 15 % der Laserleistung) in Richtung des Spiegels läuft, von diesem in sich selbst und über das Gitter durch den Kollimator wieder in die Laserdiode zurückreflektiert wird. So entsteht der etwa 10,5 cm lange *erweiterte Resonator*, der auf der einen Seite vom Spiegel, auf der anderen Seite von der hinteren Facette des Halbleiterkristalls der Laserdiode begrenzt wird. Der Spiegel ist auf einem röhrenförmigen Piezotranslator (PZT) befestigt, mit dem die Länge des erweiterten Resonators in einem Bereich von ca. $2\ \mu\text{m}$ verändert werden kann. Das erlaubt modensprungfreies Verstimmen des Lasers über 1-2 GHz. Der Spiegel und Piezotranslator sind an einem Präzisionsspiegelhalter befestigt, mit dem der Winkel zwischen Gitter und Spiegel und damit die in die Laserdiode zurückgekoppelte Lichtwellenlänge im Bereich von einigen Nanometern eingestellt werden kann.

Die Polarisation des ausgekoppelten Lichts wird durch ein $\lambda/2$ -Plättchen von der senkrechten in die Richtung parallel zum optischen Tisch gedreht. Dann trifft das Licht im rechten Winkel auf die erste (entspiegelte) Fläche der anamorphotischen Prismen, wird an den weiteren Grenzflächen im Brewsterwinkel (ohne das $\lambda/2$ -Plättchen wäre die Polarisation parallel zu den Prismenflächen) gebrochen und dadurch horizontal verkleinert. Der Laserstrahl hat nun einen fast kreisförmigen Querschnitt.

Alle Bauteile in Abbildung 5.2 wurden auf eine 2,7 cm dicke Invar-Platte geklebt, um thermische Längenänderungen des Aufbaus zu minimieren. Der gesamte Aufbau ist in einer luftdichten Metallbox (mit einem Fenster für den Laserstrahl!) untergebracht, um Luftzirkulationen zu unterbinden und das System akustisch abzuschirmen. Nach den Verlusten im bisherigen Lichtweg (Kollimator, Gitter, Spiegel, $\lambda/2$ -Plättchen, Prismen) liefert der Laser beim Verlassen der Metallbox rund 10 mW Leistung bei 80 mA Diodenstrom.

5.2 Pound-Drever-Hall-Stabilisierung

Die Grundlagen für das Verständnis des Pound-Drever-Hall-Verfahrens zur Laserstabilisierung wurden im Kapitel 3 ausführlich behandelt. Hier soll nun die experimentelle Realisierung für den 650 nm-Diodenlaser beschrieben werden.

5.2.1 Referenzresonator

Der optische Fabry-Perot-Resonator (siehe dazu Anhang A) wird bei diesem Experiment als Frequenzreferenz verwendet. Durch die elektronische Stabilisierungseinheit wird die Laserfrequenz an die Frequenz einer Resonanz (d.h. einer Mode) des Resonators gekoppelt. Änderungen der Resonatorlänge führen zu Schwankungen der Resonanzfrequenz. Diese Schwankungen führen zu Schwankungen der geregelten Laserfrequenz, ohne daß dies am Fehlersignal zu erkennen wäre. Deshalb muß der Resonator möglichst gut gegen Störungen aus der Umgebung abgeschirmt werden.

Der Aufbau des Referenzresonators ist in Abbildung 5.3 dargestellt. Er besteht aus einem Planspiegel mit 99,7% Intensitätsreflektivität bei 650 nm und einem Hohlspiegel mit gleicher Reflektivität und einem Krümmungsradius von $R = 300$ mm. Der Planspiegel sitzt auf einem 4,7 mm dicken Stapel-Piezotranslator und mit diesem an einem 200 mm langem Quarz-Abstandshalter. Am anderen Ende des Abstandshalters ist der Konkavspiegel aufgeklebt. Der Abstandshalter ist mit Styropor umwickelt und in einem druckdichten Aluminiumzylinder gelagert. Der Zylinder ist außen mit Heizdraht umwickelt und in die Wand des Zylinders ist ein Temperaturfühler eingelassen. Der Aluminiumzylinder ist von einem aluminiumbeschichteten Styropormantel umgeben. Die Temperatur des Resonators wird mit dem Heizdraht und der Regelung auf rund 40°C stabilisiert. Damit ist der Referenzresonator vor Temperaturschwankungen, die die Länge des Quarzrohres verändern würden, geschützt. Die Temperaturschwankungen liegen im mK-Bereich.

Aus der Reflektivität der Spiegel und deren Abstand zueinander folgt ein freier Spektralbereich (Frequenzabstand der Longitudinalmoden) von 733 MHz, eine volle Linienbreite von etwa $2\Gamma = 700$ kHz und damit eine Finesse von etwa $\mathcal{F} = 1000$. Mit dem Piezo kann die Resonanzfrequenz einer bestimmten Mode bei 650 nm um ca. 2 GHz verstimmt werden. Der Abstand der Transversalmoden ist nach Gleichung A.9 227 MHz.

Man muß den einfallenden Laserstrahl an die transversale Grundmode anpassen, um zu erreichen, daß nur diese Mode des Fabry-Perot-Resonators anschwingt. Aus der Geometrie der Spiegel folgt, daß für optimale Einkopplung die Strahltaillie mit einem Radius von etwa $180 \mu\text{m}$ auf dem ebenen Spiegel liegen und die Rayleigh-Länge $z_0 = 160$ mm betragen muß.

Abbildung 5.4 zeigt ein gemessenes Transmissionssignal des verwendeten Resonators. Man sieht die sehr kleinen transversalen Nebenmoden zwischen den Hauptresonanzen und die Seitenbänder, die Resonanzen der Trägerfrequenz begleiten.

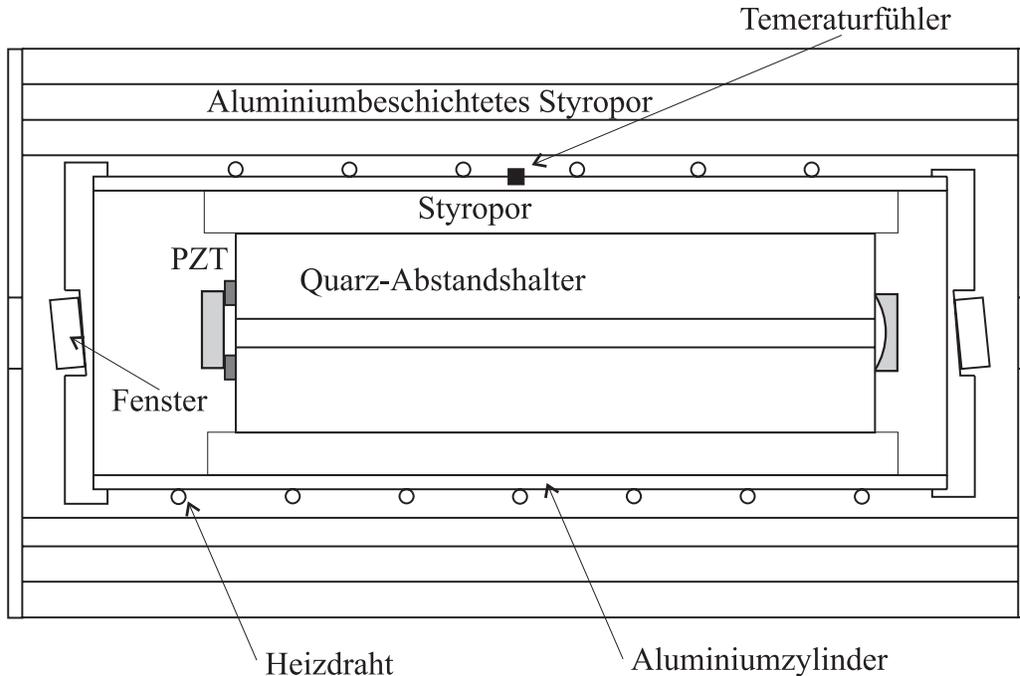


Abbildung 5.3: Referenzresonator

5.2.2 Optischer Aufbau

Abbildung 5.5 zeigt die optischen Komponenten der Stabilisierung. Der Laserstrahl verläßt die Metallbox des Gitterlasers und passiert einen optischen Isolator. Er verhindert, dass Anteile des Laserlichts von Bauteilen im restlichen experimentellen Aufbau in die Laserdiode zurückreflektiert werden. Diese unbeabsichtigte optische Rückkopplung würde den Laser stören und zu Instabilitäten beim Betrieb führen. Durch ein Glassubstrat werden ca. 5% der Laserleistung ausgekoppelt und für die Regelung verwendet. Eine Linse (L1) fokussiert den Strahl in den elektro-optischen Modulator (EOM). Dieser besteht aus einem Lithiumtantalat-Kristall mit den Maßen $0,5 \times 1 \times 30$ mm. Er prägt dem Licht ein Paar von Seitenbändern im Abstand von ± 16 MHz von der optischen Trägerfrequenz auf (vgl. Abbildung 3.8 in Kapitel 3). Eine Sammellinse (L2) erzeugt ein konvergentes Strahlbündel, das über einen Spiegel in den Referenzresonator eingekoppelt wird. Die Brennweite und die Position der Linse L2 sind so gewählt, daß die Bedingung für Phasen Anpassung an die Grundmode des Resonators (siehe dazu Abschnitt 5.2.1) erfüllt ist. Vor dem Resonator steht ein $\lambda/4$ -Plättchen. Das Licht, das am Resonator reflektiert wird, durchläuft das Plättchen ein zweites Mal. Daher steht

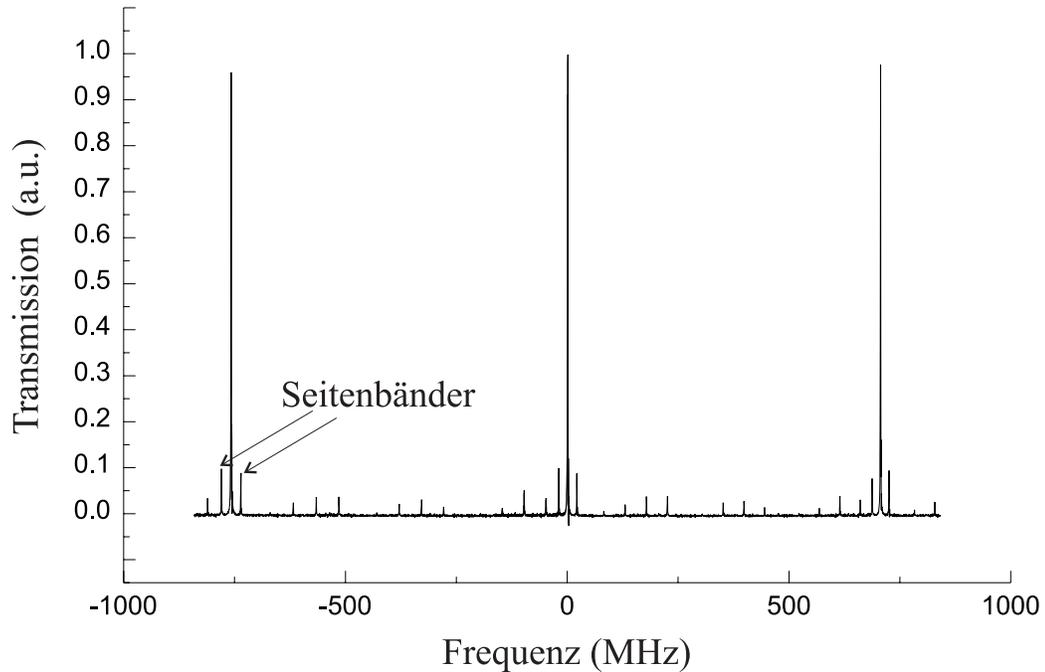


Abbildung 5.4: Transmissionssignal hinter dem Resonator

die Polarisation des reflektierten Lichts nun senkrecht zu der des einfallenden Strahls und kann deshalb mit einem Polarisationsstrahlteiler auf einen schnellen Photodetektor gelenkt werden. Als Detektor wurde eine Avalanche-Photodiode verwendet. Der elektronische Aufbau (im Bild grau unterlegt) wird im Abschnitt 5.3.2 näher behandelt.

5.2.3 Elektronischer Aufbau

Der elektronische Aufbau der Laserstabilisierung ist in Abbildung 5.6 skizziert. Der grau unterlegte optische Teil ist im Bild vereinfacht dargestellt. Das Herzstück der Regelung ist ein Quarzoszillator mit einer Schwingungsfrequenz von 16 MHz. Sein Signal wird zuerst durch einen Tiefpaßfilter von Oberschwingungen befreit, wodurch man eine Sinusschwingung bei 16 MHz erhält. Diese wird durch einen Leistungsverstärker verstärkt und dem elektrooptischen Modulator zugeführt, der dem Laserlicht Seitenbänder bei ± 16 MHz aufmoduliert. Nach dem Durchlaufen der optischen Komponenten fällt das Licht auf eine schnelle Photodiode. Die Überlagerung der Seitenbänder mit dem Träger führt zu einer Schwebung bei der Modulationsfrequenz von 16 MHz. Das bedeutet, daß die Intensität mit dieser Frequenz schwankt (vgl. Gleichun-

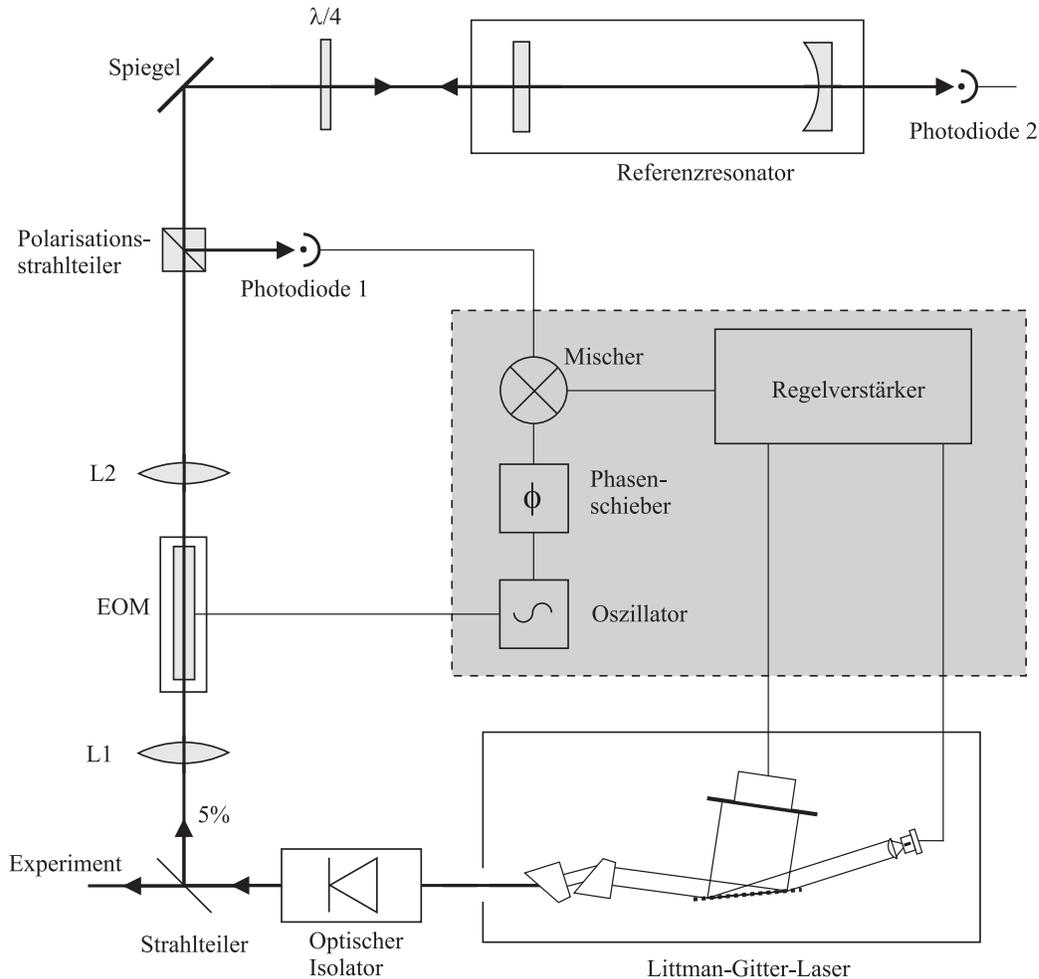


Abbildung 5.5: Experimenteller Aufbau (optisch)

ge 3.21 in Kapitel 3 bei der FM-Spektroskopie). Die Photodiode setzt diese schwankende Intensität in einen ebenso schwankenden elektrischen Strom um. Der Gleichstromanteil ist proportional zur Intensität des Trägers und hier nicht weiter von Interesse. Der Anteil bei 16 MHz ist proportional zu Gleichung 3.34. Der sinusabhängige Anteil dieses Ausdrucks ist das Fehlersignal, das für die Regelung benötigt wird. Es wird aus dem Schwebungssignal extrahiert, indem man das Schwebungssignal in einem Ringdiodenmischer mit dem Lokaloszillator zusammenbringt. Der Lokaloszillator besteht aus dem Quarz und einem elektronischen Phasenschieber. Nach dem Mischer ist noch ein Tiefpaßfilter eingebaut, der die mit der doppelten Modulationsfrequenz schwingenden Anteile unterdrückt. Übrig bleibt eine Spannung, die

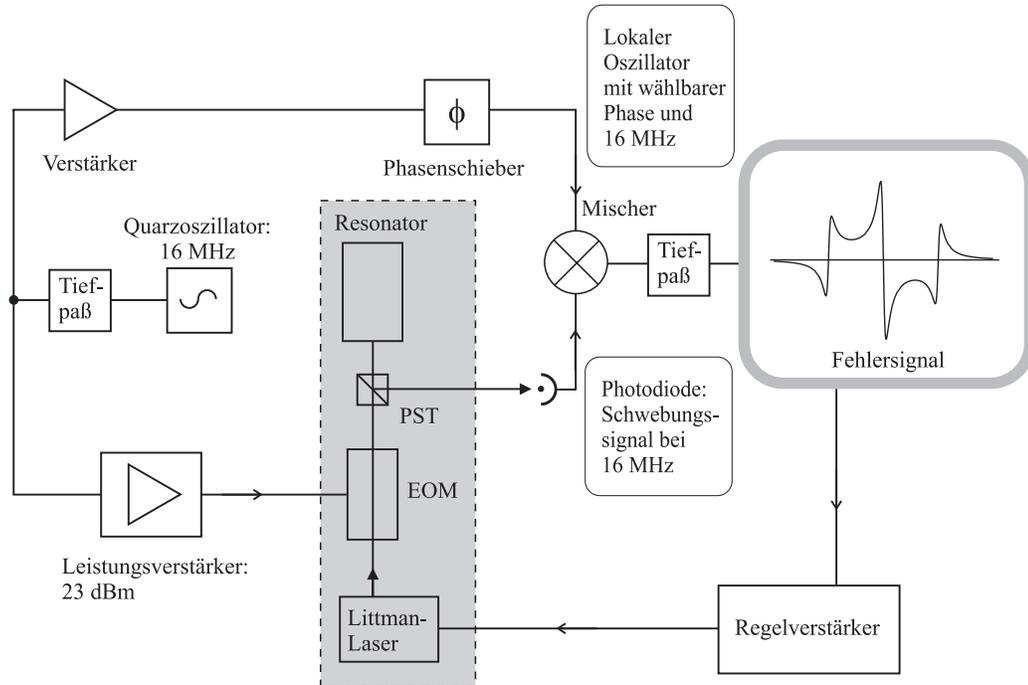


Abbildung 5.6: Experimenteller Aufbau (elektronisch)

bei passend eingestellter Phase – das heißt die relative Phase zwischen dem Lokaloszillator und dem Signal muß beim Mischer $\theta = 0^\circ$ betragen – proportional zu dem in Kapitel 3 berechneten Pound-Drever-Hall-Fehlersignal ist (vgl. Gleichung 3.36).

Abbildung 5.7 zeigt das gemessene Fehlersignal als Funktion der Verstimmung des Lasers relativ zu einer Resonanzfrequenz des Resonators.

Wenn die elektronische Stabilisierung in Betrieb ist, führen Abweichungen der Laserfrequenz von der Referenz zu einer Abweichung des Fehlersignals von Null. Dieses Fehlersignal muß auf die Stallelemente des Lasers, die seine Emissionswellenlänge beeinflussen, so zurückgekoppelt werden, daß die Laserfrequenz wieder zum Sollwert hingeregelt wird.

Dies leistet der Regelverstärker. Er integriert bei niederfrequenten Anteilen das Fehlersignal auf. Dadurch gleicht er Driften aus. Bei höheren Frequenzen verstärkt er das Fehlersignal proportional und korrigiert schnelle Frequenzfluktuationen des Lasers.

Der Regelverstärker hat zwei Ausgänge. Die niederfrequenten Signale bis ca. 3 kHz steuern über einen Hochspannungsverstärker den Piezotranslator des erweiterten Resonators im Littmanaufbau an. Hier sind Frequenzkorrekturen

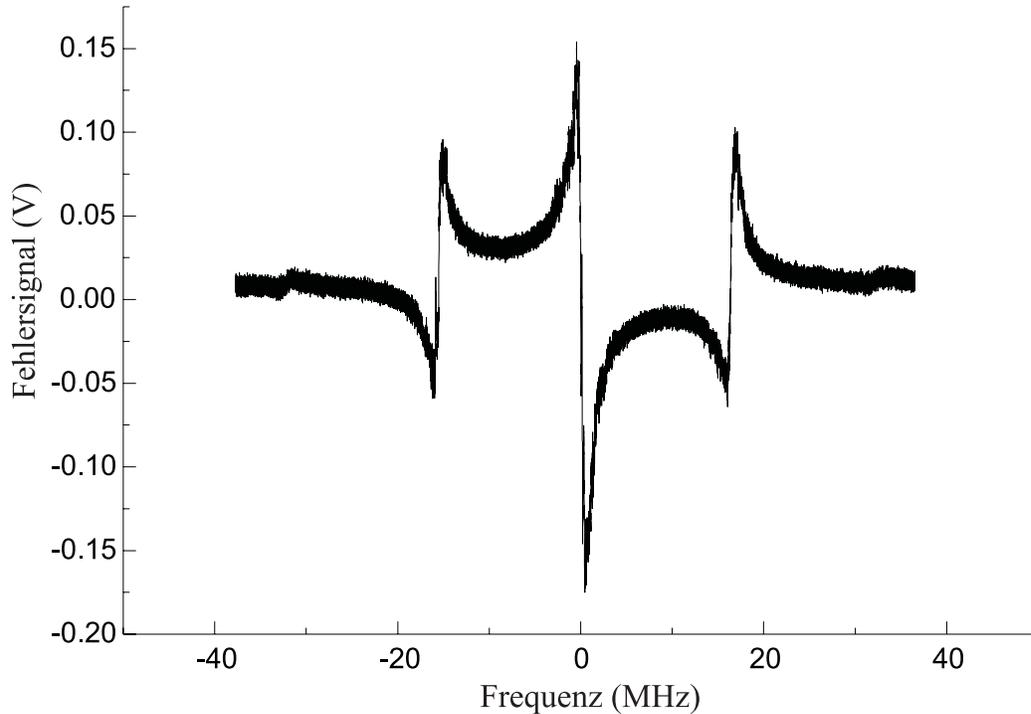


Abbildung 5.7: Gemessenes PDH-Fehlersignal

bis zu einigen 100 MHz möglich. Die hochfrequenten Signalanteile regeln über einen Feldeffekt-Transistor oder einen Optokoppler den Laserdiodenstrom und steuern so die Emissionswellenlänge.

5.3 Einstellen der Laserfrequenz

Für Anwendungen in der Spektroskopie muß die Laserfrequenz einstellbar sein. Die Emissionswellenlänge der Laserdiode hängt von der Temperatur ab und variiert in einem Bereich von 10°C bis 40°C um einige Nanometer (siehe Kapitel 2). Die grobe Einstellung der Wellenlänge erfolgt über die Temperatur. Als Meßgerät dient ein Michelson-Interferometer, das einen Abgleich der Wellenlänge auf $\approx 0,002$ nm (das entspricht 1,4 GHz bei 650 nm) erlaubt. Für die feinere Einstellung wird eine Barium-Hohlkathode als Referenz verwendet, womit eine Genauigkeit von 20 MHz erreicht wird.

5.3.1 Wellenlängenmessung

Die Wellenlängenmessung erfolgt mit einem Michelson-Interferometer – dem sogenannten Lambda-Meter –, bei dem die Länge eines Armes mit konstanter Geschwindigkeit verändert wird. Koppelt man einmodiges kohärentes Licht ein und bringt die beiden Teilstrahlen, nachdem sie die beiden Arme des Interferometers durchlaufen haben, am Strahlteiler zur Überlagerung, beobachtet man konzentrische Interferenzringe. Diese Ringe wandern durch die ständige Weglängenänderung eines Armes nach außen. Die Stelle im Zentrum der Ringe zeigt eine Hell-Dunkel-Modulation, die von einer Photodiode aufgenommen und einer elektronischen Schaltung gezählt werden kann. Zusätzlich koppelt man Laserlicht mit einer genau bekannten Wellenlänge (Referenz) so ins Lambda-Meter ein, daß es den Weg des zu messenden Lichts in der entgegengesetzten Richtung durchläuft. Die Hell-Dunkel-Modulation dieses Interferenzmusters zählt die Elektronik und vergleicht die beiden Zählraten, um die Wellenlänge zu bestimmen.

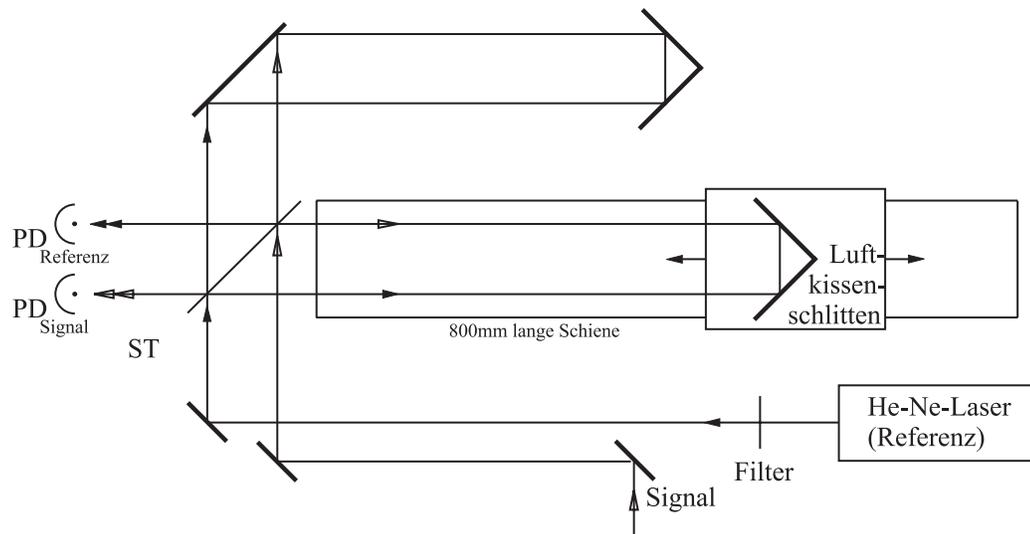


Abbildung 5.8: Lambda-Meter

Beim verwendeten Aufbau (Abbildung 5.8) werden zwei Retroreflektoren als Endspiegel der Interferometerarme verwendet. Einer der beiden ist auf einem Luftkissenschlitten montiert, der mit Druckluft versorgt wird und auf einer Schiene gleitet. An einem Ende der Schiene befindet sich ein Elektromagnet, der die Reibungsverluste des Schlittens ausgleicht. Als Referenz wird das Licht einer He-Ne-Laserröhre mit einer Wellenlänge in Luft von 632,816 nm verwendet.

5.3.2 Optogalvanische Spektroskopie

Die bei der Spektroskopie an der Hohlkathode (optogalvanische Spektroskopie) gewonnene Meßgröße ist die Stromänderung in einer Gasentladung, die durch Einstrahlen von Laserlicht hervorgerufen wird.

Die Leitfähigkeit des an der Entladung beteiligten Gases (hier Barium) ist durch seine Ionisierbarkeit bestimmt. Die Ionisationsenergie, die erforderlich ist, um ein neutrales Ba-Atom zu ionisieren ($\text{Ba} \rightarrow \text{Ba}^+$) oder ein einfach geladenes Ba-Ion weiter zu ionisieren ($\text{Ba}^+ \rightarrow \text{Ba}^{++}$) wird kleiner, wenn das Elektron vor der Ionisation schon in ein höheres Energieniveau angeregt wurde und nicht mehr im Grundzustand ist. Wird resonantes Laserlicht in die Hohlkathode eingestrahlt, so erhöht sich die Besetzung des angeregten Zustandes, die Leitfähigkeit des Gases und damit der Strom der Gasentladung werden größer. Hier soll der Übergang $6^2P_{1/2} \rightleftharpoons 5^2D_{3/2}$ der Ba^+ -Ionen nachgewiesen werden. Er wird bei der Wellenlänge $\lambda = 649,690 \text{ nm}$ (in Luft) angeregt.

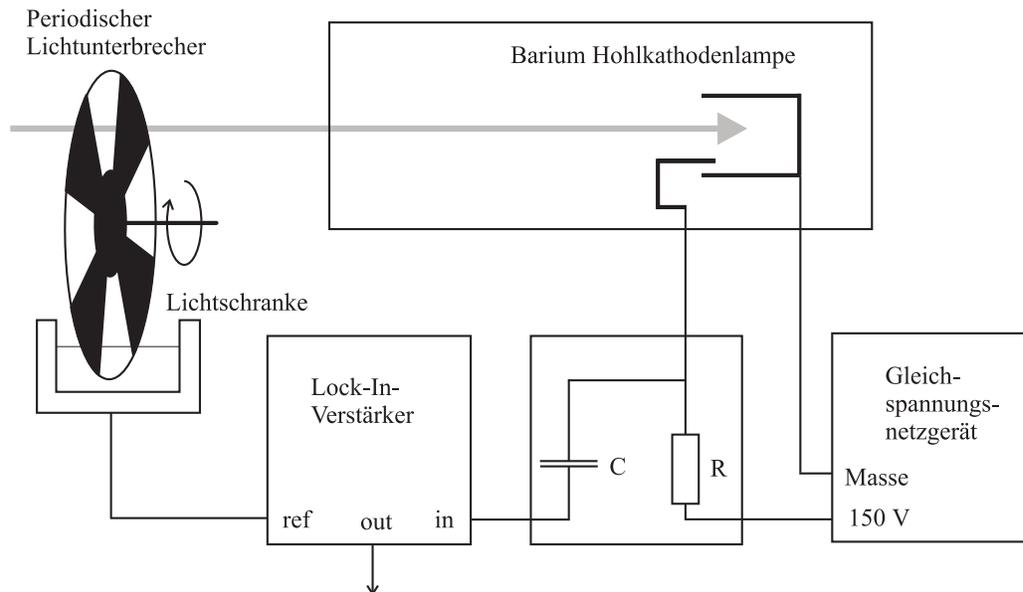


Abbildung 5.9: Schematischer Aufbau bei der optogalvanischen Spektroskopie

Bild 5.9 zeigt die experimentelle Anordnung bei der optogalvanischen Spektroskopie. Ein Teil des roten Laserlichtfeldes bei 650 nm wird in eine kommerzielle Barium-Hohlkathodenlampe fokussiert. Die Hohlkathodenlampe besteht aus einer zylinderförmigen Kathode, die mit Barium beschichtet ist, und einer stabförmigen Anode, die beide von einem Glaszylinder umgeben sind. Neon dient als Puffergas bei einem Druck von einigen Millibar. Durch

die angelegte Gleichspannung wird eine Gasentladung gezündet, die durch einen Vorwiderstand auf einen Strom von maximal 25mA begrenzt wird. Damit liegt an der Hohlkathode eine Spannung von etwa 120 V an. Der Gesamtwiderstand der Gasentladung wird neben anderen Parametern von der Dichte der durch die Gasentladung erzeugten Ba^+ -Ionen bestimmt. Diese entstehen, wenn Neon-Ionen durch das elektrische Feld zur Kathode hin beschleunigt werden und dort Barium-Atome herausschlagen. Es bildet sich ein atomarer Barium-Dampf und durch Stoßionisation auch Barium-Ionen-Dampf, in dem alle energetisch erreichbaren Zustände besetzt sein können. Wird die Frequenz des Lasers auf den Übergang $6^2\text{P}_{1/2} \rightleftharpoons 5^2\text{D}_{3/2}$ abgestimmt (siehe Abbildung 7.1), so ändern sich durch die Absorption der Laserphotonen die Besetzungsdichten der beiden Energieniveaus gegenüber dem Gleichgewichtsfall ohne Laser-Anregung. Damit ändert sich aber auch der Gesamtwiderstand der Gasentladung, der über einen Spannungsabfall an der Hohlkathodenlampe nachgewiesen werden kann. Die Änderung des Spannungsabfalls stellt die Meßgröße dar. Diese ist jedoch sehr klein (einige μV) und wird deshalb phasenempfindlich nachgewiesen. Ein mechanischer Unterbrecher unterbricht den Laserstrahl periodisch und liefert über eine eingebaute Lichtschranke das Referenzsignal für einen Lock-In-Verstärker. Das Meßsignal wird über einen Kondensator ausgekoppelt und an den Eingang des Lock-In-Verstärkers gegeben. Durch Optimierung des Ausgangssignals, kann so die Laserfrequenz auf den Übergang $6^2\text{P}_{1/2} \rightleftharpoons 5^2\text{D}_{3/2}$ abgestimmt werden.

Abbildung 5.10 zeigt ein gemessenes Hohlkathodensignal. Der Übergang der Barium-Hohlkathodenlampe ist durch die hohe Temperatur (ca. 800 K) der an der Gasentladung beteiligten Ionen stark Dopplerverbreitert. Die Dopplerverbreiterte Linie ist etwa 820 MHz breit und die Frequenz des Lasers kann auf das Zentrum der Linie bis auf etwa 20 MHz genau eingestellt werden. Die Hohlkathode dient als absolute Frequenzreferenz für die Einstellung der Laserfrequenz.

5.4 Paul-Falle und Meßaufbau

5.4.1 Paul-Falle für einzelne Barium-Ionen

Ziel des Gesamtexperiments sind Messungen am Fluoreszenzlicht eines einzelnen Ba^+ -Ions. Dazu wird das Ion in einer miniaturisierten Paul-Falle im Ultrahochvakuum gespeichert (siehe zu Paul-Fallen allgemein [36, 37]). Abbildung 5.11 zeigt den prinzipiellen Aufbau der Falle. Sie besteht aus einer Ringelektrode und aus zwei Kappenelektroden, die aus Molybdändraht, der unmagnetisch ist, gefertigt sind. Der Draht hat einen Durchmesser von

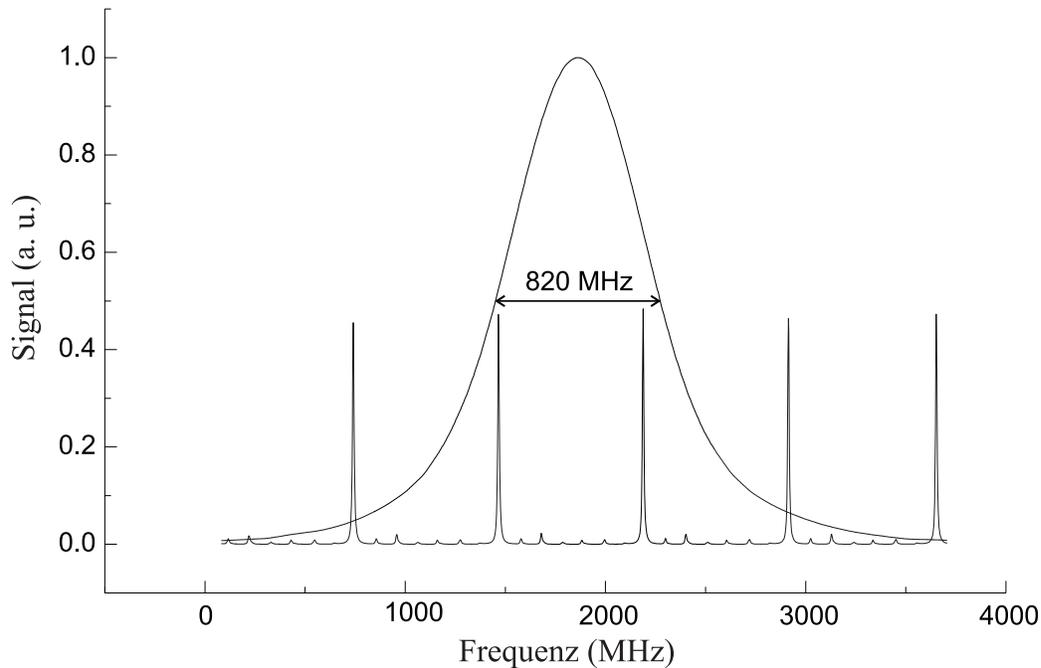


Abbildung 5.10: Gemessenes Hohlkathodenspektrum mit Transmission eines Resonators ($\mathcal{F} = 100$)

0,2 mm, die daraus gebogene Ringelektrode hat einen Innendurchmesser von 1,4 mm. Dies entspricht auch dem Abstand der Kappenelektroden voneinander. Zwischen dem Ring und den Kappenelektroden ist eine elektrische Wechselspannung mit einer Frequenz von 23,4 MHz und einer Spannungsamplitude von etwa 300 V angelegt. Das dadurch entstehende elektrische Wechselfeld erzeugt im zeitlichen Mittel ein effektives harmonisches Potential in welchem ein Ion gefangen werden kann. In diesem Potential führt das Ion harmonische Schwingungen – die Makrobewegung – aus. Durch unbeabsichtigte elektrostatische Aufladungen von Bauteilen in der Nähe der Falle innerhalb der Vakuumapparatur kann das Ion aus dem Fallenzentrum ausgelenkt werden. Dadurch wird das Ion vom 23,4 MHz-Führungsfeld zu einer getriebenen Schwingung mit der Frequenz des Führungsfeldes gezwungen. Diese Oszillation nennt man Mikrobewegung. Sie wirkt sich störend auf die Beobachtung des Ions aus, da das Ion dadurch eine große kinetische Energie hat. Das führt zu einer Dopplerverbreiterung der atomaren Resonanzlinien. Mit in der Ringebene angebrachten Kompensationselektroden und den Kappenelektroden, an die Gleichspannungen angelegt werden können, wird das Ion ins Zentrum der Falle zurück gebracht. Eine umfassende Beschreibung der Falle und der

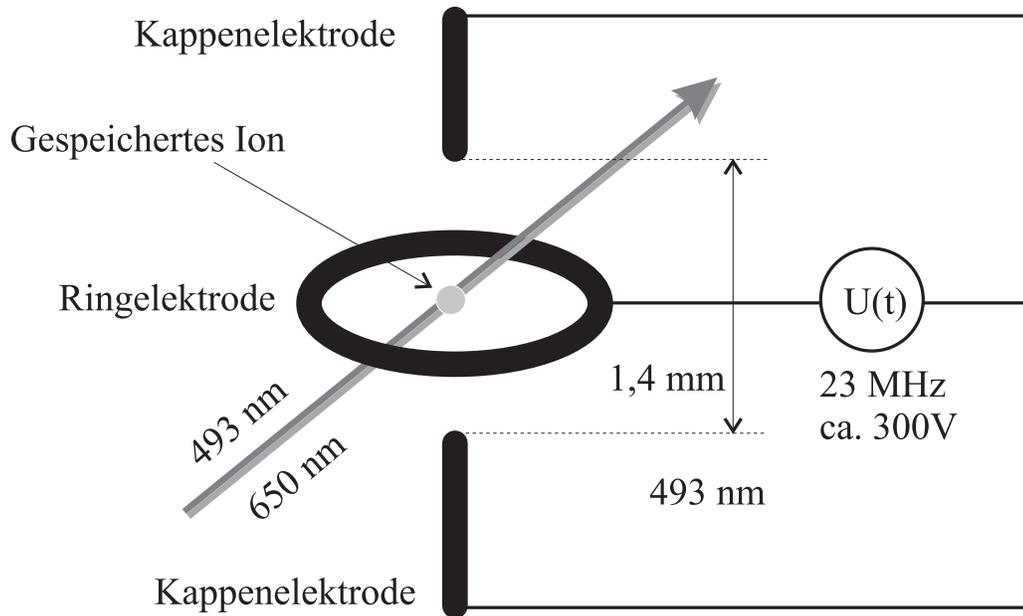


Abbildung 5.11: Miniaturisierte Paul-Falle

Vakuumanlage findet man in [38].

5.4.2 Gesamter Meßaufbau

Hier soll der Aufbau der gesamten Meßapparatur (Abbildung 5.12) gezeigt werden.

Der Strahl aus dem Littman-Laser bei 650 nm wird nach Strahlformung durch mittels einer kleinen Aperturblende mit einer achromatischen Linse durch ein Fenster in die Vakuumanlage und die Paul-Falle – dem Ort des gespeicherten Ions – fokussiert. Das Licht eines zweiten Littman-Laser bei 986 nm wird in einem Ringresonator durch einen optisch nichtlinearen Kristall aus Kaliumniobat frequenzverdoppelt. Das so erzeugte Laserlichtfeld bei 493 nm wird an einem dichroitischen Spiegel mit dem roten Lichtfeld überlagert und auf dem gleichen Lichtweg ins Fallenzentrum fokussiert. Ein bemerkenswerter Aspekt dieses Experiments ist, daß zur Anregung der atomaren Resonanzen ausschließlich Diodenlaser verwendet werden.

Das Fluoreszenzlicht des Ions wird durch zwei Kanäle beobachtet.

Vorderer Kanal: Dicht an einem Fenster des Vakuumrezipienten, das dem Experimentator zugewandt ist, befindet sich das Objektiv eines Stereoma-

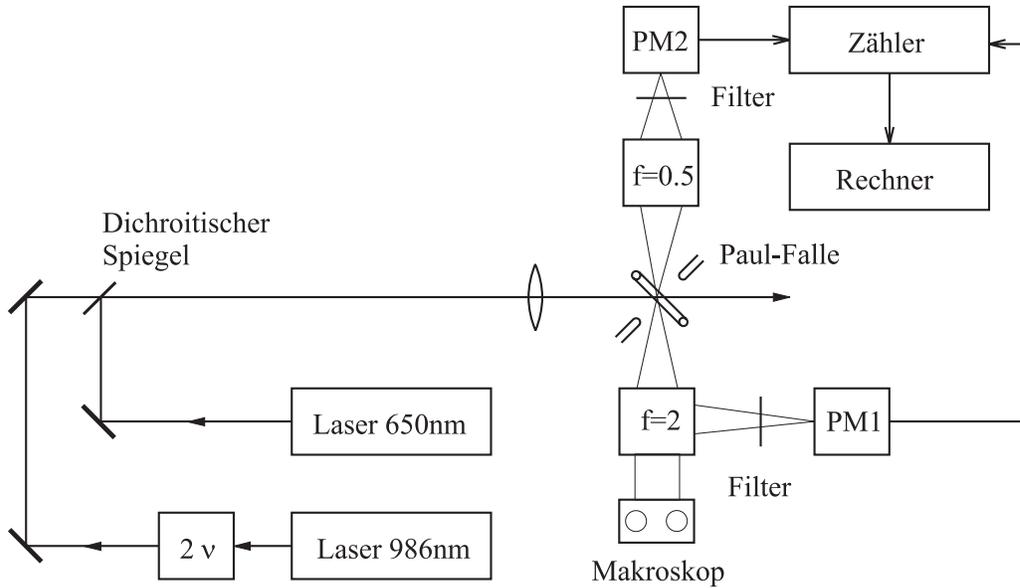


Abbildung 5.12: Gesamter Aufbau

makroskops mit einer relativen Öffnung (f-Zahl) von 2. Durch dieses Makroskop läßt sich das Fluoreszenzlicht des Ions visuell beobachten. Das menschliche Auge ist bei der grünen Fluoreszenz (493 nm) empfindlich genug, um das emittierte *Licht eines einzigen Ions* sehen zu können. Mit einem beweglichen Prisma kann das Licht nach dem Objektiv nicht in die Okulare, sondern zu einem Photomultiplier gelenkt werden. Dabei werden Photonenzählraten von 4000 pro Sekunde gemessen. Die Nachweiselektronik zählt die Normpulse, die der Diskriminator nach dem Photomultiplier ausgibt. Die Integrationszeit beträgt typischerweise $\tau_{int} = 0,1$ s. Der Zählwert wird an den Rechner weiter gegeben. Man erhält also zehn Meßwerte der Fluoreszenzintensität pro Sekunde.

Hinterer Kanal: Hier ist ein dreilinsiges entspiegeltes Quarzobjektiv in einer Entfernung von 10,2 mm vom Fallenzentrum innerhalb der Vakuumapparatur eingebaut. Das Objektiv ist über einen Wellbalg flexibel mit dem Rezipienten verbunden und kann von außen justiert werden. Mit einer Öffnung von 18,6 mm und einer f-Zahl von 0,5 ist es wesentlich lichtstärker als des vordere Objektiv. Es ist so justiert, daß sich das fluoreszierende Ion im Abstand von etwas mehr als einer Brennweite vor der ersten Linse befindet. So entsteht ein konvergentes Lichtbündel, das durch ein beidseitig entspiegeltes Vakuumfenster nach außen fällt. Das Fluoreszenzlicht wird über eine Blende, eine Linse und ein Filter bei 493 nm in einem lichtdichten Rohr auf die

Kathodenfläche des zweiten Photomultipliers abgebildet. Es werden Photonenzählraten von 28000 pro Sekunde erreicht. Die Zähl Elektronik funktioniert gleich wie beim vorderen Kanal.

Die Gesamtapparatur ist in [38] beschrieben.

Kapitel 6

Untersuchung der Stabilität des Diodenlasers

Für die Messung von Frequenzfluktuationen eines Laserlichtfeldes braucht man ein Verfahren mit dem die Frequenzabweichungen des Lasers $\Delta\nu$ bezüglich einer optischen Referenzfrequenz ν_0 in eine experimentell leicht zugängliche Größe übersetzt werden können.

6.1 Messung von Frequenzfluktuationen

Bei der hier gewählten Methode wird das Laserlicht in einen Fabry-Perot-Resonator eingestrahlt und mit einem Photodetektor die transmittierte Lichtintensität gemessen. In Abbildung 6.1 ist die Meßanordnung schematisch dargestellt.

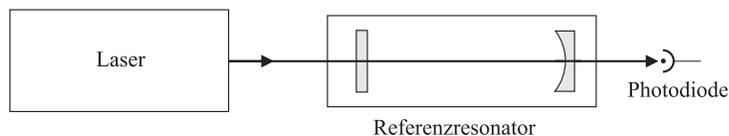


Abbildung 6.1: Schematischer Aufbau zur Messung von Frequenzfluktuationen

Die Frequenzabhängigkeit der Intensitätstransmission des Resonators kann in der Nähe einer Resonanz durch eine Lorentzfunktion beschrieben werden. Die Resonanzfrequenz ν_0 einer Mode wird als Referenzfrequenz verwendet. Frequenzschwankungen werden hier in Intensitätsschwankungen übersetzt. Die transmittierte Lichtintensität wird mit einer Photodiode gemessen, die so geschaltet ist, daß die elektrische Spannung am Ausgang der Schaltung pro-

portional zur auftreffenden Lichtleistung ist. Für die Spannung als Funktion der Frequenzabweichung $\Delta\nu$ vom Transmissionsmaximum gilt

$$U(\Delta\nu) = U_{max} \frac{\Gamma^2}{(\Delta\nu)^2 + \Gamma^2}, \quad (6.1)$$

wobei Γ die halbe Linienbreite (in Hz) bei halber Höhe der Resonatormode, und U_{max} die Spannung beim Maximum der Transmission ist. Die Referenzfrequenz ν_0 wurde hier gleich 0 gesetzt, da nur die Frequenzfluktuationen relativ zu ν_0 betrachtet werden.

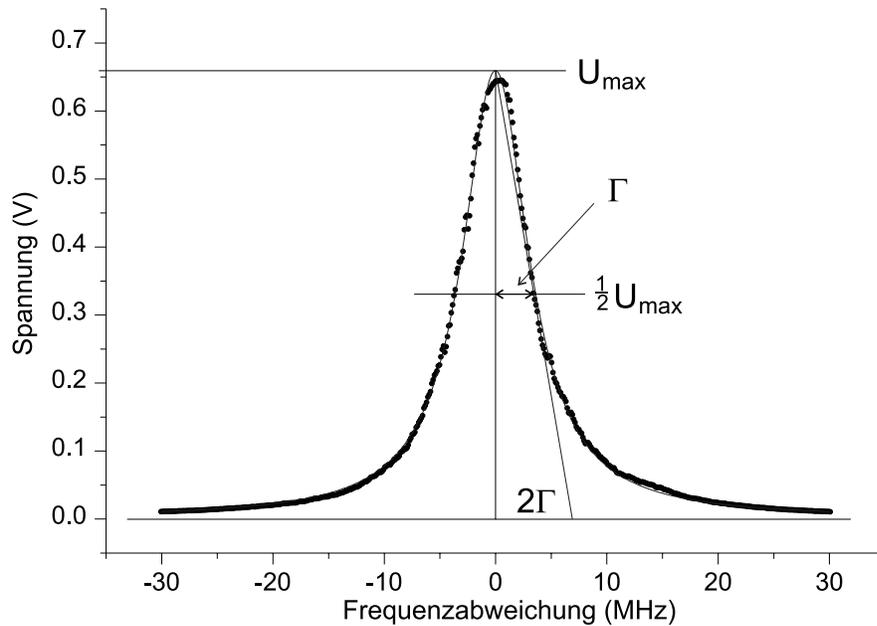


Abbildung 6.2: Mode des Resonators (Meßpunkte) mit angepaßter Lorentzkurve (durchgezogene Linie)

Abbildung 6.2 zeigt ein gemessenes Transmissionsspektrum einer Resonanz. Die Linienbreite und die Höhe des Maximums erhält man durch das Anpassen der Lorentzfunktion aus Gleichung 6.1 an die Meßdaten. In diesem Fall ergibt sich eine halbe Linienbreite von $\Gamma = 3,62$ MHz und eine Maximallhöhe von $U_{max} = 0,68$ V. Die Kenntnis dieser Parameter erlaubt nun durch Invertieren von Gleichung 6.1 aus den gemessenen Spannungsschwankungen die Frequenzschwankungen des Lichts zu bestimmen. Als invertierte Funktion erhält man

$$\Delta\nu(U) = \Gamma \sqrt{\frac{U_{max}}{U} - 1}. \quad (6.2)$$

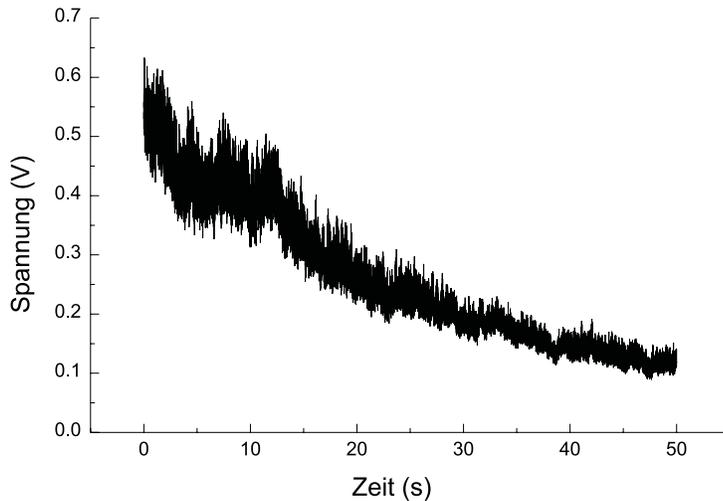


Abbildung 6.3: Transmissionssignal des Resonators (Spannung an der Photodiode)

In Abbildung 6.3 sieht man das Spannungssignal der Photodiode (also die transmittierte Intensität) aufgenommen über eine Meßdauer von 50 s. Die Meßzeit für einen Punkt betrug 1 ms, woraus sich 50.000 Punkte für den ganzen Datensatz ergeben. Der Diodenlaser war in diesem Fall nur gitterstabilisiert (Littman-Aufbau). Erkennbar ist das schnelle Rauschen und ein langsames Abnehmen der transmittierten Intensität, da sich die Laserfrequenz im Laufe der Meßdauer von der Resonanzfrequenz des Resonators entfernt. Mit Hilfe von Gleichung 6.2 werden aus dieser Meßreihe die Frequenzabweichungen $\Delta\nu$ berechnet (Abbildung 6.4). Hier kann man deutlich erkennen, daß eine lineare Drift vorliegt, was beim Betrachten von Abbildung 6.3 durch die Nichtlinearität der Resonanzkurve verborgen bleibt.

Auf den so gewonnenen Datensatz

$$\{(\Delta\nu)_1 \dots (\Delta\nu)_k \dots (\Delta\nu)_N\} \quad \text{mit } N = 50.000 \quad (6.3)$$

lassen sich nun der Formalismus und die Methoden zur Beschreibung der Stabilität eines Oszillators, die in Kapitel 4 eingeführt und erklärt wurden, anwenden.

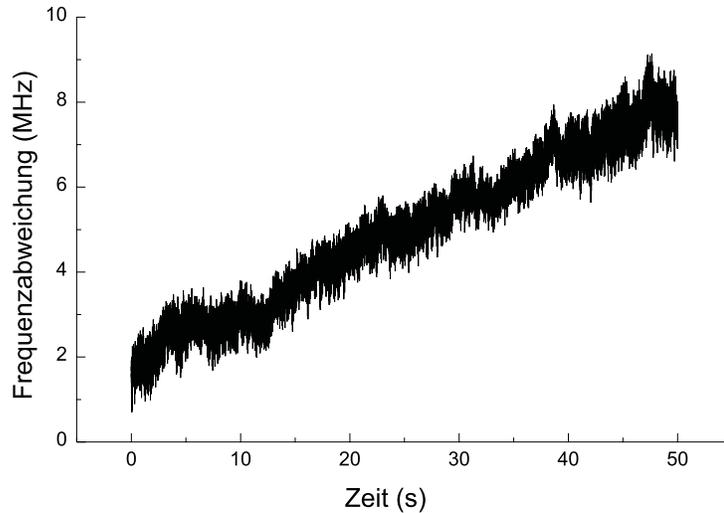


Abbildung 6.4: Frequenzabweichung des Lasers vom Transmissionsmaximums des Resonators

6.2 Auswertung der Daten

6.2.1 Frequenzrauschspektrum

Bei den Messungen werden jeweils zwei Datensätze aufgenommen.

Eine Kurzzeitmessung ergibt einen Datensatz bestehend aus $N = 50.000$ Meßpunkten mit einer Meßzeit von $\tau_0 = 1 \mu\text{s}$, woraus eine Meßdauer von $N \cdot \tau_0 = 50 \text{ ms}$ resultiert.

Eine Langzeitmessung ergibt einen Datensatz wieder bestehend aus $N = 50.000$ Meßpunkten aber diesmal mit einer Meßzeit von $\tau_0 = 1 \text{ ms}$, woraus sich eine Meßdauer von $N \cdot \tau_0 = 50 \text{ s}$ ergibt.

Aus jedem dieser Datensätze wird mittels schneller Fourier-Transformation auf einem Computer das Frequenzrauschspektrum $S_{\Delta\nu}(f)$ gemäß Gleichung 4.10 berechnet und die beiden Spektren gegen eine gemeinsame Frequenzachse aufgetragen. Durch die Aufnahme von Langzeit- und Kurzzeitdatensätzen kann so ein großer Frequenzbereich abgedeckt werden.

Der graue Graph in Abbildung 6.5 zeigt das Frequenzrauschspektrum des rein gitterstabilisierten Diodenlasers. Bei niederen Frequenzen dominiert technisches $1/f$ -Rauschen. Bei einer Frequenz von 100 Hz (der ersten harmonischen Oberschwingung von 50 Hz) steigt das Rauschen etwas an und fällt dann weiter ab.

Der schwarze Graph wurde aus dem Frequenzrauschen des gitterstabilisierten Lasers *mit* Pound-Drever-Hall-Regelung berechnet. Das gesamte Rauschen ist

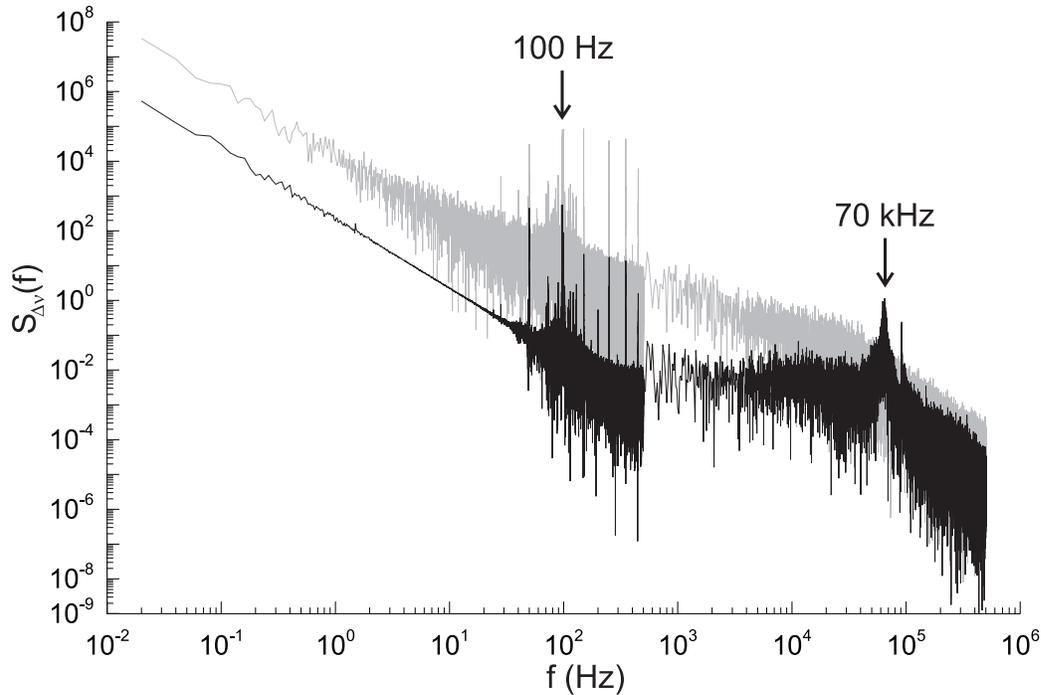


Abbildung 6.5: Frequenzrauschspektren des nur gitterstabilisierten Lasers (grau) und des gitterstabilisierten Lasers mit PDH-Regelung

im Vergleich zum vorhergehenden Fall um etwa zwei Zehnerpotenzen reduziert. Auffällig ist der Anstieg des Rauschpegels über das Niveau des reinen Gitterlasers bei 70 kHz. Das ist jene Frequenz, bei der die zeitliche Verzögerung der Regelung durch die gesamte Signallaufzeit im Regelkreis gerade zu einer Phasenverschiebung von 180° zwischen Fehlersignal und Regelsignal führt. Das hat zur Folge, daß die Regelung Störungen bei dieser Frequenz verstärkt, anstatt sie auszugleichen. In der Fachsprache wird dieses Phänomen „servo bump“ genannt.

6.2.2 Allan-Varianz

Nach der Analyse des Frequenzrauschens im Frequenzbereich soll nun das Rauschen im Zeitbereich untersucht werden. Das dafür geeignete Werkzeug ist die Allan-Varianz. Sie wird aus den gleichen Datensätzen, die auch für das Rauschspektrum verwendet wurden, berechnet. Die Formel für die Allanvarianz (Gleichung 4.16) wurde im Computerprogramm MATLAB programmiert (siehe dazu Anhang B).

Das Ergebnis ist in Abbildung 6.6 dargestellt. Man sieht anhand des unteren

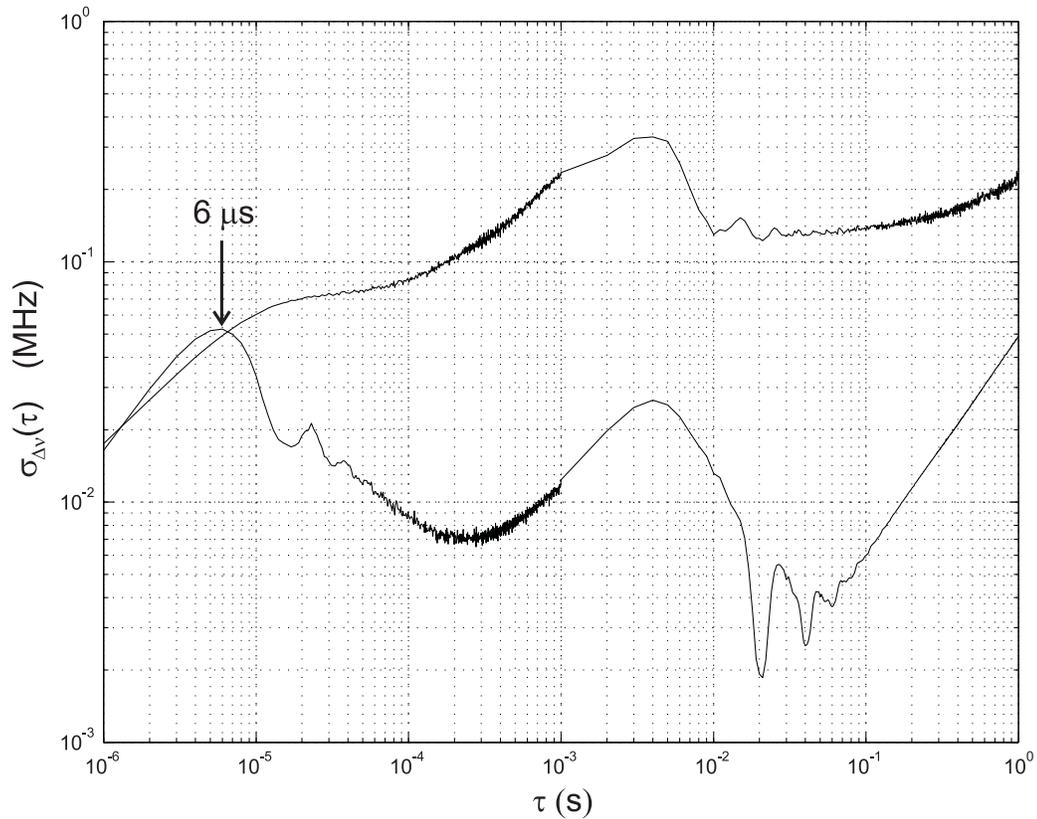


Abbildung 6.6: Allanstandardabweichung

Graphen, der den PDH-stabilisierten Laser beschreibt, bei welchen zeitabhängigen Fluktuationen der Frequenz die Regelung zu wirken beginnt. Für das Einsetzen der Regelung läßt sich $\tau \approx 6 \mu\text{s}$ ablesen. Danach nimmt die Allan-Standardabweichung ab, wobei in der Folge noch zwei kleinere Buckel auftreten, die auf eine Schwingung hindeuten. Da der erste, große Buckel bei $6 \mu\text{s}$ auftritt läßt sich die Frequenz der Schwingung nach $f = 1/(2\tau)$ mit $f \approx 80 \text{ kHz}$ angeben (vgl. Abschnitt 4.4 zur Untersuchung simulierter Rauschdaten). Dies stimmt relativ gut überein mit der Frequenz von 70 kHz bei der der „servo bump“ im Rauschspektrum auftaucht. Geht man weiter zu längeren Meßzeiten sinkt die Allan-Standardabweichung mit $\tau^{-1/2}$ weiter, was auf weißes Frequenzrauschen hindeutet, und beginnt bei $\tau \approx 300 \mu\text{s}$ wieder zu steigen, was auf akustische Vibrationen des Laseraufbaus zurückzuführen ist. Bei sehr langen Meßzeiten über $0,1 \text{ s}$ erzeugen Driften des Referenzresonators der PDH-Stabilisierung Änderungen der Laserfrequenz. Da nur in einem zeitlichen Bereich von $6 \mu\text{s}$ bis $300 \mu\text{s}$ der Graph der Allan-

Standardabweichung auf weißes Frequenzrauschen schließen läßt, ist es nicht zulässig, daraus gemäß der Beziehung 4.22 die Linienbreite des Lasers zu berechnen.

Wenn man den gesamten Zeitbereich der Messung von $1 \mu\text{s}$ bis 1s betrachtet kann man jedoch feststellen, daß die Schwankungen der Laserfrequenz mit Sicherheit deutlich unter 100 kHz liegen.

Der obere Graph im Diagramm charakterisiert den Diodenlaser ohne PDH-Stabilisierung.

Kapitel 7

Spektroskopie an einzelnen Ba⁺-Ionen

7.1 Grundlagen

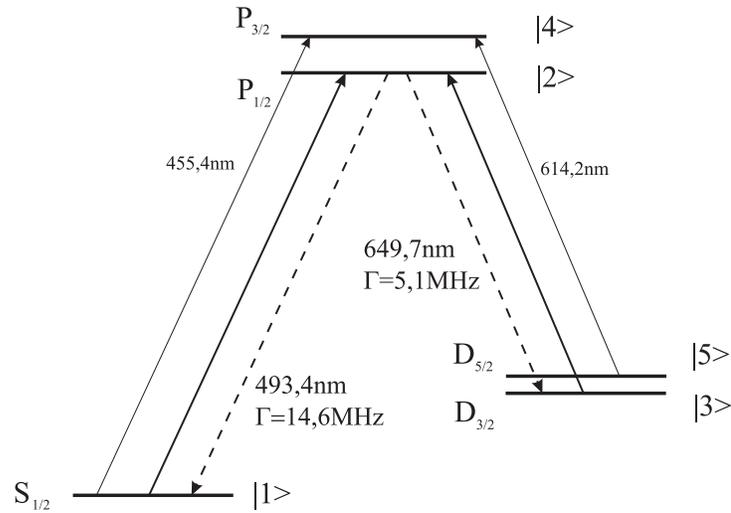
7.1.1 Das Ba⁺-Ion

Das Barium ist ein Element der zweiten Hauptgruppe (Erdalkalimetalle). Im Experiment wird ausschließlich das mit 71,7% häufigste Isotop $^{138}_{56}\text{Ba}$ mit Kernspin $I = 0$ betrachtet. Es hat die Elektronenkonfiguration $\text{Ba} : [\text{Xe}] 6s^2$. Das hier untersuchte *Barium-Ion* hat im 6s-Orbital ein Elektron. Die für optische Übergänge relevanten Energiezustände dieses Elektrons zeigt die folgende Tabelle [39].

Grundzustand	angeregte Zustände
	$6P_{3/2}$ $6P_{1/2}$ $5D_{5/2}$ $5D_{3/2}$
$6S_{1/2}$	

Die Ursache für die Aufspaltung in zwei P-Niveaus und zwei D-Niveaus ist die Spin-Bahn-Wechselwirkung (Feinstruktur). Aufgrund des fehlenden Kernspins gibt es keine Kernspin-Hüllendrehimpuls-Wechselwirkung, also keine Hyperfein-Aufspaltung der Energieniveaus. Die den Abständen der Niveaus entsprechenden Übergangswellenlängen sind in Abbildung 7.1 dargestellt.

Eine solche Struktur wird als Λ -System bezeichnet, da die dipolerlaubten Übergänge in der Form eines „ Λ “ angeordnet sind. Die den Niveaus zugehörigen Wellenfunktionen werden mit $|1\rangle \dots |5\rangle$ bezeichnet.

Abbildung 7.1: Termschema des Ba^+ -Ions

Bei diesem Experiment sind Laser-Lichtfelder bei 649,7 nm (rot) und 493,4 nm (grün) verfügbar, deshalb wird das Drei-Niveau-System bestehend aus den Zuständen $|1\rangle$, $|2\rangle$ und $|3\rangle$ näher betrachtet. $|1\rangle$ ist das Grundniveau. Das Niveau $|2\rangle$ kann mit einer natürlichen vollen Linienbreite (FWHM) von $\Gamma_{21} = 15,1\text{ MHz}$ in $|1\rangle$ und mit einer natürlichen Linienbreite von $\Gamma_{23} = 5,3\text{ MHz}$ in $|3\rangle$ zerfallen [44]. Das ergibt ein Verzweungsverhältnis von etwa 3 : 1. Der Übergang $|3\rangle \rightleftharpoons |1\rangle$ ist ein Quadrupolübergang mit einer mittleren Lebensdauer von 40 s [42, 43].

Durch den grünen Laser wird das Niveau $|2\rangle$ besetzt und im Experiment die grüne Fluoreszenzrate (Spontanemission beim Übergang $|2\rangle \rightleftharpoons |1\rangle$) gemessen. Da das Ion jedoch auch nach dem Verzweungsverhältnis in ungefähr einem Viertel der spontanen Zerfallsereignisse den metastabilen Zustand $|3\rangle$ erreicht, ist es nach kurzer Zeit dort „gefangen“ und daher dunkel. Diesen Vorgang nennt man optisches Pumpen. Aus diesem Grunde wird zusätzlich der rote Laser eingestrahlt, der das Ion über $|2\rangle$ wieder zurückpumpt und so eine kontinuierliche Anregung von Fluoreszenz ermöglicht.

Wenn ein schwaches Magnetfeld angelegt wird, ist die Quantisierungsachse des Drehimpulses festgelegt, und es kommt es zu einer Zeeman-Aufspaltung der Energieniveaus in der Größenordnung von 10 MHz. „Schwaches Magnetfeld“ bedeutet hier, daß die Zeeman-Aufspaltung klein gegenüber der Feinstrukturaufspaltung ist. Nun hat man es, wenn man nur $|1\rangle$, $|2\rangle$ und $|3\rangle$ betrachtet, mit einem Achtniveausystem zu tun. Abbildung 7.2 zeigt das Termschema.

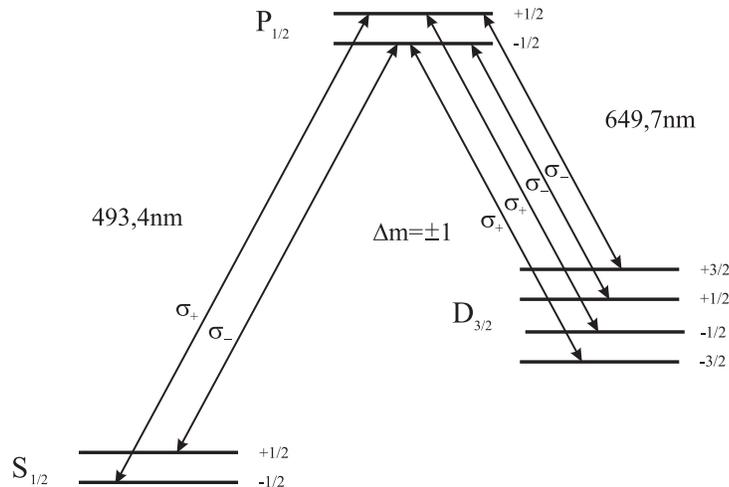


Abbildung 7.2: Termschema des Achtniveausystems nach der Zeeman-Aufspaltung

Wenn der elektrische Feldvektor der eingestrahlten Lichtfelder senkrecht zum Magnetfeld steht, kann ein linear polarisiertes rotes Lichtfeld die Besetzung der vier $D_{3/2}$ -Unterniveaus zurückpumpen. Es finden Übergänge mit einer Änderung der Magnetquantenzahl von $\Delta m_j = \pm 1$ statt, da in diesem Fall das linear polarisierte Laserlicht (π) als Überlagerung von links- und rechtszirkular polarisiertem Licht ($\sigma_+ + \sigma_-$) betrachtet werden kann.

Wie schon erwähnt, werden im Experiment zwei Laserlichtfelder auf das Ion eingestrahlt und der Spontanzerfall von $|2\rangle$ nach $|1\rangle$ als Fluoreszenzintensität gemessen. Dieses Fluoreszenzsignal ist proportional zur Besetzung des $P_{1/2}$ -Niveaus (zum Meßaufbau siehe dazu Abschnitt 5.4.2). Die Laser sind kontrolliert verstimmbar und haben Linienbreiten unter 100 kHz. Sie sind damit viel schmäler als die natürlichen Linienbreiten der elektronischen Übergänge des Ions. Daher ist eine genaue Untersuchung dieser atomaren Strukturen möglich.

Bei Ionen, die sich in der Falle noch stark bewegen, also nicht gut gekühlt sind, kommt es zu einer Verbreiterung der Resonanzlinien aufgrund des Dopplereffekts. Die natürliche (unverbreiterte) Linienform einer Resonanz ist die einer Lorentzkurve mit der natürlichen vollen Linienbreite. Die Doppler-Verbreiterte Resonanzlinie hat die Form einer Gaußkurve. Beispielsweise beträgt für den Übergang $|2\rangle \rightleftharpoons |3\rangle$ die natürliche Linienbreite 5,1 MHz, die stark Doppler-Verbreiterte Linie der heißen Hohlkathodenlampe ist dagegen 820 MHz breit.

7.1.2 Dunkelresonanzen

Zur Vereinfachung und weil alle prinzipiellen Eigenschaften so gezeigt können, wird im Folgenden der Fall des Drei-Niveau-Systems behandelt. Ein atomares Drei-Niveau-System kann quantenmechanisch mit dem Dichtematrixformalismus beschrieben werden. Die Dichtematrix ist hier eine 3×3 -Matrix

$$\rho_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (7.1)$$

wobei ρ_{11} , ρ_{22} und ρ_{33} die Besetzungszahlen der Energieniveaus sind und ρ_{ij} für $i \neq j$ die kohärenten Superpositionen der Zustände beschreiben. Die zwei kohärenten Lichtfelder werden klassisch durch ebene monochromatische elektromagnetische Wellen mit den Amplituden E_g (grüner Laser) und E_r (roter Laser) und den Verstimmungen Δ_g und Δ_r beschrieben. Ihre Wechselwirkungen mit dem Ion beschreiben die Dipolmatrixelemente d_{12} und d_{32} . Zusammenfassend wird die Kopplung zwischen Licht und Ion durch die sogenannten Rabifrequenzen

$$\Omega_g = |d_{12}|E_g/\hbar \quad \text{und} \quad \Omega_r = |d_{32}|E_r/\hbar \quad (7.2)$$

ausgedrückt. Die energetischen Zustände des Ions, die Lichtfelder und die Kopplung zwischen Licht und Ion werden im Hamiltonoperator H zusammengefaßt. Im nicht-Hermit'schen Operator \mathcal{L}_{rel} sind alle Relaxationsterme zusammengefaßt. Sie beschreiben unter anderem die Spontanzerfälle von angeregten Zuständen, die die kohärente Entwicklung des Systems dämpfen. Die Bewegungsgleichung für die Dichtematrix hat dann die Form

$$\frac{d}{dt}\rho = \frac{1}{i\hbar}[H, \rho] + \mathcal{L}_{rel}(\rho). \quad (7.3)$$

Diese Gleichung führt auf neun gekoppelte Differentialgleichungen, die optischen Blochgleichungen. Ohne auf das Lösungsverfahren einzugehen, sei hier ein spezielles Ergebnis vorgestellt [45].

Die stationären Lösungen der Blochgleichungen für die Besetzung ρ_{22} des Zustandes $|2\rangle$ beschreiben die Form der Resonanzlinie im Anregungsspektrum des Ions, da die grüne Fluoreszenz proportional zu dieser Besetzung ist. Im Falle gleicher Verstimmung beider Laser von den jeweiligen Übergangsfrequenzen ($\Delta_r = \Delta_g$), existiert die Lösung:

$$\rho_{11} = \frac{\Omega_r^2}{\Omega_g^2 + \Omega_r^2}, \quad \rho_{22} = 0, \quad \rho_{33} = \frac{\Omega_g^2}{\Omega_g^2 + \Omega_r^2}, \quad \text{Re}\rho_{13} = -\frac{\Omega_g\Omega_r}{\Omega_g^2 + \Omega_r^2}. \quad (7.4)$$

Alle anderen Komponenten sind Null. Es also wird ein quantenmechanischer Überlagerungszustand (Kohärenz) der Zustände $|1\rangle$ und $|3\rangle$ erzeugt. Diese

Situation ist in Abbildung 7.3 dargestellt. Da die Besetzung im Zustand $|2\rangle$ verschwindet, kann keine Fluoreszenz mehr beobachtet werden. Für den Spezialfall $\Omega_g = \Omega_r$ ist $\rho_{11} = \rho_{33} = 1/2$ und $\text{Re}\rho_{13} = -1/2$. Es liegt der Zustand

$$\frac{1}{\sqrt{2}}[|1\rangle - |3\rangle] \quad (7.5)$$

vor. Im Anregungsspektrum des Ions zeigt sich bei gleicher Verstimmung der Laser ein Einbruch in der Fluoreszenz auf Null (daher der Name Dunkelresonanz).

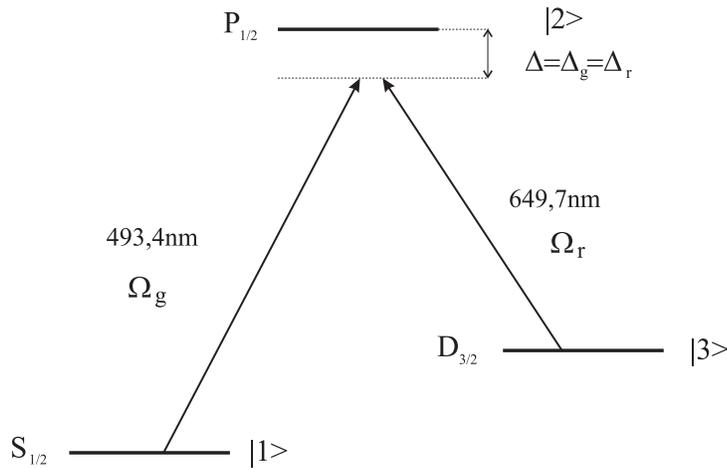


Abbildung 7.3: Dunkelresonanz bei gleicher Verstimmung der Laser

Wenn man ein Magnetfeld so anlegt, daß der rote Laser die vier entstehenden Zeeman-Niveaus des $D_{3/2}$ -Zustandes zurückpumpen kann (Abbildung 7.2), lassen sich im Anregungsspektrum vier Dunkelresonanzen beobachten. Man muß die 64 Blochgleichungen des Achtniveausystems lösen, um dies zu berechnen.

7.1.3 Quantensprünge

Für dieses Phänomen sind nun alle fünf Zustände in Abbildung 7.1 interessant. Wird dieses Fünf-Niveau-System mit zwei resonanten Lichtfeldern bei $493,4\text{nm}$ und $649,7\text{nm}$ bestrahlt, emittiert es, wenn nicht gerade die Bedingung für eine Dunkelresonanz erfüllt ist, ständig Fluoreszenzphotonen durch Spontanzerfall des angeregten $P_{1/2}$ -Niveaus ins $S_{1/2}$ -Niveau. Auch wenn die Detektionsereignisse des Photomultipliers Einzelprozesse sind, kann man wie

in diesem Fall, bei Zählraten von etwa 1000 pro 0,1 s (siehe Abschnitt 5.4.2), von konstanter Fluoreszenzintensität sprechen. Die Ursache für die hohe Emissionsrate ist die kurze Lebensdauer des $P_{1/2}$ -Niveaus von 10^{-8} s.

Was passiert nun, wenn zusätzlich das inkohärente Licht einer Hohlkathodenlampe (siehe Abschnitt 5.3.2), in dem alle Übergangswellenlängen des Barium-Ions enthalten sind, mit dem Ion wechselwirkt?

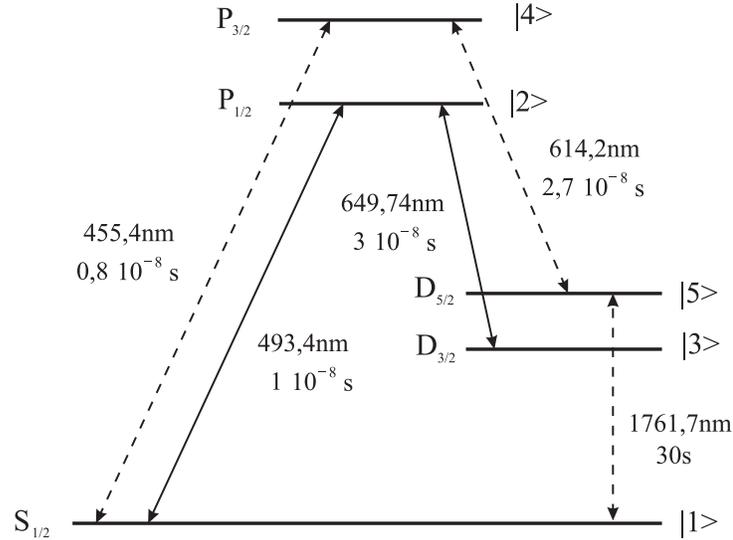


Abbildung 7.4: Quantensprünge ins metastabile Niveau

Abbildung 7.4 zeigt das Termschema des Barium-Ions mit allen fünf Energieniveaus. Die durchgezogenen Pfeile bezeichnen jene Übergänge, die mit dem grünen und dem roten Laserlichtfeld angeregt werden. Die strichlierten Pfeile stehen für Übergänge, die durch das Licht der Hohlkathodenlampe induziert werden. Weiters sind die Übergangswellenlängen und die Lebensdauern angeführt. So kann auch der Zustand $P_{3/2}$ besetzt werden. Er zerfällt mit einer Wahrscheinlichkeit von $1/4$ in das metastabile $D_{5/2}$ -Niveau, dessen Lebensdauer ungefähr 30 s beträgt. Ein Ion in diesem Zustand kann von den Lasern nicht zur Fluoreszenz angeregt werden.

Die Frage ist: Wird die Fluoreszenzrate des Übergangs $S_{1/2} \rightleftharpoons P_{1/2}$ durch das Einstrahlen des Lichts der Hohlkathode, dessen Intensität weit unterhalb der Sättigungsleistung der Übergänge liegt, um ein bestimmtes Maß vermindert und bleibt kontinuierlich? Oder verschwindet die Fluoreszenz völlig, bleibt eine Zeit lang (in der Größenordnung der Lebensdauer des metastabilen Niveaus) aus, und kehrt dann plötzlich wieder?

Diese Frage nach der Existenz solcher „Hell-“ und „Dunkelzeiten“ wurde 1986

von drei experimentellen Arbeitsgruppen *positiv* beantwortet [46, 47, 48]. Das plötzliche Verschwinden und Wiederauftauchen der Fluoreszenz kennzeichnet die Quantensprünge. Wenn das Ion ein Photon aus dem Hohlkathoden-Licht absorbiert und dadurch in den $P_{3/2}$ -Zustand gelangt zerfällt es mit rund 25-prozentiger Wahrscheinlichkeit in den metastabilen $D_{5/2}$ -Zustand. Geschieht dies, so erlischt die Fluoreszenz. Erst wenn es aus dem metastabilen Zustand in den Grundzustand zerfällt oder mit der Hohlkathode bei 614,2 nm angeregt wird, kann es vom grünen Laser angeregt werden und beginnt wieder Fluoreszenzphotonen zu emittieren. Das gemessene Signal zeigt also an, ob sich das Ion im Zustand $D_{5/2}$ befindet oder nicht.

Eine Möglichkeit der theoretischen Vorhersage der Existenz von Quantensprüngen [49] ist die Bestimmung der vollständigen Hierarchie der Korrelationsfunktionen für das Fluoreszenzlicht. Daraus kann man die Wahrscheinlichkeit dafür berechnen, im Zeitintervall T kein Photon zu beobachten. Das Ergebnis zeigt auch theoretisch, daß Dunkel-Zeiten auftreten, deren Längen vergleichbar mit der Lebensdauer des metastabilen Niveaus sind.

7.2 Experimentelle Ergebnisse

Mit der in Kapitel 5 beschriebenen Anordnung zur Messung des Fluoreszenzlichts eines einzelnen Ions wurden die Daten aufgenommen, die in den folgenden zwei Abschnitten beschrieben werden.

7.2.1 Dunkelresonanz

Abbildung 7.5 zeigt eine Dunkelresonanz eines einzelnen Ions. Der rote Laser wurde dabei auf der langwelligen Seite des Anregungsspektrums über einen Bereich von etwa 1 GHz verstimmt. Der grüne Laser war bei fester Frequenz etwa 100 MHz auf die langwellige Seite des Übergangs $S_{1/2} \rightleftharpoons P_{1/2}$ verstimmt. Für jeden Meßpunkt wurde das Signal des Photomultipliers 100 ms lang integriert. Das Spektrum zeigt vor dem Maximum einen deutlichen Helligkeitseinbruch – eine Dunkelresonanz.

In Abbildung 7.6 sieht man ebenfalls ein Anregungsspektrum, das durch Verstimmen des roten Lasers aufgenommen wurde. Die Frequenzachse wurde hier mit Hilfe eines gleichzeitig aufgenommenen Hohlkathodenspektrums geeicht. Man erkennt deutlich vier Dunkelresonanzen die auf Grund der Zeeman-Aufspaltung der Energieniveaus, wie in Abbildung 7.2 dargestellt, zu Stande kommen. Die durchgezogene Linie entspricht einer Anpassung der Lösungen der optischen Bloch-Gleichungen für ein Achtniveausystem.

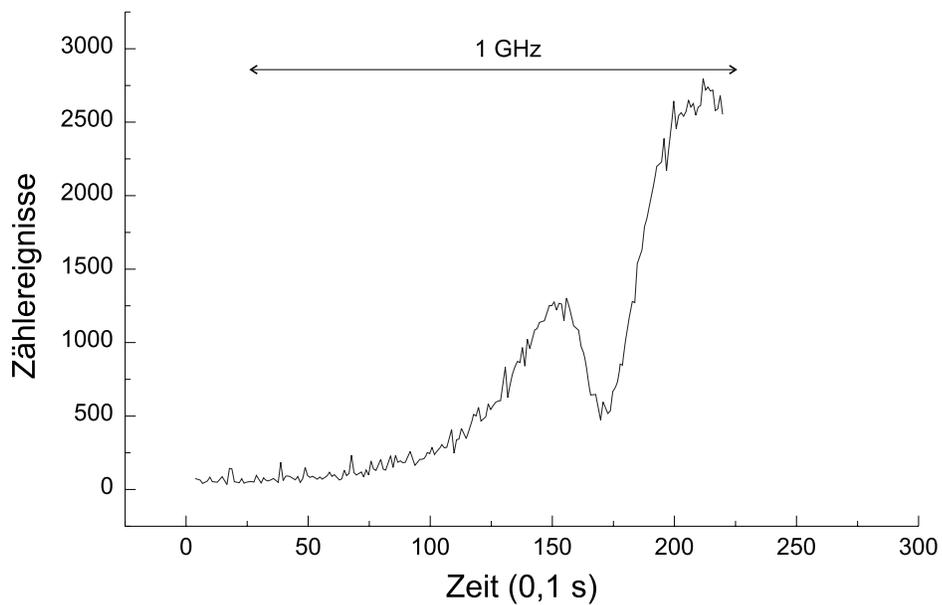


Abbildung 7.5: Dunkelresonanz eines einzelnen Ba-Ions

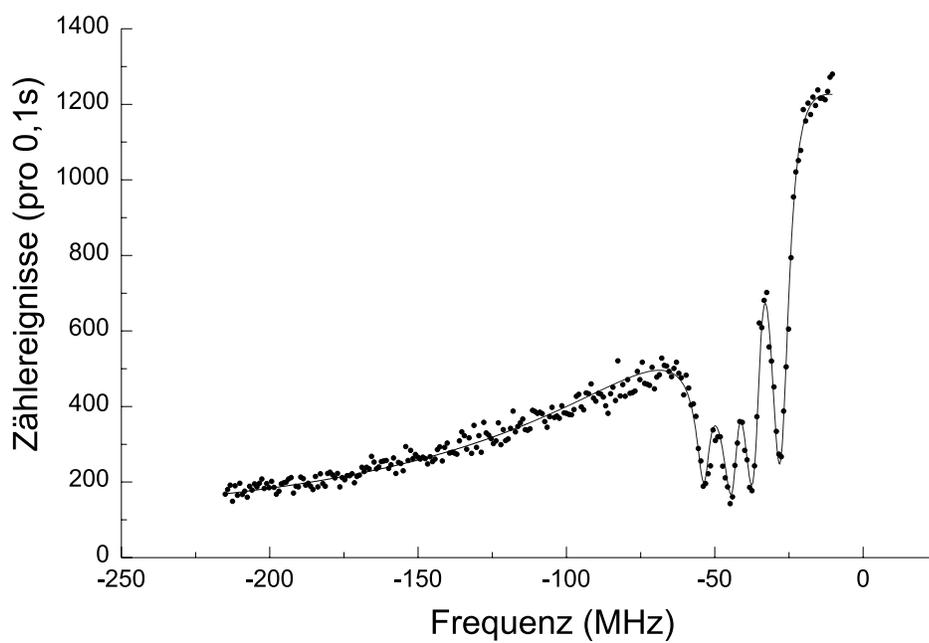


Abbildung 7.6: Anregungsspektrum mit vier Dunkelresonanzen

7.2.2 Quantensprünge

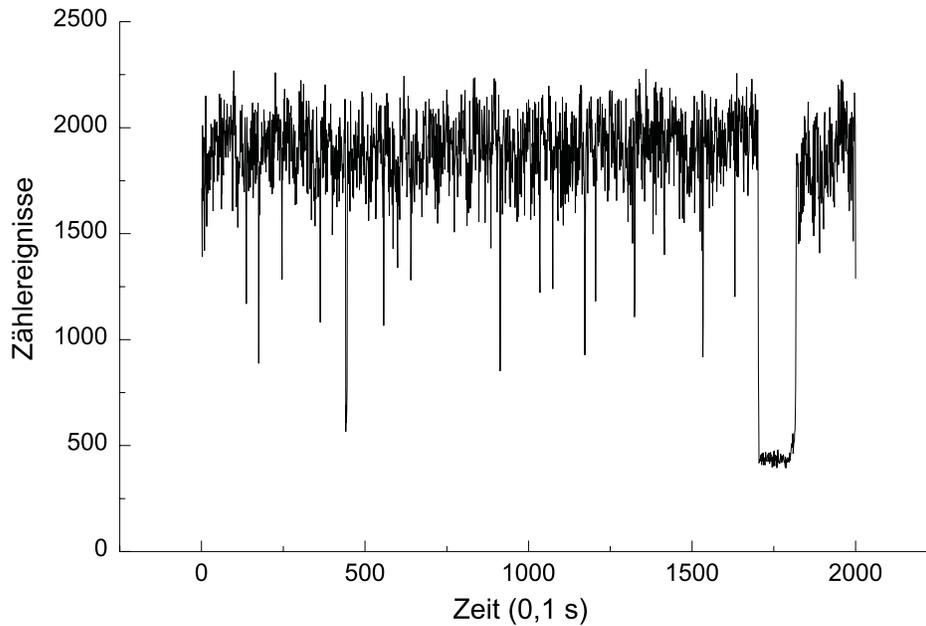


Abbildung 7.7: Quantensprünge eines Ba-Ions ohne Hohlkathodenlicht

In Abbildung 7.7 sieht man das Fluoreszenzsignal eines Ions. Das Signal zeigt starke Fluktuationen, da das Ion in der Falle nicht ruhig war. Für diese Messung wurden nur der grüne und der rote Laser eingestrahlt. Es wurde daher bis auf eine kurze Zeitspanne (bei ca. 175s) kontinuierliche Fluoreszenz beobachtet. Das Erlöschen der Fluoreszenz an dieser Stelle ist auf einen Quantensprung zurückzuführen, der durch den Stoß des Ions mit einem Atom des Restgases in der Vakuumapparatur zurückzuführen ist.

Für die nächste Messung (Abbildung 7.8) wurde zusätzlich das Licht einer Barium-Hohlkathodenlampe auf das Ion eingestrahlt, wodurch eine Folge von Quantensprüngen ausgelöst wurde. Die anderen experimentellen Parameter wurden nicht verändert. Somit ist der Nachweis lichtinduzierter Quantensprünge erbracht.

Zum Schluß zeigt Abbildung 7.9 die Quantensprünge zweier Barium-Ionen, die zugleich in der Falle gespeichert waren.

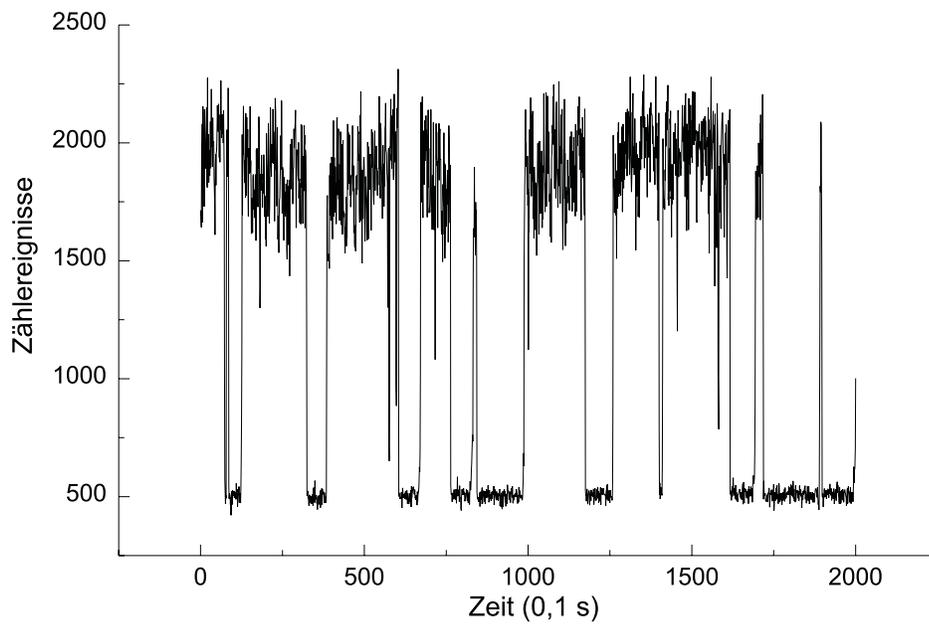


Abbildung 7.8: Quantensprünge eines Ba-Ions mit Hohlkathodenlicht

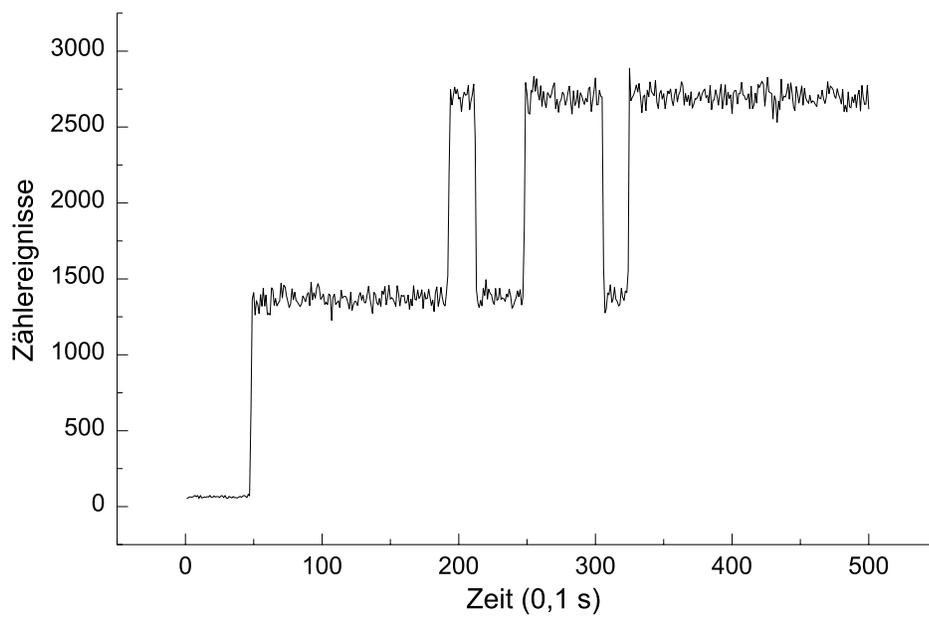


Abbildung 7.9: Quantensprünge zweier Ba-Ionen

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wird die Funktionsweise eines Frequenzstabilisierten Diodenlasersystems bei einer Wellenlänge von 650 nm beschrieben, und Messungen an einzelnen in einer Paul-Falle gespeicherten Ba^+ -Ionen vorgestellt.

Die optische Frequenzstabilisierung der Laserdiode wurde in einem Littman-Aufbau verwirklicht. Der Strahl aus der Laserdiode wird dabei kollimiert und trifft dann in streifendem Einfall auf ein Beugungsgitter. Die nullte Beugungsordnung wird nach dem Reflexionsgesetz am Gitter reflektiert und stellt den ausgekoppelten Strahl dar. Das Licht in der ersten Beugungsordnung trifft auf einen hochreflektierenden Spiegel und wird über das Gitter und den Kollimator in die Laserdiode zurückgekoppelt. Dadurch wird die Emissionsbandbreite der Laserdiode auf etwa 1 MHz reduziert.

Im zweiten Schritt der Stabilisierung wurde das Verfahren von Pound, Drever und Hall eingesetzt. Es stellt eine Kombination von optischen und elektronischen Methoden dar und ist eng mit der Frequenzmodulationsspektroskopie verwandt. Dabei werden dem Laserlicht durch einen elektrooptischen Modulator Seitenbänder aufgeprägt und aus dem an einem Fabry-Perot-Resonator reflektierten Anteil wird auf elektronischem Wege ein geeignetes Fehlersignal zur Regelung des Diodenlasers erzeugt. Der Fabry-Perot-Resonator wird dabei als Frequenzreferenz verwendet. Auf diese Art frequenzstabilisiert erreicht der Laser eine Bandbreite von unter 100 kHz.

Die Frequenzfluktuationen des Laserlichts wurden mittels eines unabhängigen optischen Resonators gemessen. Aus den so erhaltenen Meßdaten wurde die spektrale Frequenzfluktuationsdichte und die Allan-Varianz berechnet, die es erlaubt dieses Lasersystem mit anderen Systemen zu vergleichen.

Abschließend werden Messungen des Fluoreszenzlichts von einzelnen Ba^+ -Ionen präsentiert.

Für die nächste Zukunft sind weitere Messungen am Fluoreszenzlicht einzelner Ionen geplant. Insbesondere soll eine von der Theorie vorhergesagte nichtklassische Eigenschaft der Fluoreszenz – die sogenannte Lichtquetschung – nachgewiesen werden. Lichtquetschung (englisch. squeezing) bedeutet, daß das Quantenrauschen einer Quadraturkomponente des elektromagnetischen Lichtfeldes zulasten der anderen Quadraturkomponente reduziert ist, das gesamte Rauschen aber immer noch den durch die Heisenberg'sche Unschärferektion nach unten begrenzten minimalen Wert hat. Dazu soll eine Anordnung aufgebaut werden, mit der eine Homodyn-Detektion des Fluoreszenzlichts möglich ist.

Für diese Messungen ist neben der Kurzzeitstabilität der Laserfrequenz auch die Langzeitstabilität von entscheidender Bedeutung. Um dies zu erreichen könnte der Diodenlaser auf eine Resonanzfrequenz des Jod-Moleküls stabilisiert werden. Dadurch kann die Drift der Laserfrequenz, die durch die Frequenzdrift des Referenzresonators verursacht wird, weitgehend kompensiert werden

Anhang A

Fabry-Perot-Resonator

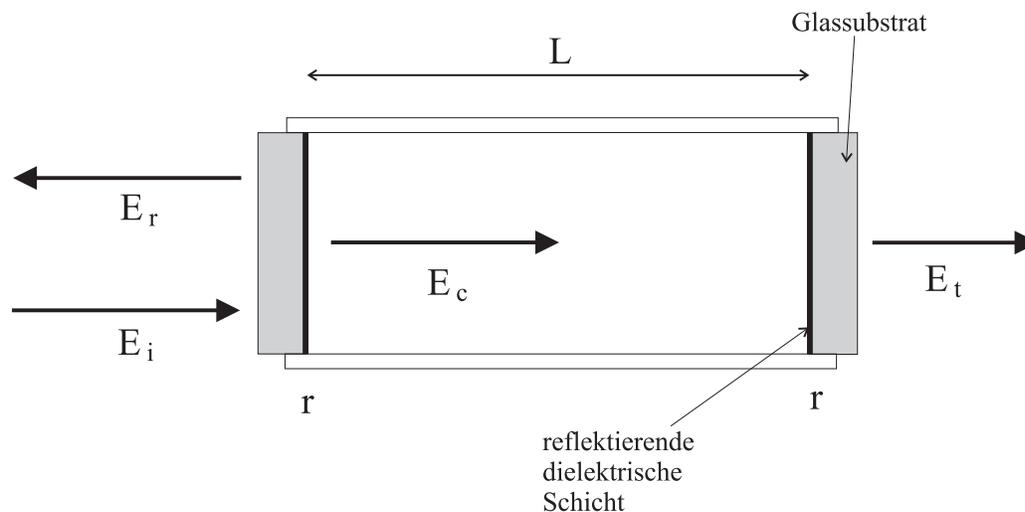


Abbildung A.1: Fabry-Perot-Resonator

Der optische Fabry-Perot-Resonator soll hier für den Fall planparalleler identischer Spiegel berechnet werden.

Abbildung A.1 zeigt die beiden Spiegel, die sich im Abstand L gegenüberstehen. E_i beschreibt die Amplitude des einfallenden kohärenten Lichtfeldes mit der optischen Frequenz ω , E_c das Lichtfeld im Resonator, E_t und E_r das transmittierte und das reflektierte Lichtfeld. Das Amplitudenreflexionsvermögen der Spiegel wird mit r bezeichnet. Das Licht E_c im Resonator setzt sich zusammen aus dem „alten“ Lichtfeld $E_c(t - T)$, das die Strecke L nach rechts gelaufen ist und dessen Phase sich dabei um Lc/ω geändert hat, mit einem Phasensprung von π am rechten Spiegel reflektiert wurde, wieder die

Strecke L zurückgelaufen ist und am linken Spiegel mit einem Phasensprung von π reflektiert wurde und dem Licht das gerade durch den linken Spiegel transmittiert wurde. Also

$$E_c(t) = E_c(t - T)e^{i\frac{L}{c}\omega}(-r)e^{i\frac{L}{c}\omega}(-r) + E_i\sqrt{1 - r^2} \quad (\text{A.1})$$

Mit T als Umlaufzeit im Resonator. Uner der Annahme, daß Amplitudenschwankungen innerhalb von T sehr klein sind, kann

$$E_c = E_cr^2e^{i\frac{2L}{c}\omega} + E_i\sqrt{1 - r^2} \quad (\text{A.2})$$

geschrieben werden. Woraus

$$E_c = \frac{\sqrt{1 - r^2}}{1 - r^2e^{i\frac{2L}{c}\omega}}E_i \quad (\text{A.3})$$

folgt. Für das transmittierte und reflektierte Licht ergibt sich

$$E_t = E_ce^{i\varphi/2}\sqrt{1 - r^2} = \frac{(1 - r^2)e^{i\varphi/2}}{1 - r^2e^{i\varphi}}E_i \quad (\text{A.4})$$

und

$$E_r = E_ir + E_ce^{i\varphi/2}(-r)e^{i\varphi/2}\sqrt{1 - r^2} = r\frac{1 - e^{i\varphi}}{1 - r^2e^{i\varphi}}E_i \quad (\text{A.5})$$

mit $\varphi = 2L\omega/c$. Für die Intensität des transmittierten Lichts $I_t = |E_t|^2$ ergeben sich im Falle hochreflektierender Spiegel Lorentzfunktionen im Frequenzabstand

$$\text{FSR} = \frac{c}{2L} \quad (\text{in Hz}), \quad (\text{A.6})$$

den man als freien Spektralbereich (Free Spectral Range) bezeichnet. Diese Lorentzfunktionen sind die Resonanzen oder longitudinalen Moden des Resonators, bei denen sich stehende Lichtwellen zwischen den Spiegeln ausbilden können. Die halbe Linienbreite (HWHM) der Resonanzen ist

$$\Gamma = \frac{1}{2\pi} \frac{1 - r^2}{r} \frac{c}{2L} \quad (\text{in Hz}). \quad (\text{A.7})$$

Ein Maß für die Güte des Resonators ist die sogenannte Finesse, definiert als

$$\mathcal{F} := \frac{\text{FSR}}{2\Gamma} = \frac{\pi r}{1 - r^2}. \quad (\text{A.8})$$

In Resonatoren mit gekrümmten Spiegeln liegen die Resonanzfrequenzen für höhere transversale Moden bei unterschiedlichen Frequenzen. Die Resonanzfrequenzen $\nu_{q,m,n}$ der Moden sind gegeben durch [50]

$$\frac{\nu_{q,m,n}}{\text{FSR}} = (q + 1) + \frac{1}{\pi}(m + n + 1) \arccos \left[\sqrt{\left(1 - \frac{L}{R_1}\right) \left(1 - \frac{L}{R_2}\right)} \right] \quad (\text{in Hz}). \quad (\text{A.9})$$

Wobei R_1 und R_2 die Krümmungsradien der beiden Spiegel sind. q ist der longitudinale Modenindex; m und n sind die Indices der Transversalmoden.

Anhang B

MATLAB-Programm: Allan-Varianz

Mit Hilfe dieses Programms kann man die Allan-Varianz von Rauschdaten und daraus die Allan-Standardabweichung für die Meßzeiten $\{\tau_0 \dots p\tau_0 \dots p_f \tau_0\}$ berechnen. Dafür wird nur ein Datensatz mit der Meßzeit τ_0 benötigt. Das Programm erzeugt durch schrittweise Mittelwertbildung über immer längere Meßzeiten $p\tau_0$ Datensätze mit Meßzeiten $\tau = p\tau_0$. Da jedoch dadurch die Anzahl der Datenpunkte abnimmt, wodurch Ungenauigkeiten entstehen, sollte $p_f \tau_0$ nicht mehr als 2% der gesamten Meßdauer betragen.

```
% BERECHNUNG DER ALLANSTANDARDABWEICHUNG
% FUER tau=[1 ... pf]*tau0

% Zuerst muss der Datensatz rau.dat (ascii-Datei) geladen werden!
% tau0 ist die Messzeit fuer einen Messpunkt.

% Setzen des Parameters
pf=input('Maximale Intervall-Laenge: ');

y=rau;

avar = zeros(pf,1);

% Schleife zur Brechnung der Allanvarianz
for p=1:pf
```

```

% Erzeugung des Datensatzes mit p

    % Anpassung der Datensatzlaenge
y=rau;
l=size(y);
l=l(1); % Spaltenvektor!
ly=1;
l=p*floor(l/p);
y=y(1:l);

    % Mittelung über p-Intervalle
ym=zeros(p,l/p);
ym(:)=y;
yp=(1/p)*sum(ym);

if p==1
    yp=y';
end

% Berechnung der Allanvarianz fuer p

    % Anpassung der Datensatzlaenge
l=size(yp);
l=l(2); %Zeilenvektor!
l=2*floor(l/2);
yp=yp(1:l);

    % Allanvarianz
ypam1=zeros(2,l/2);
ypam1(:)=yp;
minus1=ones(2,l/2);
minus1(1,:)=-1*ones(1,l/2);
ypam1=minus1.*ypam1;

yp2=yp(2:l-1);
ypam2=zeros(2,l/2-1);
ypam2(:)=yp2;
minus2=ones(2,l/2-1);

minus2(1,:)=-1*ones(1,l/2-1);

```

```
ypam2=minus2.*ypam2;

ypam=[ypam1 ypam2];
avarp=(1/(2*(ly/p) -1))*sum((sum(ypam)).^2);

avar(p)=avarp;

end

% AllanStandardabweichung
asta=sqrt(avar);

% Erzeugung der Zeitachse
tau=[1:pf]*tau0;

% Darstellung

loglog(tau,asta)

xlabel('Intervall-Laenge [s]')
ylabel('sigma[Frequenzeinheiten]')
title(['AllanStandardabw. ' dateiname])
```

Geräteliste

Gerät	Hersteller, Bezeichnung
Laserdiode	SDL-7511-G1
Laserdiodennetzteil	Profile LDC 202
Laserdiodennetzteil	Eigenbau C. Raab
Optischer Isolator	Polytec
Kollimatorsystem	Schäfter und Kirchhoff, SK9648
Temperaturfühler	YSI 44203
Spiegelhalter	Lees
Anamorphotische Prismen	Melles Griot
Prismen-Tischchen	Lees

Literaturverzeichnis

- [1] Fraunhofer; Gilberts Ann. Bd. 56, 164 (1817)
- [2] B. E. A. Saleh, M C. Teich; Fundamentals of Photonics; Wiley (1991)
- [3] W. Demtröder, Laserspektroskopie, 3. Auflage, Springer-Verlag (1993)
- [4] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloe; Quantum Mechanics; Wiley (1977)
- [5] A. Einstein; Zur Quantentheorie der Strahlung, Physik. Zeitschr. **18**, 121 (1917)
- [6] A.L. Schawlow, C.H. Townes; Infrared and Optical Masers, Phys. Rev.**112**, 1940 (1958)
- [7] T.H. Maiman; Stimulated Optical Radiation in Ruby, Nature **187**, 493 (1960)
- [8] R.N. Hall, G.E. Fenner, J.D. Kingsley, T.J. Solyts, R.O. Carlson; Coherent light emission from GaAs junctions, Phys. Rev. Lett.**9**, 366 (1962)
- [9] M.I. Nathan, W.P. Dumke, G.Burns, F.H. Dills, G. Lasher; Stimulated emission of radiation from GaAs p-n junctions, Appl. Phys. Lett. **1**, 62 (1962)
- [10] T.M. Quist, R.H. Rediker, R.J. Keyes, W.E. Krag, B. Lax, A.L. Mcwhorther, H.J. Zeiger; Semiconductor MASER of GaAs, Appl. Phys. Lett. **1**, 91 (1962)
- [11] Ch. Kittel; Einführung in die Festkörperphysik, 10. Auflage, Oldenbourg 1993
- [12] A. Yariv; Quantum Electronics, 3rd Edition, John Wiley & Sons 1989
- [13] F.K. Kneubühl, M.W. Sigrist; Laser, 3. Auflage, Teubner Studienbücher 1991

- [14] C.E. Wieman, L. Hollberg; Using Diode lasers for atomic physics, Rev. Sci. Instrum. **62**, 1 (1991)
- [15] M.W. Fleming, A. Mooradian; Fundamental line broadening of single-mode (GaAl)As diode lasers, Appl. Phys. Lett. **38**, 511 (1981)
- [16] C.H. Henry; Theory of the linewidth of semiconductor lasers, IEEE J. Quant. Elect. **18**, 259 (1982)
- [17] K.Y. Lau, A. Yariv; A theory of longitudinal modes in semiconductor lasers, Appl. Phys. Lett **40**, 763 (1982)
- [18] G. Arnold, K. Petermann, E. Schlosser; Spectral characteristics of gain-guided semiconductor lasers, IEEE J. Quantum Electron. **19**, 974 (1983)
- [19] L. Goldberg et al.; Spectral Characteristics of Semiconductor Laser with Optical Feedback, IEEE J. Quantum Electron. **18** 555 (1982)
- [20] K. Petermann; Diode laser modulation and noise; Kluwer Academic Publishers; Dordrecht Boston London (1988)
- [21] K. C. Harvey, C. J. Myatt; Optics Letters, Vol. 16, No. 12, p. 910 (1991)
- [22] M. Born, E. Wolf; Principles of Optics, Pergamon New York (1980)
- [23] Friedrich; Tabellenbuch der Elektrotechnik
- [24] Ch. Raab; Ein Laserspektrometer zur Untersuchung gespeicherter Barium-Ionen, Diplomarbeit, Innsbruck (1996)
- [25] G. C. Bjorklund, M.D. Levenson, W. Lenth, C. Ortiz; Appl. Phys. B 32, p. 142 (1983)
- [26] J. M. Supplee, E. A. Whittaker, W. Lenth; Applied Optics, Vol. 33, No. 27, p. 6294, (1994)
- [27] R. W. P. Drever, J. L. Hall et al.; Appl. Phys. B 31, p. 97 (1983)
- [28] M. Houssin et al.; Optics Letters, Vol. 13, No. 10, p. 823, (October 1988)
- [29] A. Schenzle, R. G. DeVoe, R. G. Brewer; Phys. Rev. A, Vol. 25, No. 5, p. 2606, (May 1982)
- [30] John L. Hall, Miao Zhu; An Introduction to Phase-Stable Optical Sources

- [31] W. B. Davenport, W. L. Root, McGraw Hill, New York, Toronto, London (1958)
- [32] D. Allan; Proc. of the IEEE 54, 221 (1973)
- [33] J. Rutman; Proc. of the IEEE 66, 1048 (1978)
- [34] Ph. Courteille; Fequenzstabilisierung eines Helium Neon Lasers und Langzeitstabilisierung eines externen Resonators, Diplomarbeit, Hamburg (1989)
- [35] M. G. Littman, H. J. Metcalf; Applied Optics 17, 2224 (1978)
- [36] W. Paul, O. Osberghaus, E. Fischer; Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen, Nr.415 (1958)
- [37] R. F. Wuerker, H. Shelton, R. V. Langmuir; Journal of Applied Physics, Vol. 30 No.3, p.342, (1959)
- [38] J. Bolle; Dissertation, Innsbruck (1998)
- [39] A. A. Radzig, B. M. Smirnov; Reference Data on Atoms, Molecules, and Ions; Springer Verlag
- [40] C. Guet, W. R. Johnson; Phys. Rev. A 44, 1531 (1991)
- [41] M. Schubert, Dissertation, Hamburg (1991)
- [42] C. Knab-Bernadindi, H. Knab, F. Vedel, G. Werth; Zeitschr. f. Phys. D 24, 339 (1992)
- [43] R. Schneider, G. Werth; Zeitschr. f. Phys. A 293, 103 (1979)
- [44] A. Gallagher; Phys. Rev. 157, 24 (1967)
- [45] I. Siemers, Dissertation, Hamburg (1991)
- [46] W. Nagourney, J. Sandberg, H. Dehmelt; Phys. Rev. Lett. 56, 2797 (1986)
- [47] T. Sauter, R. Blatt, W. Neuhauser, P. E. Toschek; Phys. Rev. Lett. 57, 1696 (1986)
- [48] J. C. Bergquist, R. G. Hulet, W. M. Itano, D. J. Wineland; Phys. Rev. Lett. 57, 1699 (1986)

- [49] A. Schenzle, R. G. Brewer; Phys. Rev. A 34, 3190 (1986)
- [50] H. Kogelnik, T. Li; Proceedings to the IEEE 54, 1312 (1966)

Dank

Ich danke Herrn Prof.
Rainer Blatt für die Aufnahme in seine Arbeitsgruppe, die Themenstellung und die Betreuung. Neben allen Mitgliedern der Arbeitsgruppe danke ich für interessante Ausflüge in theoretische Gefilde wie dem Land der bekleideten Zustände Dr. Jürgen Eschner und für die Einführung in experimentelle Praktiken Dr. Ferdinand Schmidt-Kaler. Bei Dipl. Phys. Joachim Bolle möchte ich mich für einige wichtige Relativierungen und den Gedanken, daß ein Experiment auch Stil haben sollte, bedanken. Dipl. Phys. Christoph Raab, der mich „eingeschult“ hat, verdient auch ein herzliches Dankeschön. Und nicht zuletzt danke ich Wolfgang Bechter mit dem zusammen ich das erste österreichische Zweigestirn in dieser Arbeitsgruppe bilden durfte. Ich spreche sicher auch in seinem Namen und im Namen von Dipl. Phys. Harald Rohde, wenn ich den Innsbrucker Viaduktbögen ein vergelt's Gott ausspreche. Besonders danke ich meinen Eltern, die mir dieses Studium ermöglicht haben.
Sie haben mich stets unterstützt
und meinen Wissensdurst
gestillt seit ich denken kann.



Lebenslauf

Persönliche Daten

Name	Helmut Langfischer
Geburtsdaten	25. Februar 1972 in Innsbruck
Eltern	Robert Langfischer und Berta Langfischer, geb. Eiter
Staatsbürgerschaft	Österreich
Familienstand	ledig

Ausbildung

1978-1983	Besuch der Volksschule Wörndlestraße in Innsbruck
1983-1991	Besuch des BG und BRG Reithmannstraße in Innsbruck
1991-1998	Studium der Physik