

Ein phasenstabilisiertes
Diodenlaser-System bei 780 nm zur
Spektroskopie an ^{87}Rb -Atomen

Diplomarbeit
zur Erlangung des Magistergrades

an der
Naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Leopold-Franzens-Universität Innsbruck

eingereicht von

Michael Chwalla

im Juli 2002

durchgeführt am Institut für Experimentalphysik
der Universität Innsbruck

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	3
1 Rubidium	6
1.1 Termschema	6
1.2 Das 3-Niveau-System	8
1.2.1 Das Λ -System	9
1.2.2 Dunkelzustände	10
1.2.3 Raman-Kühlung	12
2 Diodenlaser	17
2.1 Laserdioden	17
2.1.1 Funktionsprinzip	17
2.2 Rauscheigenschaften	20
2.3 Modulationsverhalten	20
2.4 Optische Rückkopplung	22
3 Laserstabilisierung	24
3.1 Regelungsgrundlagen	24
3.1.1 Der Regelkreis	24
3.1.2 Statistische Eigenschaften von Rauschen	26
3.2 Phasenstabilisierung	28
3.2.1 Grundlagen einer PLL	28
3.2.2 Phasensprünge	31
3.2.3 Fehlersignal	31
3.2.4 Spektrum	32
3.3 Frequenzstabilisierung	34
4 Das Lasersystem	37
4.1 Eigenschaften der Laserdioden	37
4.2 Aufbau der Gitterstabilisierung	38
4.3 Resonatorstabilisierung	40

4.3.1	Eigenschaften des Fabry-Perot-Resonators	40
4.3.2	Aufbau	41
4.3.3	Stabilisierung auf den Resonator	43
5	Phasenstabilisierung	47
5.1	Aufbau der Schwebungsmessung	47
5.2	Der Regelverstärker	49
5.3	Frequenzquelle	53
5.4	Phasenstabilisierung	55
6	Messungen an einer Rb-Gaszelle	60
6.1	Aufbau	60
6.2	Messung der Dunkelresonanz	61
	Zusammenfassung	64
	A Schaltpläne	66
	Literaturverzeichnis	69

Einleitung

In den 60er Jahren des letzten Jahrhunderts führte die Entwicklung der Laser zu einem Innovationsschub in der Physik. Neue Disziplinen wie die Laserspektroskopie und die Quantenoptik entstanden, die ohne diese leistungsfähigen, kohärenten, monochromatischen Lichtquellen nicht existieren könnten. Vor allem in der Atom- und Molekülphysik brachte die Verwendung von Lasern neue Erkenntnisse und dadurch tieferes Verständnis der fundamentalen Grundgesetze der Natur. Aber auch außerhalb der Physik finden Laser ein breites Anwendungsgebiet. So sind Laser in Biologie, Chemie und Medizin nicht mehr wegzudenken, ebenso in der Materialbearbeitung oder in der Kommunikation.

Ausschlaggebend für die Anwendungen in der Kommunikationstechnologie und Unterhaltungselektronik war die Entwicklung von kostengünstigen und verlässlichen Halbleiterlasern (Laserdioden), die sich auch für integrierte Schaltungen eignen. Heute sind durch moderne Herstellungsverfahren Schichtstrukturen im Nanometerbereich herstellbar und Wellenlängen vom Infraroten bis ins nahe UV zugänglich.

Vorteile von Diodenlasern sind unter anderem der hohe Wirkungsgrad, die einfache Modulierbarkeit (bis in den GHz-Bereich) und die kompakte Bauweise bei geringem Anschaffungspreis. Zwar beträgt die Linienbreite einer Laserdiode typischerweise mehrere Hundert MHz und erlaubt daher noch nicht die spektrale Auflösung typischer atomarer Übergangslinien (Linienbreiten ≈ 10 MHz) oder gar verbotener Übergänge (Linienbreiten $\ll 1$ MHz), doch gibt es verschiedene Techniken zur Frequenzstabilisierung, die Diodenlaser auch für die Grundlagenforschung interessant machen.

Parallel zur Laserentwicklung erfolgte die Entwicklung von Ionen- und Atomfallen, in denen Ionen bzw. Atome durch elektrische Felder, Magnetfelder und Laserfelder, sowie Kombinationen davon, gefangen, gekühlt und untersucht werden können. Im Bereich der Ionen ist es zum Beispiel gelungen, einzelne Ionen in den Bewegungsgrundzustand zu kühlen. Ebenso ist dies mit Wolken von neutralen Atomen geglückt und führte zur Beobachtung makroskopischer Quanteneffekte wie Bose-Einstein-Kondensation.

In unserem Rb-Experiment wird versucht, mit neutralen Atomen einen ähnlichen Weg wie mit den Ionenfallen für einzelne bzw. wenige Teilchen zu gehen. Dabei sollen wenige ^{87}Rb -Atome in einer optischen Dipolfalle gefangen werden, wo sie dann ausschließlich durch Laserfelder gekühlt und manipuliert werden können. Da bei Neutralatomen die elektrische Abstoßung geringer als bei Ionen ist, können diese sehr nahe aneinander gebracht und damit die Wechselwirkung von Atomen untereinander ebenso wie die physikalischen Grenzen von Laserkühlung und Neutralatomfallen analysiert werden. Mit Hilfe dieser Untersuchungen sollen unter anderem alternative Möglichkeiten zur Kühlung und Bedingungen für die Verschränkung von Zuständen eines bzw. mehrerer Atome gefunden werden.

Ausgangspunkt für diese Problemstellungen bildet ein System aus zwei magneto-optischen Fallen (MOT) [1], welche für eine Wolke vorgekühlter Rb-Atome sorgen. Die zweidimensionale MOT erzeugt einen Strahl aus kalten Rb-Atomen, der in eine zweite Vakuumkammer und die darin erzeugte dreidimensionale MOT mündet. Damit kann in dieser Kammer ein besseres Vakuum und trotzdem eine effiziente Laderate der MOT erzielt werden. In dieser Falle werden die Atome durch Dopplerkühlung [2] auf $\approx 150\ \mu\text{K}$ gekühlt und danach in die Dipolfalle [3] transferiert. Diese besteht aus zwei gekreuzten, blauverstimmten Hohlstrahlen, in deren Zentrum die Atome im Intensitätsminimum gefangen werden. Das konservative Fallenpotential (Fallentiefe $\approx 1\ \text{mK}$) ist im Zentrum näherungsweise harmonisch. Zur weiteren Kühlung der Atome unter das Dopplerlimit durch einen Zweiphotonenübergang braucht man ein Lasersystem aus zwei Lasern mit konstanter Phasenbeziehung, welche den schmalbandigen Raman-Übergang zwischen den Hyperfein-Grundzuständen von ^{87}Rb anregen. Ziel dieser Diplomarbeit war es, ein solches System mit ausreichender Kohärenz herzustellen und zu dokumentieren.

Im ersten Kapitel dieser Arbeit wird eine kurze Beschreibung des Elementes Rubidium und eine Einführung in die theoretische Beschreibung von kohärenten Übergängen in 3-Niveausystemen gegeben. Darauf folgt in Kapitel 2 die prinzipielle Funktionsweise von Laserdioden mit resultierender Linienbreite und Schwerpunkt auf ihrem Modulationsverhalten. Kapitel 3 enthält verschiedene Methoden zur Stabilisierung von Diodenlasern und Regelungsgrundlagen. Hauptaugenmerk wird dabei auf die Charakterisierung einer Phasenstabilisierung gelegt. Die Lasersysteme und die Stabilisierung des Masterlasers auf einen optischen Referenzresonator werden in Kapitel 4 vorgestellt. Das eigentliche Ziel dieser Arbeit, die Phasenstabilisierung zwischen den beiden Lasern, wird in Kapitel 5 beschrieben. Neben der Charakterisierung der erreichten Stabilität sind auch der Weg und die Voraussetzungen zur erfolgreichen Phasenstabilisierung skizziert. Daran schließt ein

Abschnitt über den Einsatz des Lasersystems zur Spektroskopie an einer Rb-Puffergaszelle an, der die Tauglichkeit des Lasersystems zur Anregung kohärenter Übergänge unter Beweis stellt, bevor im letzten Abschnitt die wichtigsten Eigenschaften noch einmal zusammengefasst werden und ein kleiner Ausblick gegeben wird.

Kapitel 1

Rubidium

Das Element Rubidium wurde 1861 von Bunsen und Kirchhoff entdeckt und erhielt seinen Namen aufgrund seiner tiefroten Flammenfärbung (lat. rubidius: dunkelrot). Es besitzt 2 stabile Isotope, nämlich ^{85}Rb mit 72,17% Isotopenhäufigkeit und ^{87}Rb mit 27,83% Häufigkeit. Das letztere ist ein schwacher β -Strahler, allerdings mit einer Halbwertszeit von 47 Mrd. Jahren¹.

In unserem Experiment sollen wenige ^{87}Rb -Atome in einer optischen Dipolfalle gefangen und mit Hilfe der Ramanlaser kohärent manipuliert werden. Dieses Kapitel soll den theoretischen Hintergrund dazu liefern.

1.1 Termschema

Rb besitzt die für Alkali-Atome typische Elektronenkonfiguration von vollbesetzten inneren Schalen und einem Valenzelektron in der äußersten s-Schale. Der Grundzustand ist $[\text{Kr}]5s^1$. Der erste angeregte Zustand ist durch die LS-Kopplung aufgespalten (Feinstruktur), und die Übergänge $5^2S_{1/2}$ nach $5^2P_{1/2}$ bzw. $5^2P_{3/2}$ bilden die D-Linien bei 794,76 nm bzw. 780,03 nm [4]. Da jedoch das Isotop ^{85}Rb einen Kernspin $I=\frac{5}{2}$ und ^{87}Rb $I=\frac{3}{2}$ besitzen, kommt es zur Hyperfeinaufspaltung der Zustände und man erhält für die D₂-Linie schließlich das Termschema von Abb. 1.1. Die Aufspaltung kann nach [5] folgendermaßen berechnet werden:

$$\Delta E_{HFS} = \frac{1}{2} h A K + h B \frac{\frac{3}{2} K(K+1) - 2I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)2J(2J-1)}, \quad (1.1)$$

wobei $K=F(F+1)-I(I+1)-J(J+1)$ mit dem Gesamtdrehimpuls F, Kernspin I und Hüllendrehimpuls J, sowie den experimentellen Parametern A und B für die entsprechenden J-Zustände (ebenfalls in [5]) ist. So ist der F=0-Zustand

¹„primordiales“ Isotop

^{87}Rb	A	B	^{85}Rb	A	B
$5^2\text{S}_{1/2}$	3417,3 MHz			1011,9 MHz	
$5^2\text{P}_{3/2}$	84,85 MHz	12,52 MHz		25,02 MHz	25,88 MHz

des angeregten $\text{P}_{3/2}$ -Niveaus um 307,2 MHz abgesenkt und der Abstand zu $F=3$ ist 496,5 MHz. Die genaue Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes beträgt 6 834 682 610, 90429(9) Hz [6].

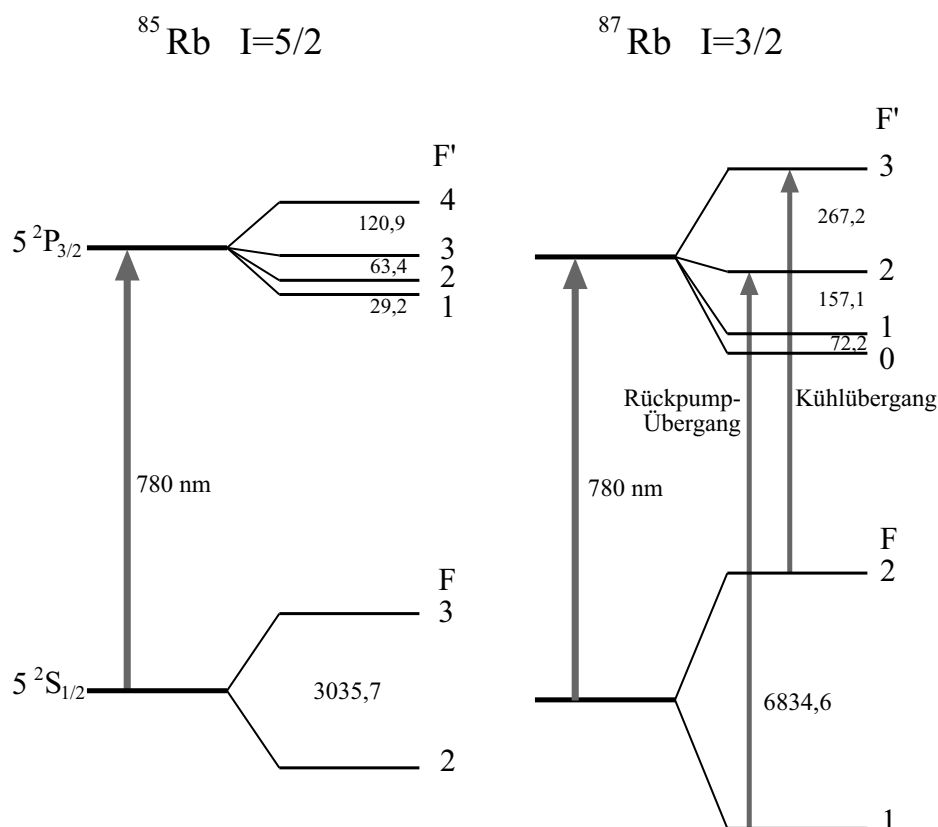


Abbildung 1.1: Das Termschema von Rb

Jeder dieser Zustände besteht weiters aus $(2F+1)$ magnetischen Unterzuständen. Diese Niveaus sind in der Abwesenheit von externen Feldern energetisch entartet. Ein angelegtes Magnetfeld B hebt diese Entartung auf und verursacht den Zeeman-Effekt. Für schwache Felder ist die Energieverschiebung proportional zum angelegten Magnetfeld: $\Delta E = g_F \mu_B m_F B$. Dabei ist $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$ das Bohr'sche Magneton, m_e die Elektronenmasse und m_F die Projektion des Gesamtdrehimpulses F auf die Magnetfeldachse. Der

Landésche g-Faktor berechnet sich nach [7] zu

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} - g_K \frac{\mu_K}{\mu_B} \frac{F(F+1) + I(I+1) - J(J+1)}{2F(F+1)} \quad (1.2)$$

mit dem Kernmagneton μ_K , Kern-g-Faktor g_K und

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}, \quad (1.3)$$

wobei der zweite Term von (1.2) meistens weggelassen wird, da $\frac{\mu_K}{\mu_B} \approx \frac{1}{2000}$.

	$5^2S_{1/2}$	$5^2P_{1/2}$	$5^2P_{3/2}$
g_J	2	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$

Die Auswahlregeln $\Delta J=0, \pm 1$ und $\Delta F=0, \pm 1$ reduzieren die Zahl der möglichen Übergänge und führen - je nach Polarisation des Lichtes - zu den in Abb. 1.2 angegebenen Verzweungsverhältnissen [5], die ein Maß für die Übergangswahrscheinlichkeit darstellen.

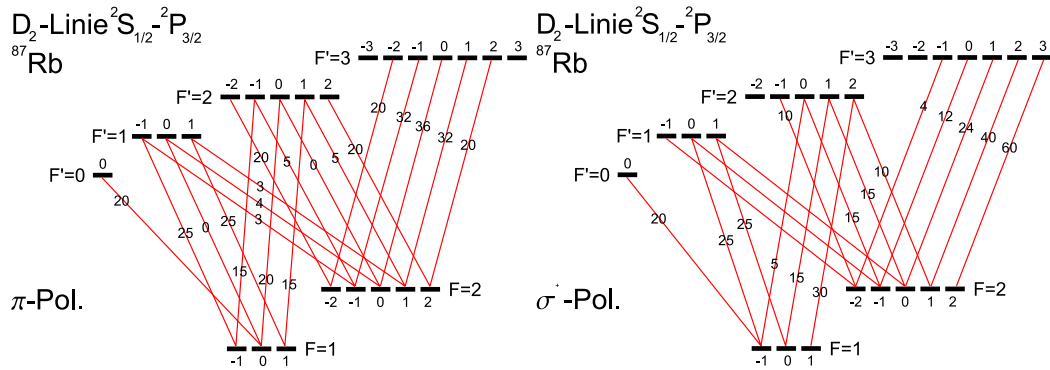


Abbildung 1.2: Die Verzweungsverhältnisse für unterschiedliche Polarisationen und magnetische Unterzustände (aus [5])

1.2 Das 3-Niveau-System

Für Ramankühlung und -spektroskopie werden die optischen Übergänge zwischen den Hyperfeinniveaus im Grund- bzw. angeregten Niveau durch 3-Niveau-Systeme beschrieben.

1.2.1 Das Λ -System

Ein Λ -System besteht aus zwei langlebigen Grundzuständen $|1\rangle$ und $|2\rangle$ mit zugehörigen Energien E_1 bzw. E_2 und einem angeregten Zustand $|3\rangle$ mit Energie E_3 . Zwei nahresonante Lichtfelder mit den Frequenzen ω_1 und ω_2 koppeln die Grundzustände an den angeregten Zustand, wobei die Lichtfelder jeweils mit nur einem der Zustände wechselwirken, siehe Abb. 1.3.

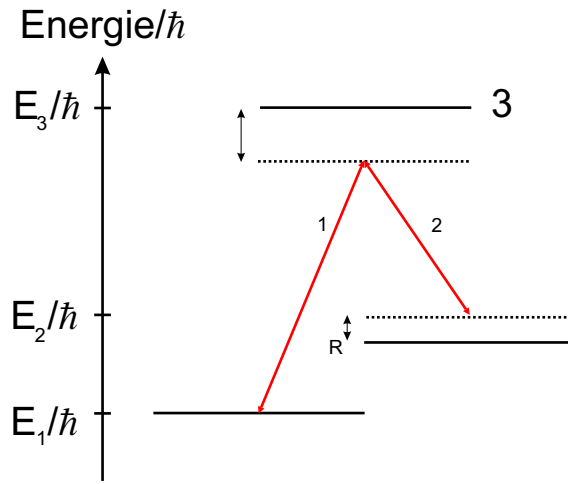


Abbildung 1.3: Das Λ -System: Zwei Grundzustände werden durch Laserfelder an einen angeregten Zustand gekoppelt und bilden ein System, welches dem griechischen Buchstaben Λ ähnelt.

Geeignete Systeme können in den D-Linien von Alkali-Atomen mit ihren hyperfein-aufgespaltenen Grundzuständen gefunden werden. Als dritter Zustand dient meist der erste elektronisch angeregte Zustand. Obwohl reale Alkali-Atome natürlich aus mehr als drei Energieniveaus in den D-Linien bestehen, können diese meist in getrennte Λ -Systeme aufgeteilt werden. In vielen Fällen betrachtet man sie als untereinander nicht wechselwirkend, und ein einfaches Modell reicht zur Erklärung der Phänomene aus.

So werden die beiden Laserfelder rein klassisch betrachtet und die Zeitabhängigkeit des gesamten Lichtfeldes ergibt sich zu

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1) + \mathcal{E}_2 \cos(\omega_2 t - \varphi_2). \quad (1.4)$$

Der semiklassische Hamiltonoperator für das Problem enthält zwei Komponenten:

$$\hat{H}_{tot} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{ww}, \quad (1.5)$$

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix}, \quad \hat{H}_{ww} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & d_1 \cdot \mathcal{E}_1(t) \\ 0 & 0 & d_2 \cdot \mathcal{E}_2(t) \\ d_1^* \cdot \mathcal{E}_1^*(t) & d_2^* \cdot \mathcal{E}_2^*(t) & 0 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

wobei H_0 das ungestörte Atom und H_{ww} die Wechselwirkung des Atoms mit dem Lichtfeld beschreibt. Da die Wellenlänge des Lichtes (einige 100 nm) groß gegenüber der Ausdehnung der Wellenfunktionen des Hüllenelektrons (< 1 nm) ist, kann man den Dipoloperator bzw. dessen Dipol-Übergangsmatrixelemente d_i mit den zugehörigen Rabi-Frequenzen Ω_i

$$d_i = \langle 3 | e \hat{r} | i \rangle \quad (1.7)$$

$$\Omega_i = \frac{d_i \cdot \mathcal{E}_i}{\hbar} \quad (1.8)$$

verwenden. Den stationären Hamiltonoperator erhält man durch Transformation ins rotierende Bezugssystem der Lichtfelder und Drehwellennäherung (engl. rotating wave approximation, RWA). Anteile des induzierten Dipolmoments mit $2\omega_{1,2}t$ rotieren zu schnell und mitteln sich weg bzw. erzeugen nur eine im allgemeinen ($\Omega_i \ll \omega_{1,2}$) vernachlässigbare Verschiebung [8] (Bloch-Siegert-Verschiebung).

$$\hat{H}_{RWA} = \hbar \begin{pmatrix} \Delta & 0 & \frac{\Omega_1}{2} e^{i\varphi_1} \\ 0 & \Delta + \delta_R & \frac{\Omega_2}{2} e^{i\varphi_2} \\ \frac{\Omega_1}{2} e^{-i\varphi_1} & \frac{\Omega_2}{2} e^{-i\varphi_2} & 0 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Δ bezeichnet die Verstimmung des ersten Lasers vom angeregten Niveau und $\Delta + \delta_R$ die Verstimmung des zweiten Lasers vom oberen Grundzustand.

1.2.2 Dunkelzustände

Ein Dunkelzustand ist ein stationärer Zustand, in dem das Atom die anregenden Laser nicht mehr streut. In einem Λ -System ist ein Dunkelzustand eine Überlagerung der Grundzustände $|d\rangle = \alpha|1\rangle + \beta|2\rangle$, für den gilt:

$$\langle 3 | \hat{H}_{ww} | d \rangle = 0. \quad (1.10)$$

Die Anregungswahrscheinlichkeit vom $|d\rangle$ in $|3\rangle$ ist also 0 und die Fluoreszenz des Atoms verschwindet, daher die Bezeichnung. Der Hamiltonoperator von (1.9) besitzt einen solchen Dunkelzustand. Dies ist am besten zu sehen, wenn man eine neue Basis $|3\rangle, |+\rangle, |-\rangle$ betrachtet:

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} \cdot (\Omega_1|1\rangle + \Omega_2 e^{-i(\varphi_2 - \varphi_1)}|2\rangle) \quad (1.11)$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} \cdot (\Omega_2|1\rangle - \Omega_1 e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)}|2\rangle) \quad (1.12)$$

Diese Basiszustände bestehen aus Linearkombinationen der ursprünglichen Basiszustände $|1\rangle$, $|2\rangle$. Bei Anwendung von \hat{H}_{RWA} auf $|\pm\rangle$ erkennt man, dass der Zustand $|-\rangle$ sich vom Lichtfeld nicht mehr in den Zustand $|3\rangle$ anregen lässt. Damit $|-\rangle$ ein Dunkelzustand ist, muss er ein Eigenzustand von H_{RWA} sein. Das ist genau dann der Fall, wenn einerseits $\delta_R=0$ ist und die Laser eine zeitlich konstante Phasenbeziehung ($\frac{d(\varphi_2 - \varphi_1)}{dt} = 0$) aufweisen (zeitliche Änderung der Phase bedeutet Frequenzverschiebung):

$$\hat{H}_{RWA}|-\rangle = \frac{\hbar}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} \begin{pmatrix} \Delta \Omega_2 \\ -(\Delta + \delta_R) \Omega_1 e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

Die Anregungswahrscheinlichkeit in das Niveau $|3\rangle$ beträgt

$$\langle 3|\hat{H}_{RWA}|-\rangle = 0 \quad (1.14)$$

bzw.

$$\langle 3|\hat{H}_{RWA}|+\rangle = \frac{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}}{2}. \quad (1.15)$$

$|+\rangle$ ist orthogonal zu $|-\rangle$, allerdings kein Eigenzustand von H_{RWA} .

Dieses Bild ist jedoch nicht ganz vollständig. Die Atome gelangen mit dem bisherigen Formalismus nie in den Dunkelzustand, denn Spontanzerfall, der diesen Zustand bevölkert, wurde bisher ausgeschlossen. Was man allerdings aus diesem Modell sehr wohl sieht, es gibt diesen Dunkelzustand. Ebenfalls ignoriert wurden Dephasierungs- und Zerfallskonstanten für die Übergänge. Der Dichtematrixformalismus enthält all diese Informationen.

Die Dichtematrix $\hat{\rho}$ setzt sich aus den Besetzungszahlen der Zustände, die durch die Diagonalelemente ρ_{ii} beschrieben werden, und den kohärenten Überlagerungen von Zuständen $|j\rangle$ und $|k\rangle$ zusammen, die in den komplexen Außerdiagonalelemente ρ_{jk} , $j \neq k$ enthalten sind:

$$\hat{\rho} = \sum_{j,k=1}^3 \rho_{jk} |j\rangle \langle k|. \quad (1.16)$$

Die Liouville-Gleichung beschreibt die Entwicklung des Systems in der Zeit

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}] + \hat{R} \hat{\rho}. \quad (1.17)$$

Relaxationen inklusive Spontanemission sind im Operator \hat{R} enthalten. Für ein 3-Niveausystem kann diese Gleichung in der Drehwellennäherung analytisch gelöst werden. Für den Fall, dass sich das System in Resonanz ($\Delta=0$)

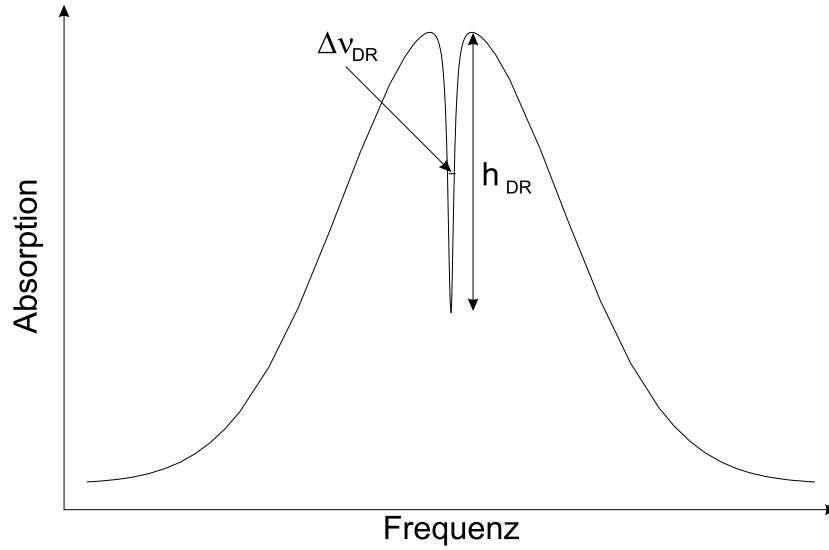


Abbildung 1.4: Das Absorptionsprofil einer Dunkelresonanz

mit dem angeregten Zustand befindet und man gleiche Rabi-Frequenzen und Zerfallsraten (Γ : nat. optische Linienbreite, γ : Breite der Grundzustands-Kohärenz) annimmt, erhält man nach [9] eine Lorentz-förmige Dunkelresonanz (DR) mit der Amplitude h_{DR} und Breite $\Delta\nu_{DR}$ der Absorption (siehe Abb. 1.4):

$$h_{DR} \propto \frac{(\Omega^2/\Gamma)^2}{2\gamma + \Omega^2/\Gamma}, \quad \Delta\nu_{DR} = 2\gamma + \Omega^2/\Gamma. \quad (1.18)$$

Weitere Verluste, wie zum Beispiel Stöße mit Hintergrundgas, Zerfälle in zusätzliche Zustände (Hyperfeinaufspaltung des oberen Niveaus), Durchflugszeitverbreiterung usw. können durch Beschreibung ihres Einflusses auf die Lebensdauer der Grundzustands-Kohärenz simuliert werden. Man braucht nur die effektiven Relaxationsraten passend zu wählen, anstatt die Blochgleichungen für das Gesamtsystem zu lösen. Genaueres ist in den Referenzen [10, 11, 12] nachzulesen.

1.2.3 Raman-Kühlung

Die im vorherigen Abschnitt erwähnten Blochgleichungen lassen sich verwenden, um die Kühlung von Atomen in Fallen zu beschreiben. Vorher sind allerdings noch einige grundlegende Bemerkungen zur Laserkühlung nötig.

Unter Laserkühlung [13] versteht man die Reduktion der thermischen Bewegung durch eine Verringerung der Breite der atomaren Geschwindigkeits-

verteilung durch Lichtdruckkräfte eines Lasers. Dabei wird ein Atom mit Impuls \vec{p} durch Absorption eines Photons angeregt und nimmt den Impuls des Photons $\hbar\vec{k}$ auf. Die Spontanemission erfolgt zufällig in alle Raumrichtungen, sodass sich über viele Zyklen der damit verbundene Impulsübertrag wegmittelt. Die Atome erfahren also im Mittel eine Kraft in Strahlrichtung. Durch Verstimmung des Lasers von der atomaren Resonanz kann man den Dopplereffekt dazu benutzen, bestimmte Geschwindigkeitsklassen auszuwählen und abzubremesen. Ein Atom, das sich auf den Laser zubewegt, kann in Resonanz mit dem Laser kommen, wenn die Dopplerverschiebung des Lichtes für das Atom genau der Verstimmung des Lasers entspricht. Durch Durchstimmen des Lasers oder Ausnutzung des Zeeman-Effektes in einem örtlich variierendem Magnetfeld, wie zum Beispiel in einer magneto-optischen Falle (MOT) [1], kann so eine Atomwolke gekühlt werden, das heißt, die Breite ihrer Geschwindigkeitsverteilung wird verringert. Die durch die Spontanemission hervorgerufene Zufallsbewegung (Diffusion) bildet eine Grenze [14] für die erreichbare Temperatur T_{Dop} , die mit der natürlichen Linienbreite des angeregten Zustandes Γ durch die thermische Energie zusammenhängt:

$$k_B T_{Dop} \approx \frac{\hbar\Gamma}{2}. \quad (1.19)$$

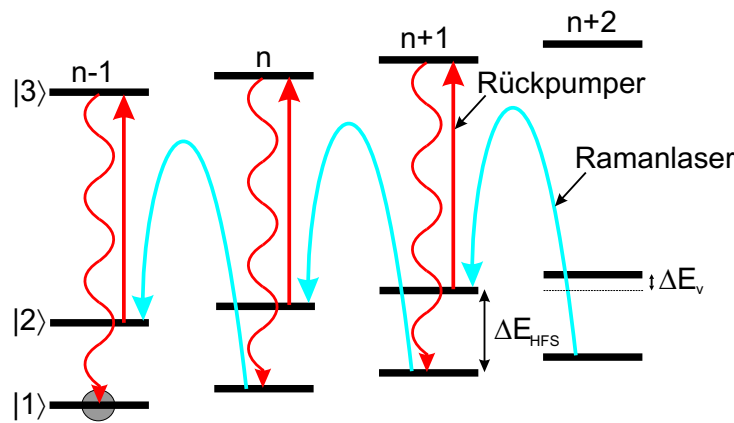


Abbildung 1.5: Das Raman-Seitenband-Kühlschema

Es gibt verschiedene Methoden, dieses Limit zu umgehen. Eine davon ist die Ramankühlung. Sie funktioniert wie in Abb. 1.5 angedeutet. Die Atome in einer Falle besetzen gemäß ihrer thermischen Verteilung unterschiedliche Schwingungszustände n der elektronischen Grundzustände 1 und 2. Durch Einstrahlung der Ramanlaser, deren Frequenzunterschied genau

der Grundzustandsaufspaltung $\hbar\Delta_{HFS} = E_2 - E_1$ weniger der Fallenfrequenz ($\delta_R = \omega_v$) und somit $\Delta_{Laser} = \Delta_{HFS} - \omega_v$ entspricht, kann der Übergang $|1, n\rangle \rightarrow |2, n-1\rangle$ resonant getrieben werden. Da bei Hyperfeingrundzuständen die direkten Übergänge von 2 nach 1 verboten sind (Lebensdauern von mehreren zehntausend Jahren), müssen die Atome über einen resonanten Rückpumpprozess in das Niveau 1 zurückgebracht werden, von wo aus sie im nächsten Zyklus weitergekühlt werden können. Im Lamb-Dicke-Regime (mehr dazu weiter unten) findet beim Rückpumpen der Spontanzerfall vom Zustand 3 hauptsächlich in dasselbe Vibrationsniveau statt, weshalb sich netto ein Kühleffekt von einem Schwingungsquant je Zyklus ergibt, der bis in den Schwingungsgrundzustand führt.

Zur genaueren Beschreibung dieses Effektes geht man von den Blochgleichungen [15] aus, die bei großer Verstimmung gegen das angeregte Niveau 3 letztlich auf ein 2-Niveausystem zurückgeführt werden können. Die Blochgleichungen für ein 3-Niveausystem sind:

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{11} &= -i \frac{\Omega_1}{2} (\rho_{31} - \rho_{13}) + \Gamma_1 \rho_{33} \\
\dot{\rho}_{22} &= -i \frac{\Omega_1}{2} (\rho_{32} - \rho_{23}) + \Gamma_2 \rho_{33} \\
\dot{\rho}_{13} &= (-i \Delta_1 - (\Gamma + \lambda_1)) \rho_{13} - i \frac{\Omega_1}{2} (\rho_{33} - \rho_{11}) + \frac{\Omega_2}{2} \rho_{12} \\
\dot{\rho}_{23} &= (-i \Delta_2 - (\Gamma + \lambda_2)) \rho_{23} - i \frac{\Omega_2}{2} (\rho_{33} - \rho_{22}) + \frac{\Omega_1}{2} \rho_{21} \\
\dot{\rho}_{12} &= (i(\Delta_2 - \Delta_1) - (\lambda_1 + \lambda_2)) \rho_{12} + i \frac{\Omega_2}{2} \rho_{13} - i \frac{\Omega_1}{2} \rho_{32} \\
+ c. c. \quad \text{und} \quad \rho_{jk} &= \rho_{jk}^*, \Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2.
\end{aligned} \tag{1.20}$$

$\Omega_{1,2}$ sind die Rabi-Frequenzen und $\Gamma_{1,2}$ die Zerfallsraten der Zustände 1 und 2. Die Laserlinienbreiten bzw. die Verstimmungen sind durch $\lambda_{1,2}$ und $\Delta_{1,2}$ gegeben.

Man arbeitet beim Ramankühlen in einem Parameterbereich, in dem die 2-Photonen-Kopplung viel größer als die Anregungsrate in den oberen Zustand ist. Zu diesem Zweck verstimmt man die Laser weit von der atomaren Resonanz, denn bei großer Verstimmung der Laser von der optischen Resonanz ($\Delta \gg \Gamma, \Omega_{1,2}, \delta_R$), ist die Besetzung des angeregten Zustandes $\rho_{33} \approx 0$. Die Blochgleichungen vereinfachen sich zu

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{11} &= -i \frac{\Omega_1}{2} (\rho_{31} - \rho_{13}) \\
\dot{\rho}_{22} &= -i \frac{\Omega_1}{2} (\rho_{32} - \rho_{23}) \\
\dot{\rho}_{13} &= (-i \Delta - (\Gamma + \lambda_1)) \rho_{13} + i \frac{\Omega_1}{2} \rho_{11} + \frac{\Omega_2}{2} \rho_{12} \\
\dot{\rho}_{23} &= (-i \Delta - (\Gamma + \lambda_2)) \rho_{23} - i \frac{\Omega_2}{2} \rho_{33} + \frac{\Omega_1}{2} \rho_{21} \\
\dot{\rho}_{12} &= (i(\delta_R) - (\lambda_1 + \lambda_2)) \rho_{12} + i \frac{\Omega_2}{2} \rho_{13} - i \frac{\Omega_1}{2} \rho_{32} \\
+ c. c.
\end{aligned} \tag{1.21}$$

mit $\Delta_1 \approx \Delta_2 = \Delta$ und $\delta_R = \Delta_2 - \Delta_1$. Für die große Verstimmung Δ ist $\frac{\Omega^2}{\Delta} \ll \Gamma$ und $|\rho_{13}|, |\rho_{23}|$ sind von der Größenordnung $\frac{\Omega}{\Delta}$. Damit ändern sich ρ_{11}, ρ_{22}

mit $\frac{\Omega^2}{\Delta}$, also langsamer als ρ_{13} bzw. ρ_{23} , welche im Zuge einer adiabatischen Näherung als ständig im Gleichgewicht angesehen werden können ($\dot{\rho}_{13} = \dot{\rho}_{23} = 0$) und deswegen ist

$$\begin{aligned}\rho_{13} &= \frac{\frac{\Omega_1}{2} \rho_{11} + \frac{\Omega_2}{2} \rho_{12}}{\Delta - i(\Gamma + \lambda_1)} \approx \left(\frac{\Omega_1}{2} \rho_{11} + \frac{\Omega_2}{2} \rho_{12}\right) \frac{(\Delta + i\Gamma)}{\Delta^2 + \Gamma^2} \\ \rho_{23} &= \dots \approx \left(\frac{\Omega_2}{2} \rho_{22} + \frac{\Omega_1}{2} \rho_{21}\right) \frac{(\Delta + i\Gamma)}{\Delta^2 + \Gamma^2}.\end{aligned}\quad (1.22)$$

Unter Berücksichtigung nur der Ordnung $\frac{1}{\Delta}$ und Einsetzen in die Gleichung für $\dot{\rho}_{11}$ erhält man

$$\dot{\rho}_{11} = -\Omega_1 \operatorname{Im}\left(\frac{\Omega_1}{2\Delta} \rho_{11} + \frac{\Omega_2}{2\Delta} \rho_{12}\right) \approx -\frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Delta} \operatorname{Im}(\rho_{12}) = -i \frac{\Omega_1 \Omega_2}{4\Delta} (\rho_{21} - \rho_{12}), \quad (1.23)$$

wobei zusätzlich Terme der Ordnung $\frac{\Omega^2}{\Delta}$ gegen $\frac{\Omega}{\Delta}$ zu vernachlässigen sind. Mit den gleichen Überlegungen erhält man den Ausdruck für die Grundzustandskohärenz

$$\dot{\rho}_{12} = (i\delta_R + i\frac{\Omega_2^2 - \Omega_1^2}{4\Delta} - \lambda) \rho_{12} + i \frac{\Omega_1 \Omega_2}{4\Delta} (\rho_{11} - \rho_{22}) \quad (1.24)$$

mit $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$. Somit reduziert sich das Problem auf ein effektives 2-Niveau-System mit den folgenden Beziehungen:

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{11} &= i \frac{\Omega_{eff}}{2} (\rho_{21} - \rho_{12}) \\ \dot{\rho}_{22} &= -\dot{\rho}_{11} \\ \dot{\rho}_{12} &= (i\delta_{eff} - \lambda) \rho_{12} + i \frac{\Omega_{eff}}{2} (\rho_{11} - \rho_{22})\end{aligned}\quad (1.25)$$

mit der effektiven Rabi-Frequenz $\Omega_{eff} = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Delta}$ und der effektiven Verstimmung $\delta_{eff} = \delta_R + \frac{\Omega_2^2 - \Omega_1^2}{4\Delta}$.

Dies Gleichungen beschreiben den kohärenten Besetzungstransfer zwischen den beiden Grundzuständen. Der Kühleffekt kommt dadurch zustande, dass durch die kohärente Dynamik² gezielt Besetzungen von einem Niveau in das andere geschafft werden können und wie bei normaler Laserkühlung durch Wahl der Verstimmung δ_{eff} bestimmte Geschwindigkeitsklassen ausgewählt werden können. Da es sich aber hier um einen 2-Photonenübergang handelt, kann - bei geeigneter Wahl der Polarisierungen (Impulserhaltung) - der heizende Effekt der Spontanemission umgangen werden. Alternativ zur Kühlung mit Pulsen [16, 17, 18, 19], wo durch Änderung der Verstimmung verschiedene Geschwindigkeitsklassen gebremst werden, kann in einer Falle die Verstimmung gleich der Fallenfrequenz gewählt werden, um wie in Abb. 1.5 im

²durch Pulse bestimmter Dauer ("π-Pulse") läßt sich die Besetzung eines Zustandes idealerweise komplett in den anderen Zustand transferieren

kontinuierlichen Betrieb die Energieleiter eines harmonischen Potentialtopfs hinunterzusteigen [20, 21]. Beide Techniken brauchen allerdings zusätzlich einen Mechanismus, der die Besetzung ohne Heizeffekt zurück in den elektronischen Ausgangszustand bringt, von wo aus der nächste Kühlzyklus gestartet werden kann. Dazu wird ein resonanter Rückpumplaser (gepulst oder kontinuierlich) eingestrahlt.

Damit dieses Kühlschema funktioniert, müssen sich die Atome im Lamb-Dicke-Regime befinden ($\eta^2(2n+1) \ll 1$),³ was bedeutet, dass die Atome ausreichend vorgekühlt sein müssen. Denn nur dann sind Prozesse, welche die Schwingungsquantenzahl n um mehr als 1 ändern, stark unterdrückt [22]. Die Koppelstärken für den Rückpumplaser sind in diesem Fall durch die Ausdrücke

$$\begin{aligned}\Omega_{n,n} &= (1 - \eta^2 n) \Omega_r, \\ \Omega_{n-1,n} &= \eta \sqrt{n} \Omega_r, \\ \Omega_{n+1,n} &= \eta \sqrt{n+1} \Omega_r\end{aligned}\tag{1.26}$$

gegeben. Das heißt, Übergänge ins angeregte Niveau finden hauptsächlich ins gleiche Schwingungsniveau $|n\rangle$ statt, etwas weniger wahrscheinlich sind Anregungen in $|n+1\rangle$ und $|n-1\rangle$. Ähnliches gilt für die Spontanzerfälle in den elektronischen Ausgangszustand, sodass der Raman-Zyklus im zeitlichen Mittel den Vibrationszustand um 1 erniedrigt. Damit kann man sogar in den Bewegungsgrundzustand $\langle n \rangle_{min} = \frac{\Gamma_{21}^2}{4\omega_v^2} \ll 1$ kühlen [20] für den Fall, dass die Schwingungsenergie $\hbar\omega_v$ größer als die Photonenrückstoßenergie ($\approx h \cdot 4kHz$ für ^{87}Rb und $\nu \approx 780nm$) ist.

Aus den Überlegungen zu den Dunkelresonanzen und zur Ramankühlung leiten sich die Anforderungen an das Lasersystem ab. Zum einen ist die konstante Phasenbeziehung der beiden Laser Voraussetzung zur Beobachtung von Dunkelresonanzen, andererseits ist sie notwendige Bedingung zur kohärenten Manipulation von Atomen, wie zum Beispiel für den 2-Photonenübergang zur Ramankühlung. Das Kühllimit ist in diesem Fall gegeben durch die Lebensdauer des oberen Grundzustandes, der durch das Rückpumpen künstlich verbreitert ist. Die kohärente Natur dieses Prozesses verlangt ein Lasersystem mit zeitlich konstanter Phase. Ziel ist es also, diesem Ideal möglichst nahe zu kommen.

³Lamb-Dicke-Parameter $\eta = k\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_v}}$, Vergleich der Photonenrückstoßenergie $\frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ mit der Fallenenergie $\hbar\omega_v$

Kapitel 2

Diodenlaser

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Eigenschaften von Laserdioden wie Funktion, Rauscheigenschaften, Modulationsverhalten und Möglichkeiten zur Vorstabilisierung behandelt.

2.1 Laserdioden

Es gibt viele Möglichkeiten zur Erzeugung kohärenter Laserstrahlung. Prinzipiell besteht ein solches System aus einem lichtverstärkenden Medium und einem optischen Resonator zur Strahlungsrückkopplung. Halbleiter (Laserdioden) bieten sich hierfür besonders an, da die zur verstärkenden stimulierten Emission nötige Besetzungsinversion in einem pn-Übergang direkt durch die Injektion von elektrischem Strom realisiert werden kann. Die Endfacetten des Kristalls bilden durch den großen Brechungsindex-Unterschied ($n_{GaAs} \approx 3.6$) zur umgebenden Luft ($n_{Luft} \approx 1$) die Spiegel für den Laser-Resonator. Dieser Abschnitt ist eine Zusammenfassung der wichtigsten Zusammenhänge von [23].

2.1.1 Funktionsprinzip

Die Erzeugung und Verstärkung von kohärentem Licht mittels stimulierter Emission wird Laser (**L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation) genannt. Dieser Effekt tritt auf, wenn in einem 2-Niveau-System mit metastabilem oberem Zustand die stimulierte Emissionsrate r_{21} größer als die stimulierte Absorptionsrate r_{12} ist, sodass die gesamte stimulierte Übergangsrate $r_{st} = r_{21} - r_{12} > 0$ ist und somit vorhandene Strahlung verstärkt wird [24]. Dazu ist Besetzungsinversion Voraussetzung, das heißt, die Besetzungswahrscheinlichkeit für den oberen Zustand muß größer als für den

unteren sein und durch einen Pumpprozess aufrecht erhalten werden. Die hohe Kohärenz eines solchen Lichtfeldes kommt dadurch zustande, dass die stimulierten Prozesse in Phase mit dem stimulierenden Licht stattfinden.

Das Prinzip der Laserverstärkung gilt natürlich auch für Halbleiterlaser. Die Besetzungsinversion wird durch Injektion von elektrischem Strom in einen p-n-Übergang erreicht. Eine angelegte Vorwärtsspannung injiziert Ladungsträgerpaare in die aktive Zone, wo diese dann durch stimulierte Emission rekombinieren (siehe Abb. 2.1).

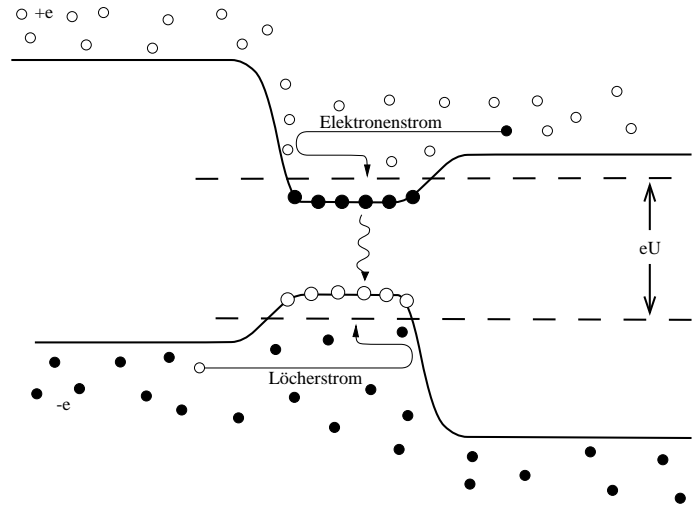


Abbildung 2.1: Die Doppelheterostruktur

Das Verhältnis von spontaner und stimulierter Emission ist durch den Inversionsfaktor $n_{sp} \equiv A_{21}/B_{21}$ gegeben, der die Einsteinkoeffizienten der spontanen und stimulierten Emission enthält. Die Raten für stimulierte Absorption bzw. Emission mit den Einsteinkoeffizienten B_{12} und B_{21} , den Zustandsdichten im Leitungs- bzw. Valenzband $\rho_c(E_c)$, $\rho_v(E_v)$ und den Besetzungszahlen nach der Fermi-Dirac-Statistik $f_i = \frac{1}{e^{(E_i - F_i)/k_B T} + 1}$ sind nach [23]

$$r_{21} = B_{21} \rho_c(E_c) \rho_v(E_v) f_c(E_c) (1 - f_v(E_v)) \quad (2.1)$$

$$r_{12} = B_{12} \rho_c(E_c) \rho_v(E_v) f_v(E_v) (1 - f_c(E_c)). \quad (2.2)$$

Weil $B_{12} = B_{21} = B$, ist

$$r_{st} = B \rho_c(E_c) \rho_v(E_v) (f_c(E_c) - f_v(E_v)) \quad (2.3)$$

und der Inversionsfaktor

$$n_{sp} = \frac{r_{sp}}{r_{st}} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{(E_c - F_v) - E}{k_B T}}}. \quad (2.4)$$

$F_{c,v}$ stehen für die Quasi-Fermienergien im Leitungs- bzw. Valenzband und E für die Energie der stimulierten Emission. n_{sp} ist immer größer als 1 und verringert sich bei zunehmender Inversion. Nur bei vollständiger Inversion wäre $n_{sp} = 1$, für typische Laserbedingungen ist $n_{sp} \approx 1,5 \dots 2,5$.

Die Endfacetten des Halbleiterkristalls formen, wie oben erwähnt, einen Fabry-Perot-Resonator, weshalb sich in seinem Inneren nur Wellen fortpflanzen können, die den entsprechenden Randbedingungen genügen ($kL = m\pi$ mit Wellenzahl k , m ganze Zahl, L Kristalllänge). So kommt es zur Frequenzselektion, sodass nur die Moden überleben, die einerseits der Resonatorbedingung genügen, andererseits auch genügend Verstärkung haben. Als Schwellenwert g_{th} für die Verstärkung des Lasers findet man die Bedingung, dass die Verluste gleich dem Gewinn sind. Dann ist

$$g_{th} = \alpha_s + \alpha_m = \alpha_s + \frac{1}{2L} \ln\left(\frac{1}{R_1 R_2}\right) \quad (2.5)$$

mit den Verlusten durch die Streuung im Material α_s und Auskopplung durch die Spiegel α_m und den Reflektivitäten der Endfacetten R_1, R_2 .

Zur Berechnung des Spektrums und des Modulationsverhaltens braucht man die Ratengleichungen für die Photonenzahl S , die Ladungsträgerdichte ϱ und die Phase Φ . Man erhält sie aus der Betrachtung der Ausbreitung der elektrischen Felder im Halbleiterkristall [23]:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{S}{\tau_{ph}} (G - 1) + R + F_S(t), \quad (2.6)$$

$$\frac{d\varrho}{dt} = \frac{I - I_{th}}{eV} - \frac{1}{\tau_e} - \frac{G S}{V \tau_{ph}} + F_\varrho(t), \quad (2.7)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\alpha}{2} \frac{dG}{d\varrho} (\varrho - \varrho_{th}) + F_\Phi(t). \quad (2.8)$$

Dabei sind τ_e, τ_{ph} die Lebensdauern der Ladungsträger bzw. Photonen, ϱ_{th}, I_{th} die Ladungsträgerdichte an der Schwelle und der Schwellenstrom, sowie V das Volumen der aktiven Region und e die Elementarladung. Die effektive Rate für spontane Emission $R = R_{sp} K_{tot}$ berechnet sich aus dem Überhöhungsfaktor für die Spontanemission K_{tot} , der die Struktur des Wellenleiters berücksichtigt, und der Gesamtrate für Spontanemission R_{sp} als Summe von r_{sp} über alle Photonenzustände. $F_k(t)$ sind die entsprechenden Langevin-Rauschterme mit Mittelwert $\langle F_k \rangle = 0$, G der normierte Gewinn ($G = \frac{g}{g_{th}}$). Dieser ist durch die Beziehung $G = R_{st} \tau_{ph}$ über die Gesamtrate der stimulierten Emission R_{st} von der Ladungsträgerdichte abhängig.

2.2 Rauscheigenschaften

Die Linienbreite von Lasern ist durch Phasenfluktuationen des optischen Feldes bestimmt. Spontanemission ändert sowohl die Phase als auch die Intensität des Feldes und sorgt somit für eine endliche Linienbreite [25]. Die bei Halbleiterlasern besonders starke Kopplung von Phasen- und Intensitätsfluktuationen bedingt eine zusätzliche Verbreiterung der Laserlinie um $(1 + \alpha^2)$, wobei $\alpha = \frac{\Delta \text{Im}(\mu)}{\Delta \text{Re}(\mu)}$ das Verhältnis der Änderung des Realteils zur Veränderung des Imaginärteils des Brechungsindex μ bei Variation der Ladungsträgerdichte ist. Die endgültige Linienbreite eines Halbleiterlasers $\Delta\nu_{ST}$ ist damit [26]

$$\Delta\nu_{ST} = \frac{v_g^2 h\nu g_{th} n_{sp} \alpha_m}{8\pi P_0} (1 + \alpha^2), \quad (2.9)$$

wobei v_g die Gruppengeschwindigkeit, g_{th} die Schwellenverstärkung, α_m wie in (2.5), n_{sp} der Inversionsfaktor und P_0 die Ausgangsleistung.

Die spektrale Linienform einer Laserdiode lässt sich über den quadratischen Mittelwert der Phasenänderung im Zeitintervall τ berechnen [27]:

$$\langle \Delta\Phi^2(\tau) \rangle = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{S_{\dot{\Phi}}(\omega)}{\omega^2} (1 - \cos \omega\tau) d\omega. \quad (2.10)$$

$S_{\dot{\Phi}}(\omega)$ ist die spektrale Leistungsdichte der instantanen Frequenzabweichung. Die Abhängigkeit von α ist durch

$$S_{\dot{\Phi}}(\nu) = \frac{\Delta\nu_{ST}}{\pi} \left[1 + \frac{\alpha^2 \nu_r^4}{(\nu_r^2 - \nu^2)^2 + (\frac{\nu\gamma}{2\pi})^2} \right] \quad (2.11)$$

mit der Schawlow-Townes-Linienbreite $\Delta\nu_{ST}$, der Relaxationsfrequenz ν_r (siehe Abschnitt 2.3) und der Dämpfung der Relaxationsoszillationen γ gegeben. Nach [28] kann man das Spektrum aus der Fouriertransformierten von $e^{-\frac{1}{2}\langle \Delta\Phi^2(\tau) \rangle}$ berechnen. Der erste Term der rechten Seite von (2.11) verursacht die erwartete Lorentz-förmige Linie mit der Breite (2.9), während der zweite Term eine Korrektur repräsentiert, welche Seitenbänder im Abstand von $\pm \omega_r$ aufgrund von Relaxationsoszillationen erzeugt.

2.3 Modulationsverhalten

Eine Laserdiode konvertiert elektrische in optische Signale. Idealerweise würde jede Änderung des Injektionsstromes zu einer instantanen Änderung der abgestrahlten Leistung führen. Für kleine Modulationsfrequenzen (bis 100 kHz)

trifft das näherungsweise zu. Bei höheren Frequenzen muss die Modulationscharakteristik genauer betrachtet werden.

Legt man einen stufenförmigen Strompuls an die Laserdiode an, so steigt die Ladungsträgerdichte n und wird größer als die Schwelldichte n_{th} . Dadurch steigt die Photonenzahl S rapide über ihren stationären Wert an, was zu einem erhöhten Verbrauch von Ladungsträgern führt, bis $n < n_{th}$. Aus diesem Grund sinkt die Photonendichte abrupt und die Ladungsträgerdichte kann sich wieder erholen und erneut über die Schwelle steigen. Dies führt zu Relaxationsoszillationen, weil die Photonenlebensdauer $\tau_{ph} \sim ps$ in der Laserdiode viel kleiner als die der Ladungsträger $\tau_e \sim ns$ ist.

Für kleine Modulationsamplituden können die Ratengleichungen (2.6) und (2.7) linearisiert werden und man erhält für die Amplitudenmodulation folgende Transferfunktion

$$\frac{\Delta S}{\Delta I} \frac{e}{\tau_{ph}} = H(i\omega_m) = \frac{1}{1 + \frac{i\omega_m}{\omega_d} - \left(\frac{\omega_m}{\omega_r}\right)^2} \quad (2.12)$$

mit der Relaxationsresonanz-Frequenz $\omega_r = \frac{1}{\tau_{ph}} \sqrt{\frac{\langle S \rangle \partial G / \partial \rho}{V}}$, der mittleren Photonenzahl $\langle S \rangle$ und der Dämpfungsfrequenz $\omega_d = \frac{\omega_r^2 \tau_{ph}}{\gamma}$, ähnlich einem elektronischen LC-Schwingkreis. Die Frequenzen $f_{r,d} = \frac{\omega_{r,d}}{2\pi}$ liegen im Bereich von einigen GHz.

Bei direkter Modulation der Laserdiode ändert sich allerdings nicht nur die optische Leistung, sondern auch die Emissionswellenlänge. Zwei Effekte sind dafür verantwortlich. Zum einen bewirkt jede Variation des Injektionsstromes eine Änderung der Ladungsträgerdichte und somit des Brechungsindex (2.8), was zu einer Variation der Frequenz führt, andererseits erzeugt sie eine Längenänderung aufgrund der Temperaturänderung, was - durch die thermische Zeitkonstante begrenzt - für Frequenzen bis ungefähr 10 MHz ebenfalls zu einer Modulation der Laserfrequenz führt.

Die Transfercharakteristik ist durch

$$\frac{\Delta \nu}{\Delta I} = \frac{\Delta \nu}{\Delta S} \frac{\Delta S}{\Delta I} = \frac{\alpha \tau_{ph} \omega_g}{e 4\pi \langle S \rangle} \frac{1 + i \frac{\omega_m}{\omega_g}}{1 + i \frac{\omega_m}{\omega_d} - \left(\frac{\omega_m}{\omega_r}\right)^2} + \frac{C_{th}}{1 + i \frac{\omega_m}{\omega_{th}}} \quad (2.13)$$

mit charakteristischer Frequenz ω_g (wenige GHz) gegeben. Der thermische Effekt wird durch den Tiefpass mit Konstante C_{th} und thermischer Grenzfrequenz ω_{th} (100 kHz...1MHz) beschrieben.

Intensitäts- (IM) und Frequenzmodulation (FM) sind also laut (2.13) nicht unabhängig. Für kleine Modulationsindizes hängen sie über die Beziehung

$$\frac{M_{FM}}{m_{IM}} = \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_g}{\omega_m}\right)^2} \quad (2.14)$$

zusammen. Aus (2.14) ist abzulesen, dass für Modulationsfrequenzen die Intensitäts- im Vergleich zur Frequenzmodulation bis in den für die Regelung interessanten unteren MHz-Bereich zu vernachlässigen ist, da α typischerweise Werte im Bereich 3...7 annimmt.

2.4 Optische Rückkopplung

Die Emissionsfrequenz von Laserdioden ist über den α -Faktor stark an die Verstärkung gekoppelt, wie aus (2.8) ersichtlich ist. Diese ist über den Gewinn G von der Ladungsträgerdichte und von den Auskoppelverlusten (τ_{ph}) abhängig, was Laserdioden empfindlich auf optische Rückkopplung macht. Absorption und stimulierte Emission von rückgekoppeltem Licht ändert die Besetzungszahlen und damit die Ladungsträgerdichte. Normalerweise versucht man, solche Rückkopplung mit optischen Isolatoren zu verhindern, um chaotisches Verhalten und verstärktes Rauschen zu vermeiden. Durch gezielte optische Rückkopplung aus einem externen Resonator mit korrekter Phase und Amplitude kann jedoch eine deutliche Linienbreitenreduktion erreicht werden [29, 30].

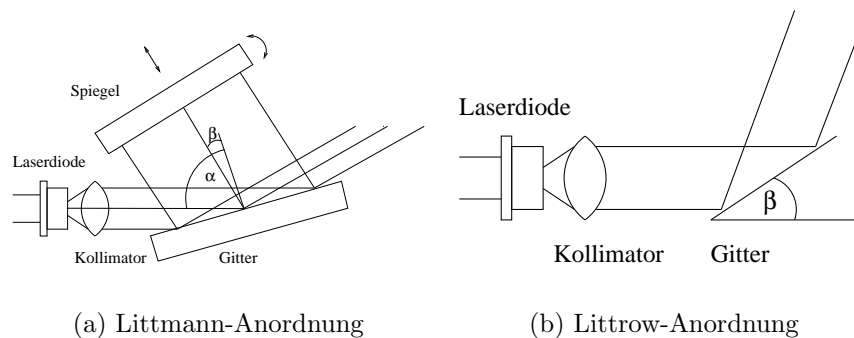


Abbildung 2.2: Möglichkeiten zur Giterrückkopplung

Rückkopplung eines Beugungsgitters kann dazu verwendet werden, die Stabilität eines solchen Resonators zu erhöhen und einmodigen Betrieb bei starker Rückkopplung zu gewährleisten. Zu diesem Zweck wird die erste Beugungsordnung von einem Gitter über einen beweglichen Spiegel in den Laser zurückreflektiert (Abb. 2.2(a)). Diese Anordnung heißt Littmann-Konfiguration [31]. Die Betriebswellenlänge eines Diodenlasers ist in diesem Fall durch die Beziehung [32]

$$\lambda = \frac{d}{m}(\sin \alpha + \sin \beta) \quad (2.15)$$

gegeben, mit Strichabstand d , Beugungsordnung m , Gittereinfallswinkel α und Spiegeleinfallswinkel β . Alternativ dazu wird oft eine Anordnung benutzt, wo die erste Beugungsordnung direkt in den Laser zurück geht. Diese Anordnung wird Littrow-Konfiguration (Abb. 2.2(b)) genannt und die Betriebswellenlänge ist durch

$$\sin \beta = \frac{\lambda}{2d} \quad (2.16)$$

gegeben. Dieser Littrow-Aufbau hat aber den Nachteil, daß bei Verstimmung des Gitters auch die Strahlage des ausgekoppelten Strahls verändert wird.

Der durch das Gitter verlängerte Resonator reduziert die Linienbreite abhängig vom Verhältnis der externen Resonatorlänge zur effektiven Länge des Laserdiodenresonators und zwar um den Faktor [33]

$$\frac{\Delta\nu_{red}}{\Delta\nu_0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{L_{ext}}{nL_0}\right)^2} \quad (2.17)$$

mit $\Delta\nu_0$ der Linienbreite der Laserdiode, L_{ext} der Länge des externen Resonators, L_0 der Länge des Laserdiodenresonators und dem Brechungsindex n des Laserdiodenmaterials (AlGaAs).

Mit Giterrückkopplung kann die natürliche Linienbreite von Laserdioden um einen Faktor von mehr als 1000 reduziert [32] und es können sogar Linienbreiten unter 100 kHz erreicht werden.

Kapitel 3

Laserstabilisierung

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen zur Laserstabilisierung, insbesondere speziell die Phasenstabilisierung, beschrieben. Der erste Teil behandelt die prinzipielle Behandlung eines Regelkreises und geht auch auf die Beschreibung von Signalen und Rauschen im Frequenzbereich ein. Danach wird die phasenstarre Kopplung näher behandelt, am Schluss befindet sich der Teil zur elektronischen Frequenzstabilisierung.

3.1 Regelungsgrundlagen

Die Aufgabe einer Regelung besteht darin, eine bestimmte physikalische Größe auf einen vorgegebenen Sollwert zu bringen und dort zu halten. Die wichtigsten Grundlagen und Begriffe sind in diesem Abschnitt zusammengefasst.

3.1.1 Der Regelkreis

Ein einfacher Regelkreis (Abb. 3.1), wie er auch zur Phasenstabilisierung verwendet wird, besteht aus folgenden Teilen [34]:

- Sollgröße Y_i
- Strecke mit Transferfunktion $A(s)$ und Ausgangsgröße Y_o ,
- Regler mit Transferfunktion $B(s)$ und Regelgröße Y_f ,
- Messglied (hier: Subtrahierer), das die Sollgröße Y_i mit der Regelgröße Y_f vergleicht und die Stellgröße Y_d bildet;

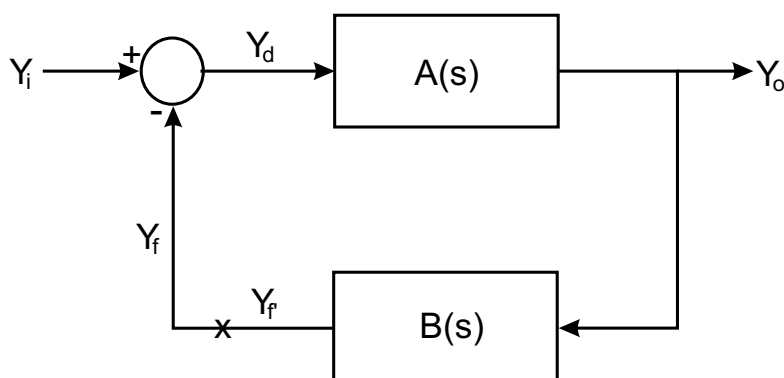


Abbildung 3.1: Die Regelschleife

Man erhält folgende Gleichungen für die Regelschleife (s soll zunächst als Frequenz verstanden werden):

$$\begin{aligned} Y_d(s) &= Y_i(s) - Y_f(s) \\ Y_o(s) &= A(s) Y_d(s) \\ Y_f(s) &= B(s) Y_o(s). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Daraus ergibt sich durch Kombination die Transferfunktion $H(s)$ der geschlossenen Regelschleife

$$H(s) = \frac{Y_o(s)}{Y_i(s)} = \frac{A(s)}{1 + A(s)B(s)} \quad (3.2)$$

und die Antwort der Rückkopplung

$$\frac{Y_d(s)}{Y_i(s)} = \frac{1}{1 + A(s)B(s)}. \quad (3.3)$$

Die Frequenzantwort dieses Netzwerkes, gemeint ist hier das stationäre Verhalten bei sinusförmigem Eingangssignal, ist direkt mit der Transferfunktion verbunden. Man ersetzt $s \rightarrow i\omega$ und erhält als Antwort des Systems

$$H(i\omega) = |H(i\omega)|e^{i \arg(H(i\omega))} = \mathcal{A}(\omega)e^{i\phi(\omega)}. \quad (3.4)$$

Die Amplitude/Phase der Frequenzantwort ist also gleich dem Betrag/Argument der Transferfunktion.

Zur Bestimmung der offenen Schleifenverstärkung unterbricht man die Schleife an einer Stelle x , setzt $Y_i(s)=0$ und legt ein Testsignal Y_f an die Eingangsseite. Das resultierende Signal Y_f' kann man über

$$\frac{Y_f'(s)}{Y_f(s)} = -A(s)B(s) \quad (3.5)$$

berechnen. Eine Regelschleife kann schwingen, wenn die offene Schleifenverstärkung größer als 1 und gleichzeitig die Phase der offenen Schleife 180° übersteigt.

Zur Beschreibung von Signalen im Frequenzbereich wird in der Regeltechnik die Laplace-Transformation benutzt, die - wie in den Formeln oben - durch Großbuchstaben gekennzeichnet ist. Für jede physikalische, zeitabhängige Funktion mit $x(t)=0$ für $t < 0$ gibt es eine Funktion $X(s)$ in der komplexen Variable $s = \sigma + i\omega$, welche die Laplacetransformation von $x(t)$ ist. Sie ist folgendermaßen definiert

$$L[x(t)] = X(s) = \int_0^\infty e^{-st} x(t) dt, \quad L^{-1}[X(s)] = x(t). \quad (3.6)$$

	$x(t)$	$X(s)$
Stufe	1	$\frac{1}{s}$
Rampe	t	$\frac{1}{s^2}$
Exp-Fkt.	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
Ableitung	$\frac{dy(t)}{dt}$	$sY(s) - Y(0+)$
Integral	$\int_0^t y(t) dt$	$\frac{1}{s} Y(s)$
Limes	$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$	$\lim_{s \rightarrow 0} sX(s)$

Tabelle 3.1: Beispiele der Laplacetransformierten einiger wichtiger Funktionen

3.1.2 Statistische Eigenschaften von Rauschen

In diesem Abschnitt sollen kurz die wichtigsten Konzepte zur Behandlung von Rauschen behandelt werden. Diese Grundlagen sind ausführlich in [35] beschrieben.

Eine Zufallsfunktion wird stationär genannt, wenn sich ihre statistischen Eigenschaften im Laufe der Zeit nicht ändern. Rauschen in einer PLL wird durch eine Rauschspannung $n(t)$ beschrieben, die in diesem Sinne als stationär bezeichnet wird. Weiters soll der zeitliche Mittelwert dieser Funktion ($\overline{n(t)} = 0$) verschwinden. Die Varianz dieser Funktion ist deshalb

$$\sigma_n^2 = \overline{n^2(t)} - \overline{n(t)}^2 = \overline{n^2(t)}. \quad (3.7)$$

Für eine Funktion $n(t)$ mit endlicher Leistung¹ kann man deren Autokorrelationsfunktion folgendermaßen definieren:

$$R_n(\tau) = \langle n^*(t)n(t+\tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T n^*(t)n(t+\tau) dt. \quad (3.8)$$

¹ $\langle |n(t)|^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |n(t)|^2 dt < \infty$

Ihre spektrale Leistungsdichte ist über das Wiener-Khintchine-Theorem durch die Fouriertransformation der Autokorrelation gegeben:

$$S_n(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_n(\tau) e^{-i2\pi f \tau} d\tau. \quad (3.9)$$

Diese Definition ist allerdings nur dann sinnvoll, wenn $R_n(\tau)$ stationär ist. Das heißt, es muss auch $n(t)$ stationär sein. Die spektrale Dichte über alle Frequenzen integriert ergibt

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_n(f) df = \overline{n^2(t)} = R(0). \quad (3.10)$$

$S_n(f)$ ist eine gerade Funktion ($S_n(f) = S_n(-f)$) und kann durch eine einseitige Dichte vollständig beschrieben werden, die nur positive Frequenzen berücksichtigt:

$$\begin{aligned} S_n^{ein}(f) &= 2S_n(f) & f \geq 0 \\ &= 0 & f < 0. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Eine weitere wichtige Größe ist die Rauschbandbreite einer Regelung. Da eine Regelschleife nichts anderes als ein Filter (mit Transferfunktion $H(i\omega)$) darstellt, ist die (einseitige) spektrale Dichte am Ausgang $S_o^{ein}(\omega)$

$$S_o^{ein}(\omega) = |H(i\omega)|^2 S_i^{ein}(\omega) \quad (3.12)$$

für eine spektrale Dichte $S_i^{ein}(\omega)$ am Eingang. Die Varianz des Ausgangssignals ist dann

$$\overline{n_o^2(t)} = \int_0^{\infty} S_i^{ein}(2\pi f) |H(i2\pi f)|^2 df \quad (3.13)$$

bzw.

$$\overline{n_o^2(t)} = N_0 \int_0^{\infty} |H(i2\pi f)|^2 df \quad (3.14)$$

für weißes Eingangsrauschen $S_i^{ein}(2\pi f) = N_0$. Dazu gibt es ein äquivalentes (allerdings fiktives) Rechteckfilter mit konstanter Transmission H_r über eine Bandbreite B_n , für das die Varianz (3.7) gleich jener des realen Filters ist:

$$\overline{n_o^2(t)} = N_0 H_r^2 B_n. \quad (3.15)$$

Daraus ergibt sich die Definition der Rauschbandbreite durch Vergleich der beiden Varianzen (3.14),(3.15):

$$B_n = \frac{\int_0^{\infty} |H(i2\pi f)|^2 df}{H_r^2}. \quad (3.16)$$

3.2 Phasenstabilisierung

Als phasenstabil bezeichnet man ein frequenzstabilisiertes System, bei dem die relative Phase des Systems zusätzlich zur Differenzfrequenz konstant gehalten wird. In diesem Abschnitt wird versucht, die wichtigsten Merkmale und Eigenschaften eines solchen phasenstabilen Regelkreises (engl. phase locked loop, PLL) hervorzuheben. Eine ausführliche Behandlung findet sich in [35, 36].

3.2.1 Grundlagen einer PLL

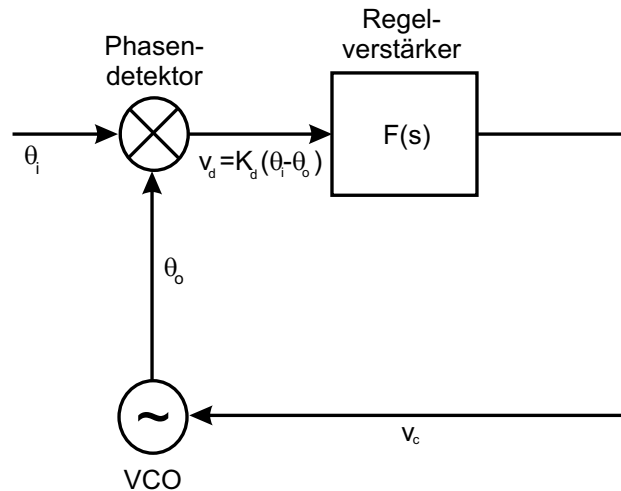


Abbildung 3.2: Blockdiagramm einer PLL

In Abb. 3.2 ist das Schema einer Phasenstabilisierung (PLL) gezeigt. Die Phase θ_o des Slaveoszillators (VCO) wird auf die Phase θ_i des Masterszillators stabilisiert. Ein linearer Phasendetektor erzeugt das Fehlersignal, welches - unter der Annahme, das System ist stabilisiert - proportional zur Phasendifferenz der Eingänge ist, nämlich $v_d = K_d(\theta_i - \theta_o)$. Die Antwort des Regelverstärkers ist durch die Transferfunktion $F(s)$ beschrieben ($V_c(s) = F(s)V_d(s)$).

Der Slave wird als spannungsgesteuerter Oszillator (VCO) betrachtet. Die Antwort des VCO auf eine Frequenzabweichung $\delta\omega = K_o v_c$ ist in erster Näherung linear und weil $\frac{d\theta}{dt} = \omega$, ist die Phase am VCO-Ausgang in Laplacetransformation gegeben durch $\theta_o = \frac{K_o V_c(s)}{s}$.

Damit erhält man, wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben, die Grundgleichungen der PLL

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{K_o K_d F(s)}{s + K_o K_d F(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)} \\ \frac{\theta_e(s)}{\theta_i(s)} &= \frac{s}{s + K_o K_d F(s)} = \frac{1}{1 + G(s)} \\ V_c(s) &= \frac{s \theta_i(s)}{K_o} H(s) \end{aligned} \quad (3.17)$$

mit $\theta_e = \theta_i - \theta_o$ und der offenen Schleifenverstärkung $G(s) = \frac{K_o K_d F(s)}{s}$.

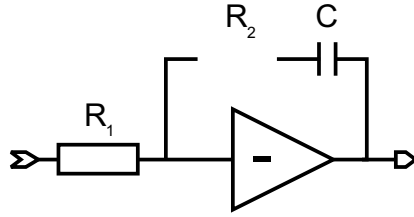


Abbildung 3.3: Schema eines PI-Reglers

Als Regelverstärker wird oft ein PI-Regler aus Proportional- und Integralteil [34] wie in Abb. 3.3 benutzt, wobei die Transferfunktion $F_{PI}(s)$ durch

$$F_{PI}(s) = \frac{s\tau_2 + 1}{s\tau_1} \quad (3.18)$$

mit $\tau_1 = R_1 C$ und $\tau_2 = R_2 C$ gegeben ist [35].

Damit wird die Transferfunktion der geschlossenen PLL zu

$$H(s) = \frac{\frac{K_o K_d}{\tau_1} (1 + \tau_2 s)}{s^2 + \frac{K_o K_d \tau_2}{\tau_1} s + \frac{K_o K_d}{\tau_1}}. \quad (3.19)$$

Ähnlich sieht die Transferfunktion eines einfachen, gedämpften, harmonischen Oszillators mit natürlicher Frequenz ω_n und Dämpfung ζ aus, so dass man (3.19) in

$$H(s) = \frac{\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n s}{\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n s + s^2} \quad (3.20)$$

umschreiben kann. Die Parameter $\omega_n = \sqrt{\frac{K_o K_d}{\tau_1}}$ und $\zeta = \frac{\omega_n \tau_2}{2}$ bestimmen die dynamische Antwort der PLL auf Änderungen des Eingangssignals. Außerdem kann mit ihnen noch die Rauschbandbreite der PLL charakterisiert werden:

$$B_n = \int_0^\infty |H(i2\pi f)|^2 df = \frac{\omega_n}{2} \left(\zeta + \frac{1}{4\zeta} \right). \quad (3.21)$$

Das Fehlersignal θ_e ist von besonderem Interesse, da es das restliche Phasenrauschen der PLL beinhaltet. Es gibt mehrere Quellen für Rauschen in einer PLL:

- n_M - Phasenrauschen des Master
- n_S - Phasenrauschen des Slave
- n_D - Schrotrauschen des Detektors

Andere Rauschterme (z.B. Rauschen der Verstärker) werden hier als klein gegen die oben genannten vernachlässigt. Die Phasen für das Fehlersignal und den Slave werden somit zu

$$\theta_e(s) = \theta_i(s) - \theta_o(s) + N_M(s) \quad (3.22)$$

$$\theta_o(s) = G(s)[\theta_e(s) + N_D(s)] + N_S(s). \quad (3.23)$$

Einsetzen von (3.22) in (3.23) und Umformen ergibt:

$$\theta_e = \frac{G(s)}{1 + G(s)}[\theta_i(s) + N_M(s) + N_D(s)] + \frac{1}{1 + G(s)}N_S(s). \quad (3.24)$$

Die resultierende Phasenrauschdichte $S_\phi(f)$ ist die Fouriertransformierte von (3.24) und mit den Rauschdichten von Detektor (S_D), Master (S_M) und Slave (S_S) somit

$$S_\phi(f) = |H(i2\pi f)|^2 S_D(f) + |1 - H(i2\pi f)|^2 (S_S(f) + S_S(f)). \quad (3.25)$$

Integriert man (3.25) über alle Frequenzen und unter der Annahme weißen Rauschens für alle Quellen, bekommt man mit den Linienbreiten $\Delta\nu_{M,S}$ der Laser (siehe Gl. 2.9) als Varianz des Phasenfehlers

$$\sigma_\phi^2 = B_n S_D + \frac{\pi}{2\zeta\omega_n} (\Delta\nu_M + \Delta\nu_S) \quad (3.26)$$

bzw.

$$\sigma_\phi^2 = B_n S_D + \frac{3\pi}{8B_n} (\Delta\nu_M + \Delta\nu_S) \quad (3.27)$$

speziell für Dämpfung $\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Bei diesem Wert ist die Einschwingzeit der Regelung ein Minimum. Im Übrigen kann (3.27) auch für andere Werte von $\zeta = 0,2 - 1,6$ angewendet werden, weil die Rauschbandbreite B_n in der Umgebung von $\zeta = \frac{1}{2}$ ein breites Maximum besitzt.

In der Praxis sind für PLLs mit Diodenlasern aufgrund ihrer beschränkten Modulationsmöglichkeit Rauschbandbreiten unter 10 MHz kaum zu realisieren und das Phasenrauschen der Laser dominiert, da Detektorrauschen

dagegen meist vernachlässigbar ist. Die Varianz des Phasenfehlers ist dann ungefähr

$$\sigma_\phi^2 \approx \frac{1,2}{B_n} (\Delta\nu_M + \Delta\nu_S) \quad (3.28)$$

Damit wird auch klar, warum für eine optische PLL die Regelbandbreite groß sein muss. Der Slavelaser ist genau dann mit dem Masterlaser phasenkohärent, wenn $\sigma_\phi^2 < 1^2$. Dazu muss die Rauschbandbreite der PLL mindestens gleich groß wie die Summe der Laserlinienbreiten sein. Generell erleichtern schmale Laser diese Aufgabe.

3.2.2 Phasensprünge

Die zufällige Natur des Rauschens bewirkt, dass eine endliche Wahrscheinlichkeit besteht, dass die instantane Phasenabweichung außerhalb der Reichweite des Phasendetektors $[-\pi, \pi]$ liegt. Die PLL begibt sich in einen inkohärenten Zustand und sammelt ein ganzzahliges Vielfaches von 2π an Phase auf, bis sie sich wieder im stabilen Zustand (Abweichung innerhalb von $[-\pi, \pi]$) fängt. Dieses Phänomen nennt man engl. cycle slipping.

Die Rate $\frac{1}{T_{avg}}$, mit der dies geschieht, kann für eine PLL-Schaltung zweiter Ordnung folgendermaßen abgeschätzt werden [36]:

$$T_{avg} = \frac{1}{B_n} e^{\frac{0,6}{\Delta\phi_{rms}^2}}, \quad (3.29)$$

siehe auch Abschnitt 5.4.

3.2.3 Fehlersignal

Als Grundlage für das Fehlersignal zur Phasensynchronisierung dient ein Schwebungssignal zweier Laser mit unterschiedlicher Frequenz. Die elektrischen Felder haben folgende Form:

$$\begin{aligned} E_M(t) &= A_M \sin(\omega_M t + \phi_M(t)) \\ E_S(t) &= A_S \sin(\omega_S t + \phi_S(t)). \end{aligned} \quad (3.30)$$

²Stichwort Gummibandlock: es gibt Phasendetektoren mit Regelbereich über mehrere Zyklen; ist dieser groß genug, sodass Störungen innerhalb dieses Toleranzbereichs bleiben, merkt man die erfolgreiche Phasensynchronisierung nicht an der reduzierten Linienbreite; die Phase driftet zwar ständig, die mittlere Phasenabweichung ist aber 0 und es kommt zu keinen Phasensprüngen; diese Technik wird bei Zählwerken von Uhren angewendet, deren Genauigkeit u. a. von der Langzeit-Phasensynchronität abhängt

Die Intensität an einem Detektor (Photodiode) ist

$$I(t) \sim |E_M(t) + E_S(t)|^2 = A_M^2 + A_S^2 + 2A_M A_S \cos((\omega_M - \omega_S)t + \phi_M(t) - \phi_S(t)), \quad (3.31)$$

wobei sich Terme mit Frequenzen $\omega_{M,S}$ und schneller herausmitteln.

Ein Vergleich dieses Signals mit einem Lokoszillator der Frequenz ω_{LO} an einem Mischer und anschließender Tiefpassfilterung von Frequenzen dieser Größenordnung, ergibt das Fehlersignal proportional zu

$$\cos((\omega_M - \omega_S)t + \phi_M(t) - \phi_S(t)) \sin(\omega_{LO}t) = \sin(\Delta\omega t - \omega_{LO}t + \Delta\phi(t)) \quad (3.32)$$

Für den Fall, dass die Differenzfrequenz $\Delta\omega = \omega_M - \omega_S$ der Laser der Lokoszillatorfrequenz entspricht, ist das Fehlersignal nur mehr von der relativen Phase $\Delta\phi(t) = \phi_M(t) - \phi_S(t)$ der Laser abhängig. Diese sinusförmige Funktion hat Nulldurchgänge bei allen $\phi = 2\pi n$ für $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, auf die stabilisiert werden kann. Da man jedoch nur an relativer Phasenstabilität interessiert ist, wird die absolute Phase nicht weiter berücksichtigt.

Anmerkung: Für kleine Abweichungen $\Delta\phi(t)$ ist das Fehlersignal von (3.32) näherungsweise linear und entspricht dann der Phasen-Spannungscharakteristik, wie in Abschnitt 3.2.1 angenommen wurde.

3.2.4 Spektrum

Zur Analyse von Signalen im Frequenzbereich wird oft ein Spektrumanalysator verwendet. Dieser stellt den Betrag der Fouriertransformierten eines Eingangssignals als Funktion der Frequenz dar. Man erhält die spektrale Leistungsdichte des elektrischen Feldes, aus der man für die Charakterisierung der Stabilität des Signals interessante Größen, wie den mittleren quadratischen Phasenfehler oder den Anteil der Leistung im Träger, bestimmen kann.

Das Spektrum eines phasenstabilisierten Lasersystems lässt sich folgendermaßen modellieren [38]: Zunächst betrachtet man der Einfachheit halber ein elektrisches Feld $E(t)$ in komplexer Form

$$E(t) = E_0 e^{-i(\omega_0 t + \phi_n(t))}. \quad (3.33)$$

E_0 sei die Amplitude, ω_0 die Kreisfrequenz und $\phi_n(t)$ der Ausdruck für die Phasenfluktuationen. Weiters sei $\phi_n(t)$ eine stationäre Zufallsfunktion, deren statistische Eigenschaften sich mit der Zeit nicht ändern und deren Mittelwert $\langle \phi_n(t) \rangle = 0$ ist. Die folgenden mathematische Formulierungen sind allgemein und gelten für beliebige Signale der Form (3.33). Hier speziell stellen die Frequenz ω_0 und Phase $\phi_n(t)$ die Differenzfrequenz bzw. die relative Phase eines phasenstabilisierten Systems dar.

Als Autokorrelationsfunktion $R_E(\tau)$ erhält man dann:

$$R_E(\tau) = \langle E^*(t) E(t + \tau) \rangle_t \quad (3.34)$$

bzw. mit (3.33)

$$R_E(\tau) \Rightarrow E_0^2 e^{i\omega_0 \tau} \langle e^{i(\phi_n(t+\tau) - \phi_n(t))} \rangle_t. \quad (3.35)$$

Die Exponentialfunktion lässt sich aufgrund des Gauß'schen Momente-Theorems [39] in

$$\langle e^{i(\phi_n(t+\tau) - \phi_n(t))} \rangle = e^{-\frac{1}{2} \langle (\phi_n(t+\tau) - \phi_n(t))^2 \rangle} \quad (3.36)$$

umformen. Nach (3.10) ist $\langle \phi_n^2(t) \rangle = \langle \phi_n^2(t + \tau) \rangle = R(0)$ und somit wird

$$\langle e^{i(\phi_n(t+\tau) - \phi_n(t))} \rangle = e^{R_\phi(\tau) - R_\phi(0)} \quad (3.37)$$

mit $R_\phi(\tau) = \langle \phi_n(t + \tau) \phi_n(t) \rangle$. Da $R_\phi(\tau) \rightarrow 0$ für $\tau \rightarrow \infty$ und $R_\phi(0) = \Delta\phi_{rms}^2$ bekommt man schließlich

$$R_E(\tau) = E_0^2 e^{i\omega_0 \tau} e^{-\Delta\phi_{rms}^2}. \quad (3.38)$$

Das ermöglicht eine Abschätzung der im Träger konzentrierten Leistung. Man erhält als Anteil η der spektralen Leistungsdichte:

$$\eta = e^{-\Delta\phi_{rms}^2}. \quad (3.39)$$

Umgekehrt kann man (3.39) dazu benutzen, die Phasenstabilität eines Signals zu charakterisieren. Aus dem Anteil der Leistung im Träger (innerhalb einer gewissen Bandbreite), gemessen mit einem Spektrumanalysator, kann die Phasenabweichung $\Delta\phi_{rms} = \sqrt{-\ln \eta}$ berechnet werden.

Für kleine Phasenabweichungen $\phi_n^2(t) \ll 1$, wie es bei erfolgreicher Phasenstabilisierung erwartet wird, vereinfacht sich die Exponentialfunktion von (3.36) zu

$$e^{-\frac{1}{2} \langle (\phi_n(t+\tau) - \phi_n(t))^2 \rangle} \approx \langle 1 - \frac{1}{2} [\phi_n^2(t+\tau) + \phi_n^2(t) - 2\phi_n(t+\tau)\phi_n(t)] \rangle = 1 - \Delta\phi_{rms}^2 + R_\phi(\tau). \quad (3.40)$$

Die Autokorrelationsfunktion lässt sich damit berechnen und man erhält:

$$R_E(\tau) \approx E_0^2 e^{i\omega_0 \tau} [1 - \Delta\phi_{rms}^2 + R_\phi(\tau)]. \quad (3.41)$$

Unter Verwendung des Wiener-Khintchine-Theorems [38] kann man - für Signale mit endlicher Leistung - die spektrale Leistungsdichte durch die Fouriertransformierte der Autokorrelation berechnen:

$$S_E(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int e^{-i\omega \tau} R_E(\tau) d\tau \quad (3.42)$$

Nach Einsetzen von (3.41) in (3.43) erhält man die spektrale Leistungsdichte $S_E(\omega)$ des phasenstabilisierten Laserfeldes:

$$S_E(\omega) = E_0^2 [(1 - \Delta\phi_{rms}^2)\delta(\omega - \omega_0) + S_\phi(\omega - \omega_0)]. \quad (3.43)$$

Der größte Anteil der Leistung ist in einem sehr schmalen Bereich um die Frequenz ω_0 (Träger) konzentriert, umgeben von einem Untergrund, der durch die spektrale Leistungsdichte S_ϕ der instantanen Phasenfluktuationen gegeben ist.

3.3 Frequenzstabilisierung

In diesem Abschnitt soll eine kurze Beschreibung von Techniken zur Frequenzstabilisierung gegeben werden.

Zur Laserstabilisierung braucht man ein elektronisches Fehlersignal mit Nulldurchgang bei der Sollfrequenz ω_0 . Abhängig von der Richtung, in die der Laser driftet, soll die Regelung ein positives oder negatives Signal liefern. Eine Möglichkeit zur Erzeugung eines solchen Signals ist das Phasenmodulationsverfahren.

Dabei wird die Laserfrequenz ω_0 mit Ω moduliert ($E(t) = E_0 e^{i(\omega_0 t + m \sin \Omega t)}$) und durch ein Medium mit der Filterfunktion

$$F(\omega) = e^{-\delta(\omega) - i\phi(\omega)} \quad (3.44)$$

in Betrag und Phase verändert, wobei $\delta(\omega)$ die Abschwächung und $\phi(\omega)$ die Phasenverschiebung beschreibt.

Zwei Möglichkeiten für ein solches Medium wären zum Beispiel eine atomare Resonanz bzw. eine Dunkelresonanz (siehe Kap. 6) oder ein Fabry-Perot-Resonator [37], dessen reflektiertes Licht durch den Feldreflexionskoeffizienten

$$R(\Delta) = \frac{\Delta(\Delta - i\Gamma)}{r(\Delta^2 + \Gamma^2)} \quad (3.45)$$

gegeben ist. Δ bezeichnet die Verstimmung von der Resonatorlinie, $\Gamma = \frac{1-r^2}{r} \frac{c}{2L}$ die halbe Resonatorlinienbreite, L die Resonatorlänge und r den Amplitudenreflexionskoeffizienten.

Für kleinen Modulationsindex ($m \ll 1$) kann man sich auf den Träger und die ersten beiden Seitenbänder beschränken und erhält als resultierendes elektrisches Feld

$$E_{res}(t) = E_0 e^{i\omega_0 t} [-F_- J_1 e^{-i\Omega t} + F_0 J_0 + F_+ J_1 e^{i\Omega t}], \quad (3.46)$$

mit den Abkürzungen $F_- = F(\omega - \Omega)$, $F_0 = F(\omega)$, $F_+ = F(\omega + \Omega)$ und $J_n = J_n(m)$.

Die Intensität des Lichtes, detektiert auf einer Photodiode, ist durch

$$I(t) \sim E_0^2 e^{-2\delta_0} [J_0^2 + 2J_0 J_1 (\delta_- - \delta_+) \cos \Omega t + 2J_0 J_1 (\phi_+ + \phi_- - 2\phi_0) \sin \Omega t] \quad (3.47)$$

gegeben, da Frequenzen der Größenordnung ω_0 für gewöhnliche Elektronik zu schnell sind und nur das Schwebungssignal des Trägers mit den Seitenbändern übrig bleibt. Dabei wurden einige Näherungen gemacht: Terme mit J_1^2 werden als quadratisch klein vernachlässigt und $|\delta_0 - \delta_{\pm}|, |\phi_0 - \phi_{\pm}| \ll 1$, um die Exponentialfunktionen nähern zu können.

Das somit erhaltene Signal wird in einem Mischer mit dem Modulations-signal multipliziert, dessen Phase θ über einen Phasenschieber frei gewählt werden kann.

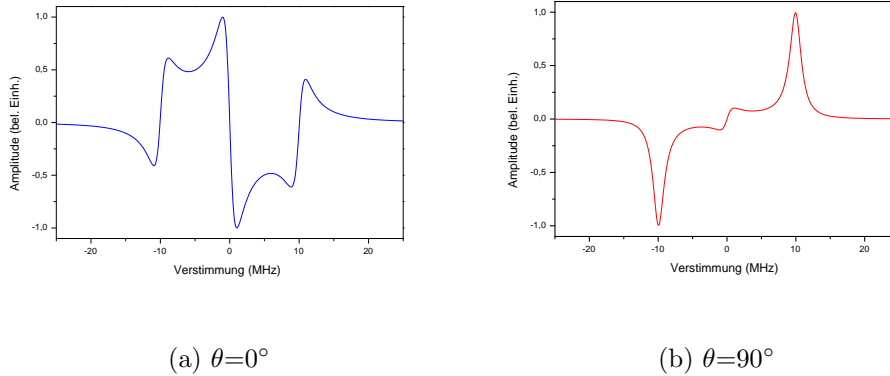


Abbildung 3.4: Die berechneten Fehlersignale in Abhängigkeit von der Verstimmung für unterschiedliche Phase ($\Gamma=1$ MHz, $\Omega=10$ MHz, Amplituden auf Maximum normiert)

Das Signal für die Resonatorstabilisierung hat folgende Form (Abb. 3.4)

$$I(\Delta) \sim \frac{\Delta \Omega \Gamma^2 (\Gamma^2 + \Delta^2 + \Omega^2)}{(\Gamma^2 + \Delta^2)(\Gamma^2 + (\Delta + \Omega)^2)(\Gamma^2 + (\Delta - \Omega)^2)} \sin \theta - \frac{\Delta \Omega \Gamma^2 (\Gamma^2 - \Delta^2 + \Omega^2)}{(\Gamma^2 + \Delta^2)(\Gamma^2 + (\Delta + \Omega)^2)(\Gamma^2 + (\Delta - \Omega)^2)} \cos \theta. \quad (3.48)$$

Für die Regelung ist man am Signal maximaler Steigung und Amplitude (Abb. 3.4(a)) mit der Steigung s im Zentrum

$$s|_{\Delta=0} = -\frac{1}{\Gamma} + \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \Omega^2}. \quad (3.49)$$

interessiert, welches man durch Anpassung der Phase mittels Phasenschieber in der Regelelektronik erhält. Dieses Signal kann auf zwei Wegen auf einen gitterstabilisierten Diodenlaser zurückgekoppelt werden. Einerseits kann die Laserfrequenz über einen Hochspannungsverstärker, der die Länge eines Piezorohres und somit jene des externen Resonators ändert, aktiv geregelt werden oder durch Änderung des Injektionsstromes über einen PI-Regler (Abb. 3.3).

Kapitel 4

Das Lasersystem

Zwei Diodenlaser stehen zur Verfügung, die zur Verbesserung der spektralen Eigenschaften werden beide mit Gittern in Littman-Anordnung [31] optisch vorstabilisiert sind. Einer dient als Masterlaser und wird elektronisch auf einen Fabry-Perot-Resonator stabilisiert, um die Kopplung des anderen (Slave) an den Master zu erleichtern.

Im folgenden Kapitel sollen prinzipieller Aufbau und Eigenschaften dieser Laser dokumentiert werden.

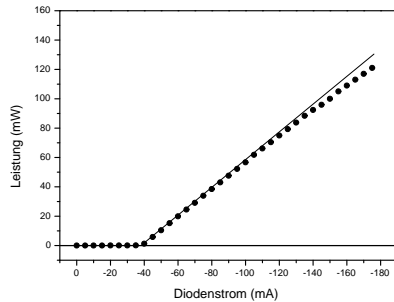
4.1 Eigenschaften der Laserdioden

Für die Laser werden zwei unterschiedliche Laserdioden verwendet. Für den Master eine Diode von Sanyo (DL7140-201 [40]), die mit einer in der Arbeitsgruppe entwickelten Stromquelle negativ gegen Masse betrieben wird, und als Slave eine Laserdiode von SLI (SLI-CW-5,6-C1-785-0,1S-R [41]), welche mit einem kommerziellen Netzteil¹ positiv gegen Masse betrieben wird.

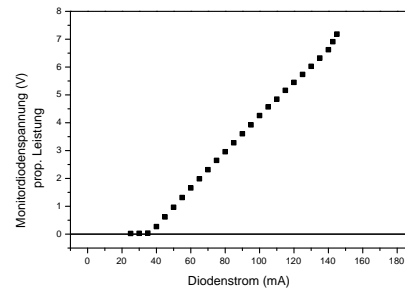
Wie man in Abb. 4.1(a) erkennen kann, besitzt die Masterdiode eine Schwelle von ca. -37 mA. Die nominelle Leistung beträgt 70 mW bei -100 mA und 25°C [40]. Die benutzte Diode entspricht in etwa diesen Spezifikationen. Man kann eine Leistung von 120 mW bei -175 mA erreichen, allerdings befindet man sich dann in einem für die Diode kritischen Bereich, was an einem leichten Abknicken der Kennlinie bei Strömen ab -140 mA erkennbar ist. Die Lebensdauer würde bei so hohen Strömen erheblich verkürzt, weshalb der Laser typischerweise bei ungefähr -97.5 mA betrieben wird.

Die Slavediode hat ihre Schwelle bei 35 mA (Abb. 4.1(b)) und verhält hinsichtlich ihrer Leistung ähnlich wie die Sanyo-Diode, der typische Betriebsstrom liegt bei 95 mA. Bei dieser Messung wurde die interne Photo-

¹LDC-202 von Profile



(a) DL-7140



(b) SLI-785

Abbildung 4.1: Die Kennlinien der Laserdioden

diode als Monitor für die Laserleistung benutzt. Die Photodiodenspannung ist proportional zur Lichtleistung, eine genaue Eichung war nicht möglich, da die Diode fest im Gehäuse eingebaut war (im Gegensatz dazu konnte die Masterdiode direkt gemessen werden, da aufgrund eines Defektes eine neue eingebaut werden musste).

Die Emissionswellenlängen der freilaufenden Laserdioden sind im Bereich von 785 nm bei Raumtemperatur, lassen sich aber durch Kühlung und richtige Gitterrückkopplung problemlos auf 780 nm verstimmen. Die Betriebstemperatur liegt bei ungefähr 16 °C und wird von einer in der Arbeitsgruppe gebauten Temperatur-Regelung [42] auf wenige mK stabil gehalten.

4.2 Aufbau der Gitterstabilisierung

Der innere Aufbau (Abb. 4.2) ist für beide Laser nahezu identisch. Die Laserdioden selbst befinden sich in einem kommerziellen Gehäuse², das durch Peltier-Elemente elektrisch gekühlt werden kann. Daran ist ein Linsentriplett ($f=5$ mm, AR beschichtet) zur Strahlkollimation angeflanscht. Das Ganze ist an einen Aluminiumblock geschraubt, in dem sich die Modulationsschaltung zur Regelung des Injektionsstromes befindet, zusätzlich gibt es noch Anschlüsse für eine Wasserkühlung zur Verbesserung der Temperaturstabilität, die zur Zeit jedoch nur beim Master benutzt wird. Dieser Block ist - zur besseren Schwingungs- und Schalldämpfung - auf eine 2,5 cm dicke Aluminiumplatte geklebt und in einem Aluminium-Druckgussgehäuse mit kleiner

²Schäfter & Kirchhoff, Modell 48-TE

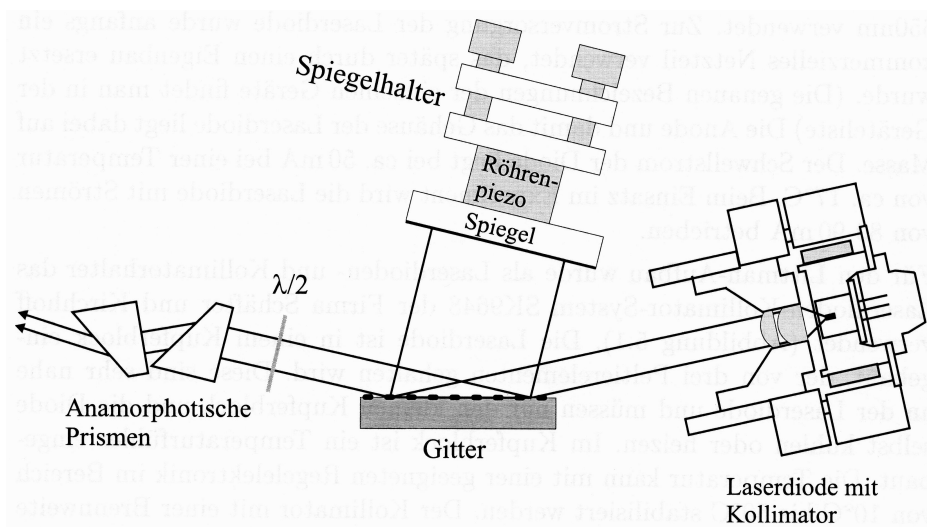


Abbildung 4.2: Aufbau des Gitterlasers

Austrittsöffnung eingeschlossen.

Das kollimierte Licht trifft auf ein holographisches Gitter (1400 Striche/mm für den Master mit 40% Effizienz, 1800 Striche/mm für den Slave mit 6,6% Effizienz), von dem ein Teil in die 1. Ordnung gebeugt und über den beweglichen Spiegel wieder zurück in den Laser reflektiert wird. Das an diesem Spiegel angebrachte Piezorohr³ dient zur elektronischen Regelung der externen Resonatorlänge bei niedrigen Frequenzen unter 500 Hz.

Die Laserdioden sind in ihren Halterungen so eingebaut, dass die Polarisationsrichtung parallel zum Gitter steht, um minimale Beugungseffizienz in die 1. Ordnung bei maximaler Ausbeute in die 0. Ordnung zu erzielen. Die anamorphotischen Prismen⁴ dienen dazu, aus dem für Laserdioden typischen elliptischen Profil einen kreisrunden Strahl zu formen. Allerdings ist nur deren erste Fläche (senkrecht zum Strahl) AR-beschichtet, während die restlichen im Brewsterwinkel zueinander stehen. Aus diesem Grund braucht man eine $\frac{\lambda}{2}$ -Verzögerungsplatte vor den Prismen, um durch Anpassung der Polarisation die dort auftretenden Reflexionen zu minimieren. Der Strahl verlässt danach das äußere Gehäuse durch eine kleine Bohrung.

³Ø 10mm × 10mm Länge von Ferroperm

⁴Hersteller Melles Griot

4.3 Resonatorstabilisierung

Zur Stabilisierung des Masterlasers wird die Methode nach Pound-Drever-Hall (PDH) verwendet (siehe Abschnitt 3.3). Mittels elektronischer Rückkopplung wird der Laser auf einer Transmissionslinie eines Fabry-Perot-Resonators gehalten.

4.3.1 Eigenschaften des Fabry-Perot-Resonators

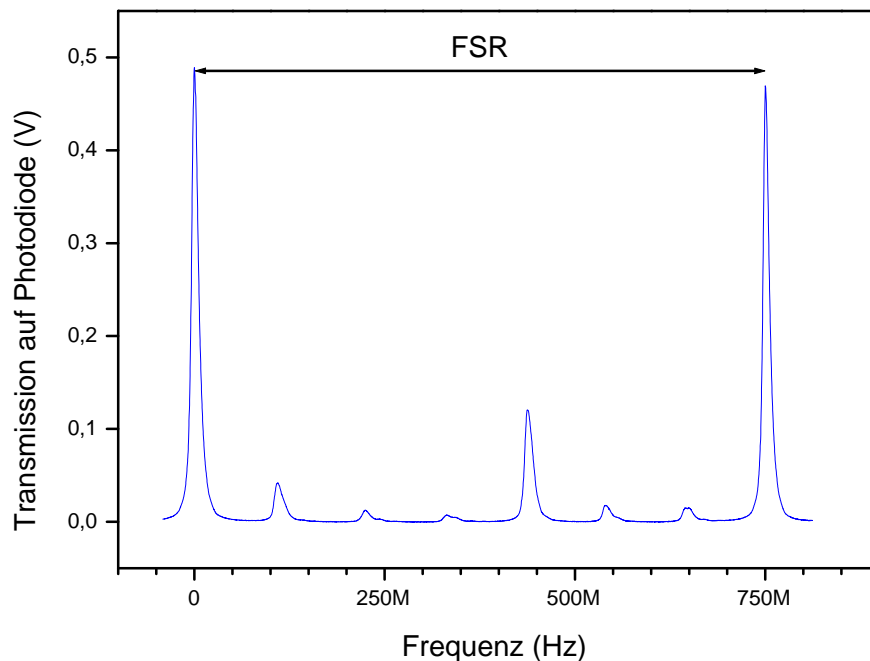


Abbildung 4.3: Das Modenbild des Resonators über einen FSR

Der Resonator besteht aus einem gekrümmten und einem ebenen Spiegel, die durch einen Quarz-Abstandshalter auf konstantem Abstand gehalten werden, ähnlich dem in [43]. Durch eine Piezoröhre kann einer der Spiegel verstellt und somit die Resonatorlänge ($L=20$ cm) verändert werden.

Ein freier Spektralbereich (FSR) - und damit der Abstand der longitudinalen Moden - errechnet sich nach $FSR = \frac{c}{2L}$ zu 750 MHz, mit c der

Lichtgeschwindigkeit. Die Transversal-Moden haben einen Abstand von ca. 110 MHz, wie in Abb. 4.3 erkennbar ist.

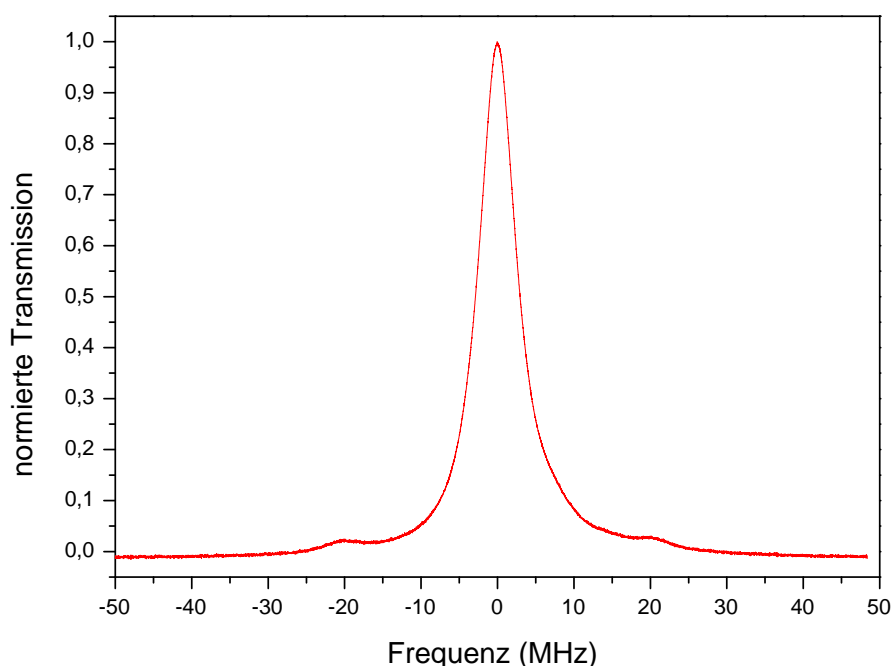


Abbildung 4.4: Transmissions-Linie mit Seitenbändern

Zur Bestimmung der Finesse wurde der Laser mit $f_m=20$ MHz moduliert und die Seitenbänder als Frequenzmarken benutzt. An den Träger wurde eine Lorentz-Kurve angepasst mit der Breite (FWHM) von $\Gamma=5.41$ MHz (Abb. 4.4). Daraus ergibt sich nach $\mathcal{F} = \frac{FSR}{\Gamma}$ die Finesse zu $\mathcal{F} \simeq 140$. Die ausführliche Herleitung obiger Formeln findet man in [24].

4.3.2 Aufbau

Der Strahlverlauf zur Einkopplung in den Resonator ist in Abb. 4.5 skizziert. Eine optische Diode mit 60 dB Isolation verhindert Rückkopplung durch unerwünschte Reflexionen, wie etwa vom Resonator oder Facetten von Glasfasern. Die Lichtleistung der Laser beträgt nach der Diode 23 mW für den Master und 32 mW für den Slave. Ein Teil (1,5 mW) des Lichtes vom Masterlaser wird über eine einseitig-AR-beschichtete Glasplatte ausgekoppelt und in

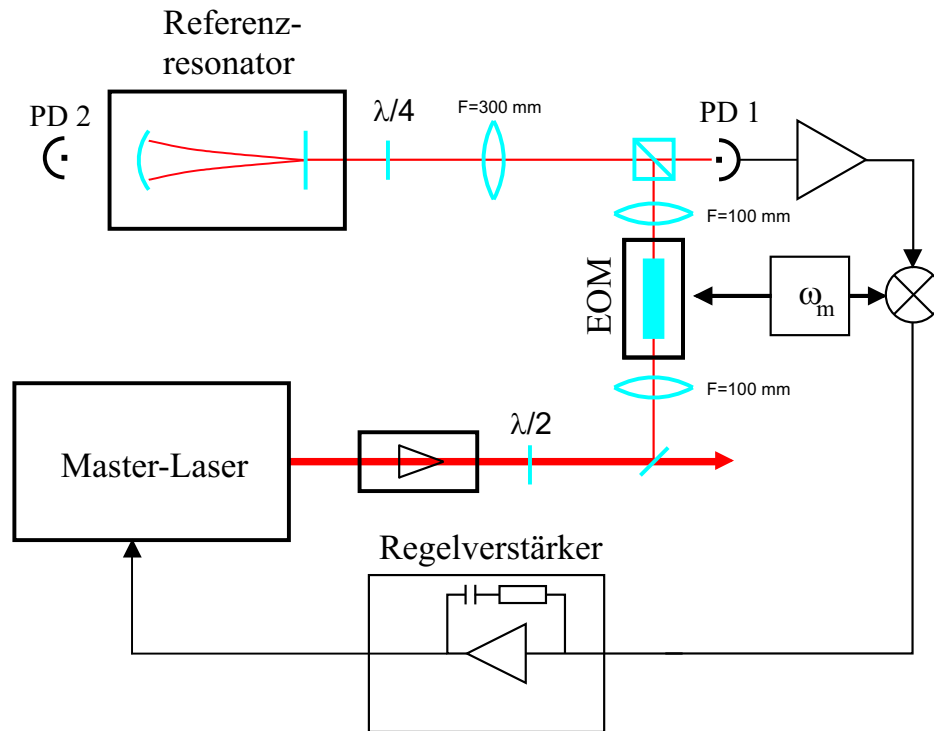


Abbildung 4.5: Aufbau der Resonatorstabilisierung

einen Elektro-Optischen-Modulator (EOM) fokussiert. Die Linsen dienen zur Strahlanpassung auf den EOM-Kristall, jedoch bleiben aufgrund von Verlusten durch Optik und der relativ kleinen Facetten des Kristalls nur 0,82 mW zur Einkopplung in den Resonator übrig. Eine $\frac{\lambda}{4}$ -Platte vor dem Resonator dreht die Polarisation des reflektierten Lichtes bei doppeltem Durchgang ($linear_{\parallel} \rightarrow zirkular \rightarrow linear_{\perp}$) um 90° so, dass dieses am Polarisationsstrahlteiler auf die schnelle Photodiode (PD 1) zur Detektion gelenkt wird. Die zweite Photodiode (PD 2) hinter dem Resonator dient zur Untersuchung des transmittierten Lichtes.

Das mit PD 1 gewonnene Signal wird in der Regelelektronik mit der Modulationsfrequenz des Lokaloszillators ($2\pi f_m = 20$ MHz) gemischt und damit das Fehlersignal nach (3.48) erzeugt, welches in einen langsamen (Piezo des Gitterspiegels) und einen schnellen Zweig (Diodenstrom) aufgeteilt, verstärkt und dem Laser über die jeweiligen Regeleingänge zugeführt wird.

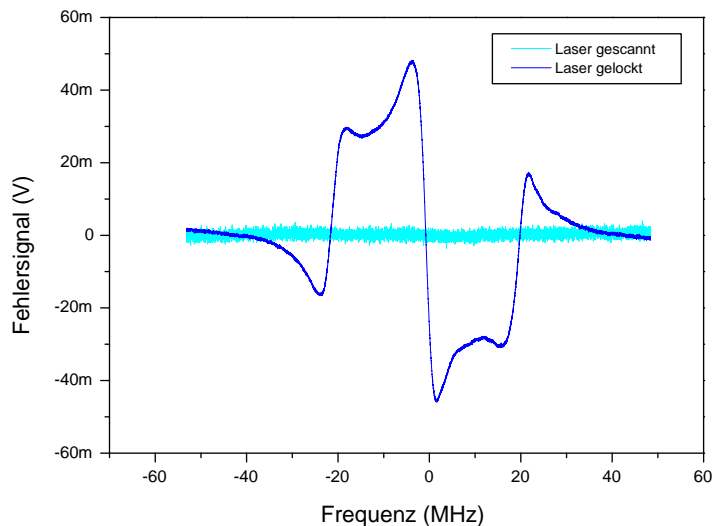


Abbildung 4.6: Fehler- bzw. Lock-Signal

4.3.3 Stabilisierung auf den Resonator

Das im Regelverstärker erzeugte PDH-Fehlersignal ist in Abb. 4.6 zu sehen. Zu dessen Messung wurde der Piezo des Resonators mit einer Hochspannung moduliert und das Signal am Monitor-Ausgang des Regelverstärkers synchron dazu aufgenommen. Mit Hilfe eines Phasenschiebers in der Regel Elektronik kann die Phase des Lokaloszillators optimal eingestellt werden, um ein Signal mit maximaler Steigung und Höhe (Spitze-Spitze) zu erhalten (siehe Abschnitt 3.3). Die Flanke des so erzeugten Fehlersignals hat im Zentrum eine Steigung von 32,7 mV/MHz.

Die zweite Kurve in Abb. 4.6 zeigt die restliche Regelabweichung bei geschlossenem Regelkreis. Dazu fährt man den Laser mittels einer Veränderung des Gleichanteils der Hochspannung am Gitterpiezo auf die Hauptmode des Resonators und schaltet die Integratoren der Regelung ein. Bei optimaler Einstellung der getrennt regelbaren Verstärkungen für Gitterpiezo und Strom kann die Breite der Regelabweichung auf 5 mV_{pp} reduziert werden, was einer Linienbreite von 150 kHz relativ zum Resonator entspräche. Der Laser bleibt über mehrere Stunden stabil, allerdings erst nach der Installation der oben erwähnten Wasserkühlung⁵. Schwankungen der Labortemperatur ver-

⁵System zur Wasserstabilisierung: Haake G und Haake D8

ursachen Modensprünge im Abstand von einer halben Stunde bis max. einer Stunde und machten es teilweise schwierig, den Laser bei der richtigen Wellenlänge zu halten. Seit der Alublock - und damit auch die Grundplatte, welche das Laserdiodengehäuse tragen, mit temperaturstabilisiertem Wasser ($19,9^{\circ}\text{C}$) auf konstanter Temperatur gehalten wird, sind diese Probleme weitgehend unterdrückt.

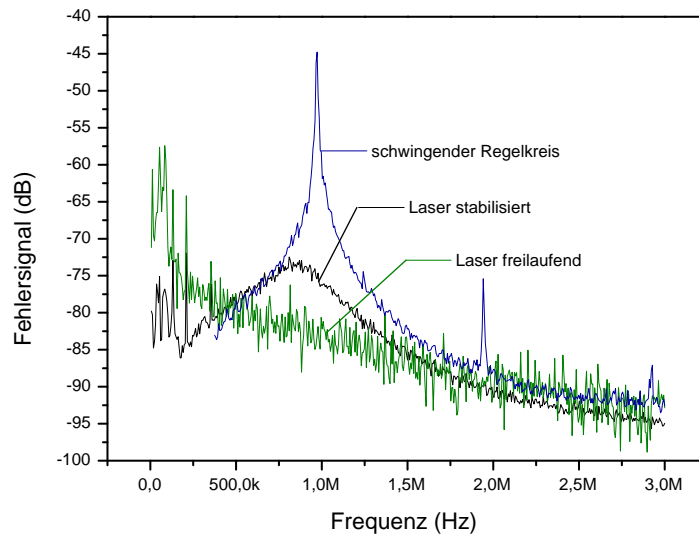


Abbildung 4.7: Regelbandbreite

Weitere Eigenschaften der Regelung sind in den Abb. 4.7, 4.8 und 4.9 dokumentiert. Abb. 4.7 zeigt, dass die Regelung bis etwa 500 kHz imstande ist, Störungen zu unterdrücken. Erkennbar ist dies an der Erhöhung des Rauschuntergrundes oberhalb dieses Frequenzbereichs, dem sogenannten Servobump. Er kommt dadurch zustande, dass die Phasennacheilung des Stellsignals sich für hohe Frequenzen -180° (zusätzlich zu den 180° des Invertierers) nähert, sich daher phasenrichtig zur vorhandenen Störung addiert und somit zu einer Verstärkung der Störung führt. Wählt man die Schleifenverstärkung an dieser Stelle zu hoch (>1), beginnt das System bei einer Frequenz von ca. 970 kHz und seinen Harmonischen (1,94 MHz) zu schwingen, was ebenfalls an der zweiten Kurve zu sehen ist.

Unterhalb von 100 kHz (Abb. 4.8) ist die Regelung besonders effizient und kann das Rauschen je nach Frequenz um 10-25 dB unterdrücken. Der

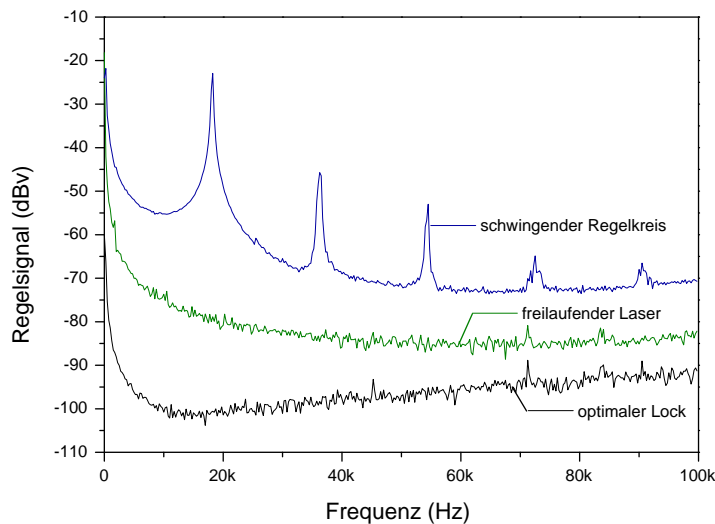


Abbildung 4.8: Der Einfluss der Regelung bei Frequenzen bis 100 kHz

Piezo-Zweig lässt sich ebenso wie der Strom-Zweig zum Schwingen bringen, wenn die Verstärkung zu groß wird. In diesem Fall kommt es zu Oszillationen bei 18 kHz und höheren Harmonischen. Allerdings ist der langsame Regelzweig nur bis etwa 300-400 Hz wirksam, die beobachteten Oszillationen sind auf eine bevorzugte, höhere (mechanische) Schwingungsmode des Piezos zurückzuführen.

Im niederen Frequenzbereich bis 1,6 kHz (Abb. 4.9) fallen besonders die netzsynchronen Störungen (Vielfache von 50 Hz) auf, die von der Regelung nicht vollständig unterdrückt werden können, obwohl die Rauschunterdrückung in diesem Bereich im Mittel 33 dB beträgt.

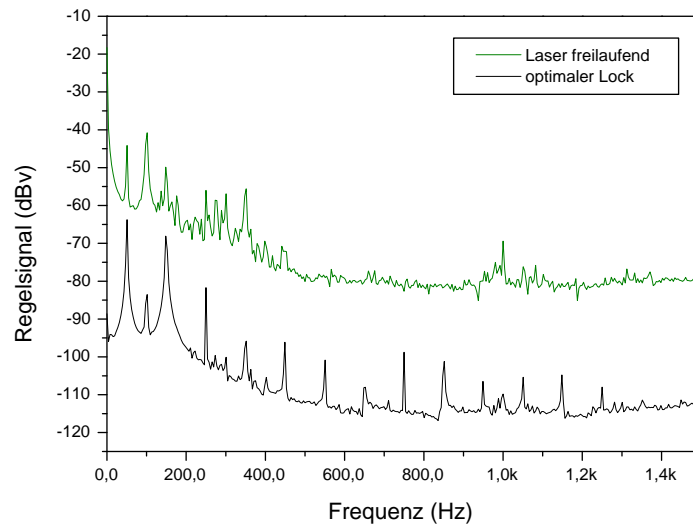


Abbildung 4.9: Einfluss der Regelung bei Frequenzen bis 1,6 kHz

Kapitel 5

Phasenstabilisierung

Dieses Kapitel behandelt das eigentliche Ziel dieser Diplomarbeit, die phasenstarre Kopplung des Slavelasers an den Masterlaser mit einer konstanten Differenzfrequenz nahe 6,835 GHz. Dazu wird ein Schwebungssignal der beiden Laser erzeugt und mit einem Festfrequenz-Mikrowellen-Oszillator (6,81 GHz) verglichen. Die entstehende Zwischenfrequenz wird mit einem zweiten, verstimmbaren Lokaloszillator nahe 25 MHz gemischt, über den die Differenzfrequenz der Laser mit hoher Auflösung eingestellt werden kann. Die elektronische Rückkopplung erfolgt in drei separaten Zweigen auf die Länge des externen Resonators des Slavelasers, sowie auf dessen Injektionsstrom.

Die einzelnen Komponenten dieses Systems (wie Frequenzquelle, Regelverstärker, Phasenverhalten der Laserdiode) werden nacheinander beschrieben und die Eigenschaften der Phasenstabilisierung dokumentiert.

5.1 Aufbau der Schwebungsmessung

Abb. 5.1 skizziert den Aufbau zur phasenstarken Kopplung. Dazu werden beide Laser an einem 50/50-Strahlteilerwürfel (nicht polarisierend) überlagert. Ein Zweig wird über eine Linse ($f=50\text{mm}$) auf eine schnelle Photodiode¹ fokussiert, der andere Zweig wird in eine Glasfaser eingekoppelt und wahlweise zum Wellenlängen-Messgerät oder zum Experiment geführt. Eine gute Einkopplung in die Faser garantiert gleichzeitig optimalen Überlapp der Lasermoden auf der Photodiode und dadurch gute Interferenzfähigkeit des Lichtes für ein möglichst großes Schwebungssignal. Die Lichtfelder der beiden Laser erzeugen am Detektor einen mittleren Photostrom $i(t)$ proportional zur Lichtleistung $I(t)$ [24]:

¹G4176 von Hamamatsu

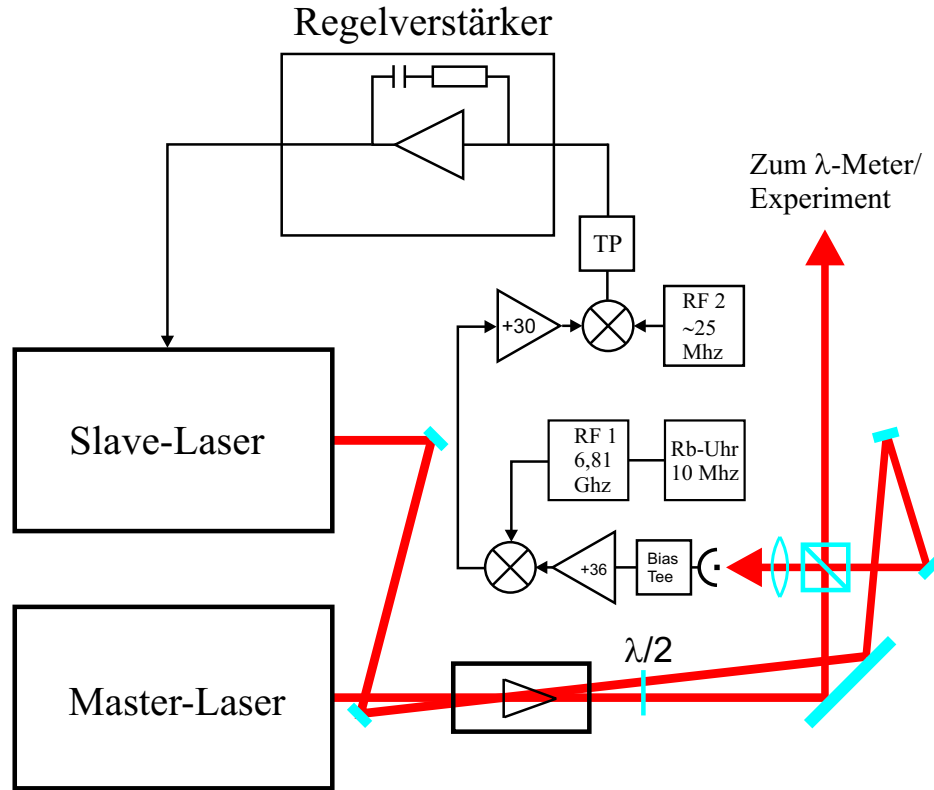


Abbildung 5.1: Aufbau der Schwebungsmessung

$$\begin{aligned}
 I(t) &= I_M + I_S + 2 \cdot \sqrt{I_M I_S} \cdot \cos[2\pi(\nu_M - \nu_S)t + (\varphi_M - \varphi_S)] \\
 P(t) &= A I(t) \\
 i(t) &= \frac{\eta e P(t)}{h \bar{\nu}}.
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

$I_{M,S}$ bezeichnen die Laserintensitäten mit ihren Frequenzen $\nu_{M,S}$ und Phasen $\varphi_{M,S}$, P die Lichtleistung am Detektor mit der Fläche A und Effizienz η bei einer mittleren Frequenz $\bar{\nu}$.

Ein Bias-Tee² trennt die Gleichstromanteile ($\sim I_M, I_S$ und Vorspannung der Photodiode) vom eigentlich interessanten Schwebungssignal, das von einem Hochfrequenzverstärker³ um 36 dB vorverstärkt wird. Diese Radiofrequenz ($\approx 6,835$ GHz) wird dann mit der festen Radiofrequenzquelle von 6,81 GHz gemischt⁴ und liefert ein Signal bei einer Zwischenfrequenz (IF) von

²11612A von Agilent

³JCA 48-400 von JCA

⁴Mischer ZMX-7GLHR von Mini Circuits

ungefähr 25 MHz. Die Signalwege sind möglichst kurz gehalten, um Phasennacheilungen bei höheren Frequenzen zu minimieren. Dazu sind die bisher genannten Komponenten direkt miteinander verschraubt und zur besseren mechanischen Stabilität auf einem Aluminiumblock befestigt.

Das Zwischenfrequenzsignal wird um weitere 30 dB verstärkt⁵ und von einem Leistungsteiler⁶ zur Analyse mit dem Spektrumanalysator⁷ und zum Vergleich mit einer zweiten, verstellbaren Frequenzquelle aufgeteilt. Mit dieser kann über einen zweiten Mischer⁸ die exakte Differenzfrequenz der Laserfelder eingestellt werden. Die typische Mischfrequenz ist hier 25 MHz, in Summe mit den 6,81 GHz also nahe der Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes $5S_{1/2}$ von ^{87}Rb .

Über den Regelverstärker, der das Stellsignal in drei getrennt einstellbare Regelzweige für unterschiedliche Frequenzbereiche aufteilt, wird das Fehler-signal zurück auf den Slavelaser gegeben. Im Prinzip ist die elektronische Schaltung identisch mit jener von der Resonatorstabilisierung, d.h. es gibt einen langsamen Zweig für den Gitterpiezo (bis 400 Hz) und einen schnellen Zweig für den Strom. Da jedoch der Fangbereich einer Phasenstabilisierung wesentlich kleiner ist als für die Resonatorstabilisierung, braucht man einen zusätzlichen Zweig, der im Stande ist, Phasenverschiebungen im Regelkreis teilweise zu kompensieren.

Der nächste Teil behandelt dieses Thema.

5.2 Der Regelverstärker

Ein zentrales Problem einer Regelung sind Phasennacheilungen des Stellsignals innerhalb der Regelschleife. Störungen können nur bis zu der Frequenz ausgeglichen werden, bei der die Phase des Stellsignals 180° erreicht. Verursacht werden diese Phasenverzögerungen zum Teil von der Signallaufzeit im Regelkreis und den einzelnen Bauteilen des Reglers (wie Verstärker, Mischer, Filter), außerdem hat auch das Stellglied, in diesem Fall die Laserdiode mit ihrer Modulationsschaltung, ein frequenzabhängiges Verhalten. Ziel ist es, diese Phasennacheilungen möglichst klein zu halten bzw. wenn nötig, zu kompensieren.

Die Signallaufzeit lässt sich am einfachsten durch Reduktion der Kabellängen und Lichtwege minimieren. Die effektive Wegstrecke⁹ beträgt 4 m,

⁵AU-2A-120 von Miteq

⁶ZSC-2-1W von Mini Circuits

⁷FSP-13 von Rohde & Schwarz

⁸ZAD-6 von Mini Circuits

⁹ca. 1 m Lichtweg vom Laser zur Photodiode, der Rest BNC-Kabel von der Photodiode

was einer Verzögerung der Phase von $\approx 48^\circ$ bei 10 MHz entspricht. Schwieriger gestaltet sich die Korrektur der Phasenverschiebungen der Laserdiode.

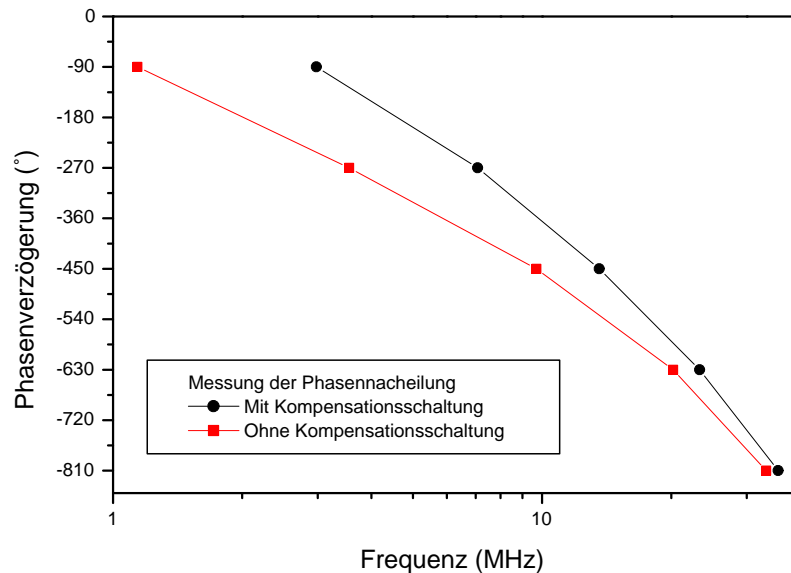


Abbildung 5.2: Messung der Modulationsantwort des Systems Laserdiode/Modulationsschaltung

Wie in Kap. 2 beschrieben, sorgen Frequenz- (FM) und Amplitudenmodulation (AM) für eine frequenzabhängige Antwort der Laserdiode auf Änderungen des Injektionsstromes und führen besonders in dem für die Regelung interessanten Bereich von einigen hundert kHz bis wenige MHz zu unerwünschten Phasennacheilungen.

Die Messung der Phasenverschiebung erfolgte durch die Erzeugung eines Pound-Drever-Hall Fehlersignals¹⁰ wie es schon zur Stabilisierung des Masterlasers verwendet worden ist. Dort wurde ein Phasenschieber benutzt, um die Phase des Lokaloszillators so einzustellen, dass man ein für die Regelung optimales Signal zu erhält. Umgekehrt kann man dieses Fehlersignal auch dazu benutzen, den Phasengang der Laserdiode zu bestimmen: man lässt die Phase des Lokaloszillators konstant und verändert die Modulationsfrequenz schrittweise. Das Fehlersignal ändert sein Aussehen entsprechend

bis zur Laserdiode mit einer Länge, der 3 m Weg im Vakuum entsprechen

¹⁰Photodiode von New Focus 1801-FS

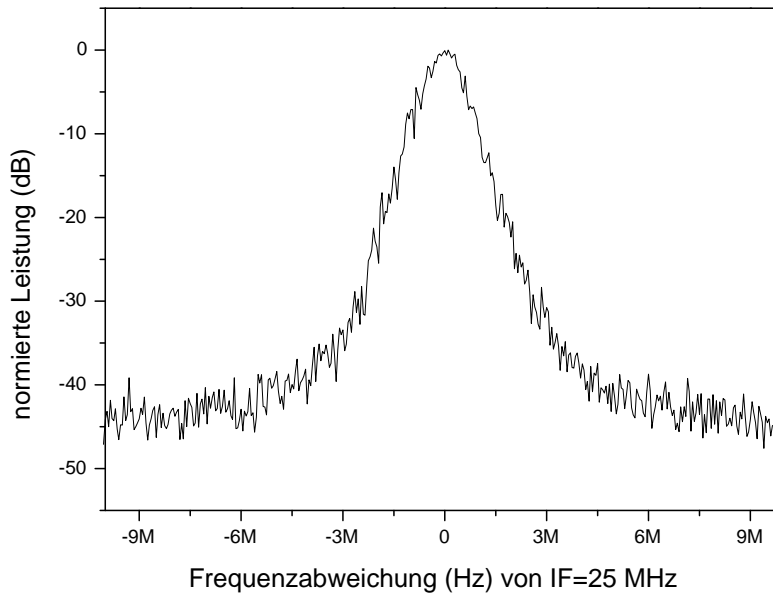


Abbildung 5.3: Schwebungssignal der beiden freilaufenden Laser bei der Zwischenfrequenz mit einer Linienbreite von 1 MHz über 5 Kurven gemittelt; die Linienbreite beträgt hier 800 kHz

der Phasenverschiebung des Systems Laserdiode/Modulationsschaltung. Eine wichtige Voraussetzung sind gleich lange Signalwege in beiden Zweigen (Lokaloszillator/Laser).

In Abb. 5.2 sind die Ergebnisse dieser Messung zu sehen. Leicht identifizierbar sind Frequenzen mit Signalcharakter entsprechend Abb. 3.4(b) und dienen somit als Messpunkte. Zunächst wurde das reine Modulationsverhalten gemessen. Man erkennt, dass die Phasennacheilung schon bei 2 MHz die 180°-Marke erreicht. Bei einer Linienbreite des Schwebungssignals der freilaufenden Laser (Abb. 5.3) in der Größenordnung von 0,5-2 MHz wird somit eine Phasenstabilisierung schwierig, da kleine Störungen genügen, um den Laser aus der Regelbandbreite zu stoßen. Aus diesem Grund musste eine Kompensationsschaltung entwickelt werden, die in der Lage ist, diese Phasenverzögerung wenigstens teilweise auszugleichen.

Angelehnt an Vorschläge von [44, 45, 46] wurde als erstes eine Schaltung für maximalen Phasenschub ähnlich derjenigen in Abb. 5.4 getestet. Die Wer-

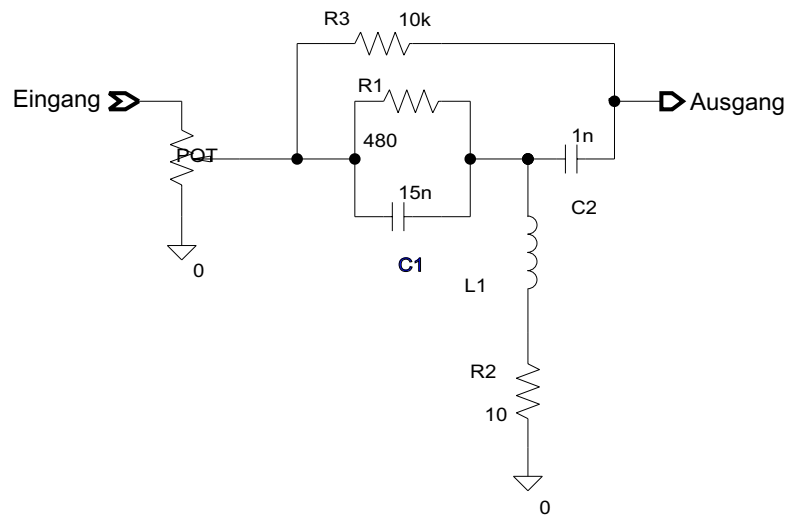


Abbildung 5.4: Endgültiges Design der Kompensationsschaltung

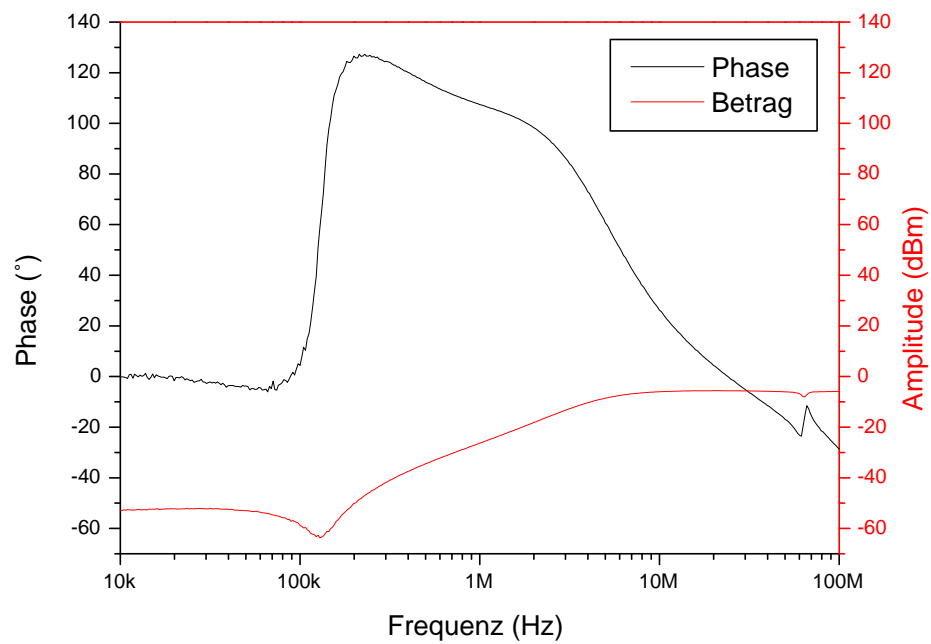


Abbildung 5.5: Phasen-/Frequenzgang der Kompensationsschaltung

te der Kapazitäten waren in diesem Fall $C1 = 470pF$ und $C2 = 1nF$, damit wurde zwischen 1 und 10 MHz ein maximaler Phasenschub bis zu 160° erzeugt. Das Ergebnis ist in der 2. Kurve von Abb. 5.2 zu sehen. Die 180° -Grenzfrequenz kann zunächst auf 4,65 MHz hinausgeschoben werden, rechnet man den Signalweg noch hinzu, kommt man auf eine Grenzfrequenz von 4,2 MHz.

Leider unterdrückte dieses Filter (Hochpass 2. Ordnung) das Regelsignal bei niedrigen Frequenzen zu stark, so dass ein Kompromiss zwischen Regelbandbreite und Verstärkung, vor allem im Übergabebereich von schnellem (>500 kHz) und mittleren (<500 kHz) Regelzweig, gefunden werden musste, um das Phasenrauschen im Bereich von 1 MHz um den Träger wirksam zu unterdrücken.

Das entgültige Filter musste durch Ausprobieren experimentell gefunden werden und sowohl ausreichende Regelbandbreite für langfristig stabile Regelung und dennoch genügend Verstärkung für ausreichende Konzentration der Leistung im Träger liefern. Dieser Kompromiss führte zu den in Abb. 5.4 angegebenen Werten, das resultierende Verhalten dieser Schaltung ist in Abb. 5.5 gezeigt und lässt eine Regelbandbreite von ungefähr 2 MHz erwarten.

5.3 Frequenzquelle

Ein weiterer Einfluss auf die Qualität der Phasenstabilisierung sind die Eigenschaften der Radiofrequenzquelle, mit der das Schwebungssignal gemischt wird.

Hierzu wird ein Mikrowellenoszillator¹¹ benutzt, welcher eine Referenzfrequenz von 10 MHz auf 6,81 GHz hochmultipliziert. Von entscheidender Bedeutung ist dabei die Qualität der Referenz hinsichtlich Rauschen und eventueller Störsignale, wie am folgenden Beispiel demonstriert werden soll. Wird nämlich eine Referenz von schlechter spektraler Güte verwendet, kommt es zum Trägerkollaps, wo der eigentliche Träger verschwindet und die gesamte Leistung auf Seitenbänder verteilt wird.

Das elektrische Feld einer phasenmodulierten Quelle der Frequenz ω lässt sich mathematisch als

$$E(t) \propto e^{i\Phi(t)} = e^{i(\omega t + m \sin(\Omega_m t))} \quad (5.2)$$

mit instantaner Frequenz

$$\dot{\Phi}(t) = \omega + m \Omega_m \cos(\Omega_m t) \quad (5.3)$$

¹¹XPDRO-6322 von CTI

beschreiben, wobei Ω_m die Modulationsfrequenz mit zugehörigem Modulationsindex $m = \frac{\text{Frequenzhub}}{\Omega_m}$ ist. Die Exponentialfunktion aus Gl. 5.2 lässt sich in eine Fourierreihe [47] entwickeln:

$$E(t) \propto e^{i\omega t} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} J_{\nu}(m) e^{i\nu\Omega_m t}, \quad (5.4)$$

wobei die Werte der Besselfunktionen $J_{\nu}(m)$ die Amplituden der Seitenbänder bei $\omega + \nu\Omega_m$ bestimmen. Die Hochmultiplikation mit N in der Radiofrequenzquelle macht aus (5.3)

$$\dot{\Phi}'(t) = N\dot{\Phi}(t) = N\omega + N m \Omega_m \cos(\Omega_m t), \quad (5.5)$$

damit werden nach (5.4) die Amplituden der Seitenbänder zu $J_{\nu}(Nm)$.

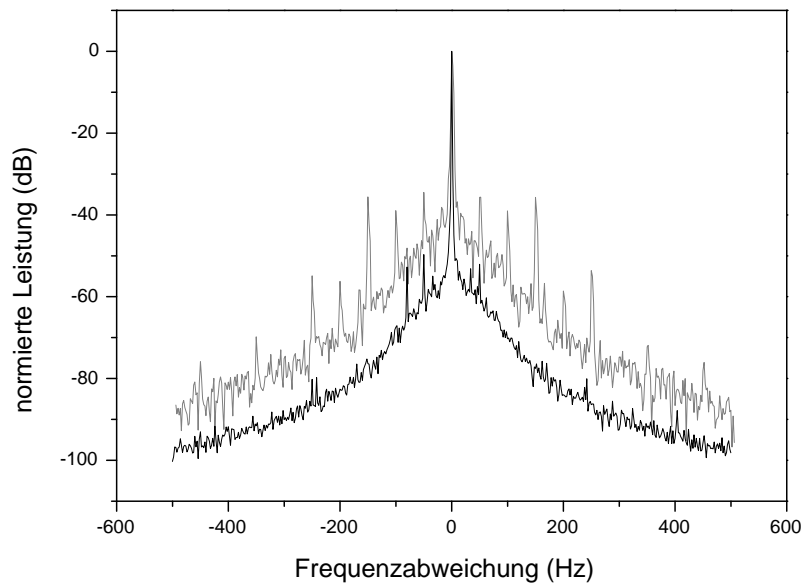


Abbildung 5.6: Ausgangssignal der RF-Quelle bei 6,81 GHz mit unterschiedlichen 10 MHz-Referenzoszillatoren: die untere Kurve zeigt die Quelle mit der Rb-Uhr (PRS-10) betrieben, deutlich schlechteres Signal erhält man mit einem Frequenzgenerator DS345 von Stanford.

Der Modulationsindex eventueller Seitenbänder der Referenz muss für diese 6,81-GHz-Quelle kleiner als $2 \cdot 10^{-3}$ sein, damit es nicht zum sogenannten

Trägerkollaps kommt. Dabei wird die Leistung der Quelle gemäß den Betragsquadraten ihrer Besselfunktionen auf die Seitenbänder verteilt und bei Modulationsindex von $2 \cdot 10^{-3}$ kommt das 1. Seitenband in dieselbe Größenordnung wie der Träger selbst. Folgendes Zahlenbeispiel soll dies verdeutlichen:

Nimmt man eine mit 50 Hz modulierte Referenz ($m=5 \cdot 10^{-2}$) mit einem Intensitätsverhältnis von $\frac{J_1^2(m)}{J_0^2(m)} = -32$ dB des 1. Seitenbandes zum Träger, so verschwindet der Träger bei 6,81 GHz fast völlig. Die Seitenbänder 1, 3 und 5 der Radiofrequenz werden um 10 (!) dB größer als der Träger. Aus diesem Grund muss die Referenz besondere spektrale Reinheit aufweisen. Unsere Rb-Uhr¹² erfüllt diese Anforderungen und liefert ausreichend stör- und rauscharme 10 MHz. Die Qualität ist so gut, dass das hochmultiplizierte Rauschen des 10-MHz-Standards in der gleichen Größenordnung wie das Rauschen des Oszillators der Quelle selbst liegt. Wird dagegen die Referenz eines Frequenzgenerators wie z. B. des DS345 von Stanford verwendet, erhält man deutlich mehr Rauschen und netzsynchrone Seitenbänder wie Abb. 5.6 zeigt.

5.4 Phasenstabilisierung

Ist die Qualität aller Komponenten durch systematisches Prüfen und Verbessern ausreichend, ist es nur noch ein kleiner Schritt zur Phasenstabilisierung. Sobald das Schwebungssignal (IF) der Laser durch Veränderung der Offset-Spannung an den Gitterpiezos in den Bereich weniger MHz um die Zwischenfrequenz verstimmt wird, erscheint am Monitorausgang des Regelverstärkers ein sinusförmiges Signal, das dem momentanen Frequenzabstand von der 2. Mischfrequenz entspricht. Sobald sich das Schwebungssignal innerhalb der Regelbandbreite befindet, kann der Regelverstärker phasenstarre Kopplung bereits mit dessen Proportionalverstärkung und Phasenkompensation aufrecht erhalten. Die Integratoren des Regelverstärkers dienen nur zur Erhöhung der Verstärkung bei niederen Frequenzen. Sie verbessern die Stabilität der Regelung und ermöglichen einen erfolgreichen Betrieb über mehrere Stunden hinweg.

Die elektronische Regelung schafft eine Konzentration der Leistung im zentralen Teil des Schwebungssignals, wie in Abb. 5.7 am Spektrum des Zwischenfrequenz-Signals erkennbar ist. Die zentrale Spitze ist extrem schmalbandig, wie weitere Messungen zeigen, und kann bei einer Auflösungsbandbreite von 100 kHz nicht aufgelöst werden. Der inkohärente Untergrund ist bei diesen Einstellungen am Spektrumanalysator um mehr als 30 dB unter-

¹²PRS10 von Stanford Research Systems

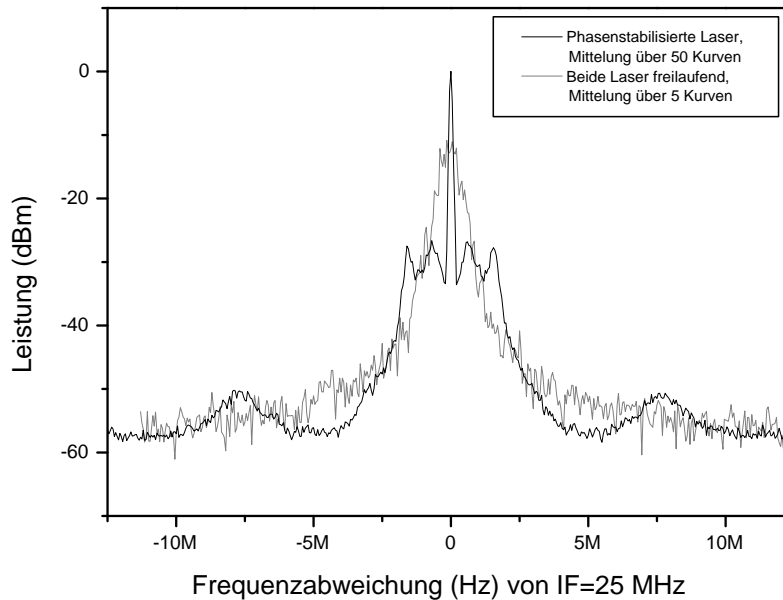


Abbildung 5.7: Zwischenfrequenz-Signal der Phasenstabilisierung bei 25 MHz mit 25 MHz Meßbereich und 100 kHz Auflösungsbandbreite

drückt. Die zweite Kurve zeigt im Vergleich dazu das Schwebungssignal der gegeneinander freilaufenden, unregelmäßigen Laser mit einer Linienbreite von ≈ 600 kHz.

Die Regelbandbreite von 1,6 MHz ist in Abb. 5.8 an den Erhöhungen im Spektrum ganz links bzw. rechts vom Träger (Servobumps) abzulesen, bei zuviel Verstärkung beginnt die Regelung auch bei dieser Frequenz zu schwingen (ohne Abbildung). Die Rauschunterdrückung beträgt hier bei 10 kHz Auflösungsbandbreite mehr als 35 dB. Die Buckel im Abstand von 600 kHz zum Träger (Abb. 5.10) sind keine Servobumps, sondern kommen dadurch zustande, dass im Übergangsbereich der Regelzweige für hohe bzw. mittlere Frequenzen der Frequenzgang nicht optimal angepasst ist und vor allem durch das Hochpassverhalten der Kompensationsschaltung für gute Rauschunterdrückung zu wenig Verstärkung zur Verfügung steht. Hier gibt es noch Potential zu weiteren Verbesserungen der Phasenstabilisierung, falls man es schafft, eine Schaltung zu finden, die genügend Phasenschub und trotzdem ausreichend Signalamplitude liefert.

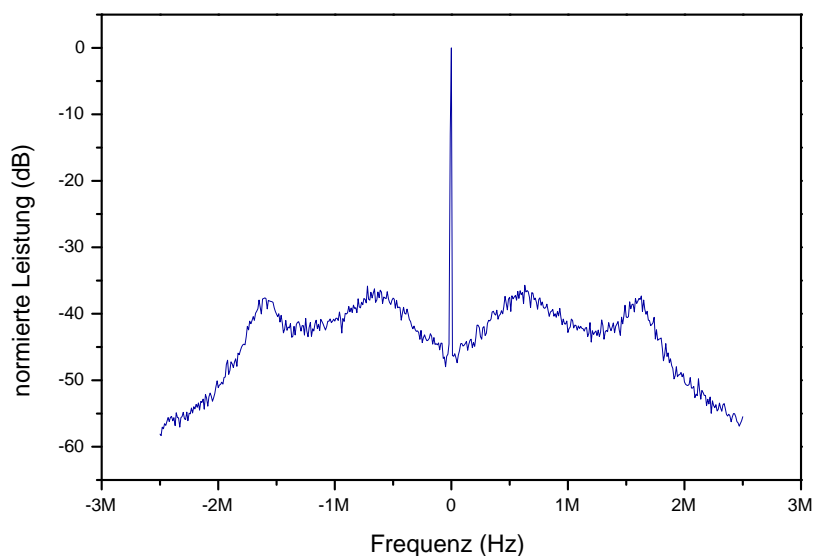


Abbildung 5.8: Zwischenfrequenz-Signal der Phasenstabilisierung bei 25 MHz mit 5 MHz Meßbereich und 10 kHz Auflösungsbandbreite, Mittelung über 50 Kurven

Eine spezielle Option des Spektrumanalytators ermöglicht die Untersuchung von Signalen mit einer Auflösung von 1 Hz. In Abb. 5.9 ist das Ergebnis zu sehen. Auch bei dieser Filterbandbreite kann der Träger nicht aufgelöst bzw. seine tatsächliche Halbwertsbreite bestimmt werden. Der durchschnittliche Rauschuntergrund liegt bei -60 bis -70 dB relativ zum Träger, abgesehen von schmalbandigen Störungen (hauptsächlich Vielfache von 50 Hz), welche aber maximal -40 dB groß werden. Die Breite des Trägers ($\Delta\nu=1$ Hz) selbst entspricht genau der maximalen Auflösungsbandbreite des Spektrumanalytators, weshalb angenommen werden kann, dass die wirkliche Linienbreite¹³ des Regelsignals darunter liegt. Außerdem fehlen die Servobumps der langsamen Regelung auf den Gitterpiezo, die in diesem Frequenzbereich zu sehen sein müssten. Man stößt hier vermutlich mit der Phasenstabilisierung auf den Rauschgrund der Mikrowellenquelle, der Regelverstärker kann also gar nicht besser regeln. Tatsächlich erscheinen bei schlechter Einstellung der Regelpa-

¹³Zur Bestimmung der tatsächlichen Laserlinienbreite muss ein Vergleich mit einem unabhängigen System vorgenommen werden, z. B. Messung einer Dunkelresonanz - siehe Kap. 6

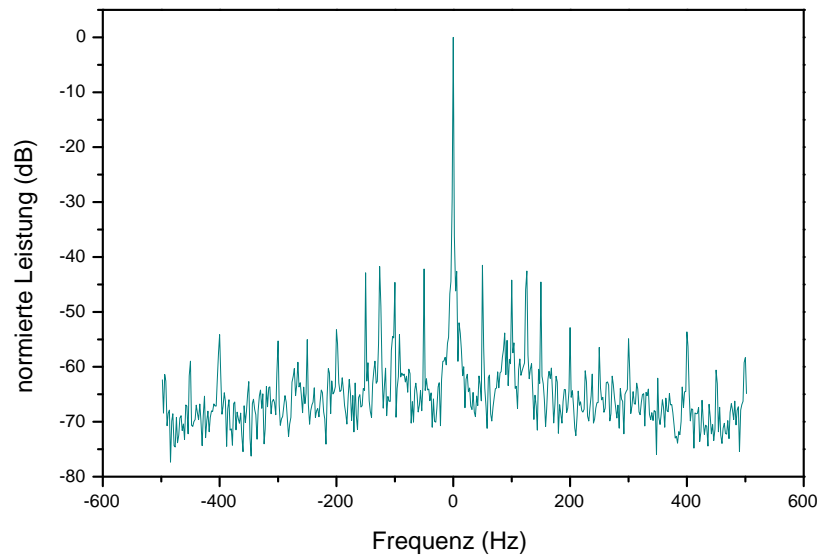


Abbildung 5.9: Zwischenfrequenz-Signal der Phasenstabilisierung bei 25 MHz mit 1 kHz Meßbereich und 1 Hz Auflösungsbandbreite

parameter die charakteristischen Servobumps bei ungefähr 200 Hz.

Aus den Messungen der Spektren lässt sich nun der Anteil der Leistung im Träger berechnen und somit die Güte der Phasenstabilisierung charakterisieren. Der Meßbereich des Spektrumanalysators ist auf 500 Punkte aufgeteilt, die Messpunkte entsprechen bei passender Wahl des Detektors deshalb dem Mittelwert über $\frac{1}{500}$ des Meßbereichs. Die relative Leistung im Träger entspricht dann der Summe der Leistung im Träger (mal der Bandbreite) durch die Gesamtleistung (mal der Bandbreite).

Grundlage für die Analyse bildet eine Messung mit 25 MHz Meßbereich, bei der sich 96,43% der Leistung im aus 7 Messpunkten bestehenden Träger (350 kHz) befinden. Aus einer weiteren Messung mit 500 kHz Meßbereich kann dann der Anteil im Bereich von 350 kHz untersucht werden und man erhält einen Korrekturfaktor für den ursprünglich erhaltenen Wert. Diese Prozedur wird bis zur maximalen Auflösung wiederholt und man erhält somit einen endgültigen Anteil der Leistung innerhalb 1 Hz um den Träger von

$$\eta = 96,3\% \quad (5.6)$$

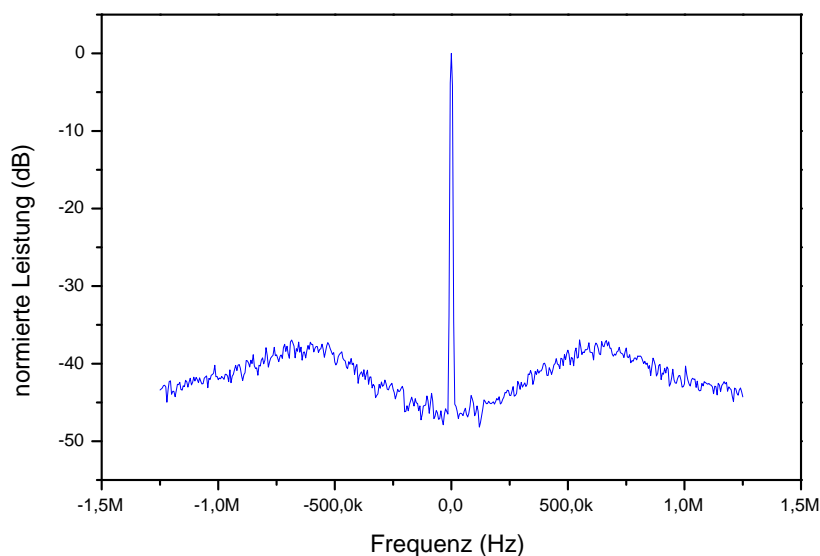


Abbildung 5.10: Zwischenfrequenz-Signal der Phasenstabilisierung bei 25 MHz mit 2,5 MHz Meßbereich und 10 kHz Auflösungsbandbreite, Mittelung über 50 Kurven

Der mittlere quadratische Phasenfehler ergibt sich nach (3.39) zu $\langle \varphi^2 \rangle = 0,038 \text{ rad}^2$ und der RMS-Phasenfehler somit zu $\Delta\varphi_{RMS} = 0,2 \text{ rad}$, was einer mittleren Abweichung von 11° entspricht. Dies stimmt mit der Beobachtung des Monitorsignals überein, das bei erfolgreicher Phasenstabilisierung ungefähr $\frac{1}{4}$ des maximalen Fehlersignals beträgt ($\sin(14,5^\circ) \approx 0,25$). Die Zeit, bis es zu einem Phasensprung kommt, ist nach (3.29) durchschnittlich $T_{avg} = 4,5 \text{ s}$. Zur Spektroskopie ist dies allerdings völlig ausreichend, da einzelne Sprünge um 2π die Kohärenz kaum stören und das Licht damit, wie für die Ramankühlung benötigt, interferenzfähig bleibt.

Kapitel 6

Messungen an einer Rb-Gaszelle

Aus der Messung und Verarbeitung eines elektronischen Fehlersignals kann nur bedingt auf die tatsächliche Linienbreite eines Lasers geschlossen werden. Störungen, die nach dem Detektor, welcher das Fehlersignal erzeugt, auf das Fehlersignal kommen, werden von der Rückkopplung mit (idealerweise) 180° Phase versehen und tauchen deshalb bei der Analyse des Fehlersignals nicht auf, obwohl sie auf das Licht des Lasers moduliert werden. Nur für den Fall von vernachlässigbar kleinem Rauschen ist die Breite des Fehlersignals gleich der Laserlinienbreite.

Dieses Problem kann man durch einen Vergleich mit einem unabhängigen System umgehen. Eine Möglichkeit wäre die Schwebung mit einem identischen, aber unabhängigen Lasersystem oder eine unabhängige Schwebungsmessung mit einer zweiten Photodiode. Beides ist aus mangelnder Verfügbarkeit nicht möglich, deshalb bleibt als dritte Möglichkeit die Messung der Linienbreite an Atomen. Dunkelresonanzen mit ihren geringen Linienbreiten eignen sich besonders gut zur Messung der relativen Linienbreite zweier phasenstabilisierter Diodenlaser.

6.1 Aufbau

Zur Messung der Dunkelresonanz (Abb. 6.1) wird das Licht mittels einer Faser zur Gaszelle geleitet. Ein Polarisationsfilter sorgt für eine definierte Polarisationsrichtung und mit einer $\frac{\lambda}{4}$ -Platte kann die Polarisation zirkular eingestellt werden. Das Teleskop weitet den Strahl von 6,2 mm nach der Faser auf 15,5 mm auf, um die Durchflugszeitverbreiterung für die Atome möglichst klein zu halten. Die Leistung in der Zelle beträgt $\approx 50 \mu\text{W}$, davon

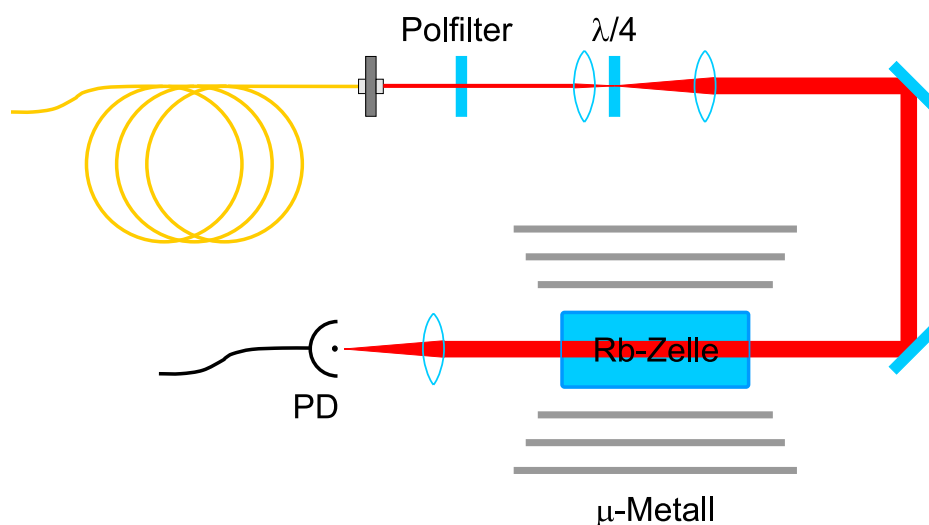


Abbildung 6.1: Aufbau der Dunkelresonanzmessung

entfallen 46% auf den Master und 54% auf den Slave. Die Zelle steckt zur Abschirmung von Magnetfeldern in einem Rohr aus μ -Metall in dreifacher Wicklung und das restliche Magnetfeld ist vermutlich kleiner als 5 ± 5 mG. Zwecks erhöhter Absorption [48] wird die Umgebung der Zelle auf ca. 37°C aufgeheizt. Aufgrund des behelfsmäßigen Aufbaus kann jedoch keine Aussage über die Temperatur an der Zelle selbst gemacht werden. Sie enthält 30 Torr Ne als Puffergas, dadurch kann man Linienbreiten von wenigen 10 bis 100 Hz erwarten. Zur Erleichterung der Detektion wurde eine Frequenzmodulationstechnik benutzt, ähnlich wie in Abschnitt 3.3 beschrieben. Die Detektion erfolgt durch eine Photodiode¹ und einem Lockin-Verstärker² bei einer Modulationsfrequenz des Slavelasers von $\omega_m = 530$ Hz.

6.2 Messung der Dunkelresonanz

Mit σ -polarisiertem Licht wurde eine Dunkelresonanz bei 6,83469415 GHz aufgenommen. Grund für die Wahl von zirkular polarisiertem Licht sind die Übergangswahrscheinlichkeiten für unterschiedliche Polarisationen nach Abb. 1.3, wo die möglichen Λ -Übergänge für zirkuläres Licht die höheren Verzweigungsverhältnisse besitzen.

Eigentlich würde man die Dunkelresonanz bei der exakten Grundzustands-

¹1801-FS von New Focus

²LIA-MV-150 von Femto

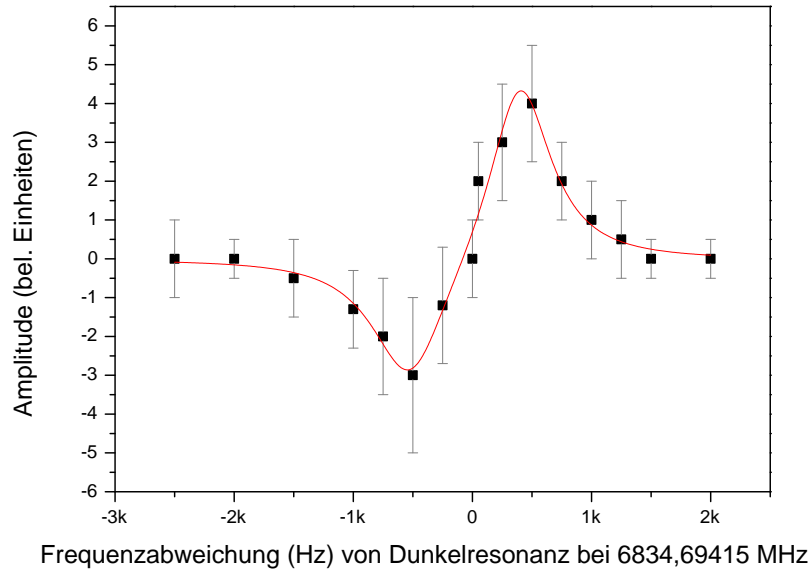


Abbildung 6.2: Die Dunkelresonanz mit einer Linienbreite von ca. 1 kHz

aufspaltung von 6,83468261 GHz erwarten. Die Linienverschiebung der Messung von 11,5 kHz kommt durch eine Druckverschiebung zustande [49]. Die Verschiebung durch Stöße mit dem Puffergas Ne beträgt 392 Hz/Torr und würde für die Zelle mit 30 Torr eine Verschiebung um 11,76 kHz erwarten lassen, in guter Übereinstimmung mit der Messung. Die Linienbreite von ≈ 1 kHz lässt sich durch die Sättigungsverbreiterung erklären, denn um Linienbreiten unter 100 Hz zu erhalten, müsste die Intensität der Ramanlaser unterhalb von $10 \mu\text{W}$ liegen [50].

Bei weiteren Messungen traten Schwierigkeiten auf, die hier kurz umrissen werden sollen. Zum einen kann man beim derzeitigen Aufbau nicht von einer konstanten Temperatur in der Zelle ausgehen, weshalb vermutlich der Druck erheblich schwankt. Das könnte der Grund sein, dass sich die Verschiebung der Dunkelresonanz von Versuch zu Versuch ändert und dadurch schwierig zu finden ist. Zusätzlich stören Verluste durch $F=2 \rightarrow 3$ Übergänge die Kohärenz der Dunkelresonanz und somit sowohl deren Breite als auch die Amplitude.

Weiters kann zur Zeit der Masterlaser nur per Hand in die Nähe des (für die Dunkelresonanz idealen) $F=2 \rightarrow 2$ Übergang verstimmt werden. Dazu dient eine weitere Rb-Zelle, die in den Laserstrahl gestellt werden kann.

Durch Verstimmung des Referenzresonators für die Masterstabilisierung und Beobachtung der Fluoreszenz kann der Masterlaser und über die Phasenstabilisierung auch der Slavelaser vom starken $F=2 \rightarrow 3$ Übergang verstimmt werden, erkennbar an verminderter Fluoreszenz, allerdings mit nur geringer Genauigkeit (wenige 100 MHz).

Ebenso sorgt die unbekanntes Magnetfeldaufspaltung und -orientierung für zusätzliche Unsicherheit. Die Feldstärke in der Zelle liegt im Grenzbereich der Empfindlichkeit unseres Magnetometers und darum kann aufgrund der zu großen Messunsicherheit kein genauer Wert angegeben werden (siehe oben).

Fazit: Die Ergebnisse dieser Messung liegen im Bereich des Erwarteten und bestätigen die Qualität der Phasenstabilisierung, wie in Abschnitt 5.4 angedeutet. Sie geben Grund zu der Annahme, dass sich die Ramanlaser tatsächlich zur hochauflösenden Spektroskopie am ^{87}Rb -Grundzustand eignen.

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurde ein Lasersystem aus zwei Diodenlasern entwickelt, deren Phasen bei einem Frequenzabstand von 6 834 682 611 Hz miteinander synchronisiert sind. Dabei wird das Regelsignal zur Stabilisierung der relativen Phase aus dem Schwebungssignal der Laser gewonnen, indem es in zwei Stufen mit den Referenzsignalen zweier Lokoszillatoren verglichen wird. Die Mischer dienen als Phasendetektoren. Das Ausgangssignal wird dann über drei verschiedene Regelzweige zur Frequenzregelung eines der beiden Laser (des Slavelasers) verwendet.

Beide Laser sind zudem durch eine Pound-Drever-Hall-Regelung des Masters auf einen optischen Referenzresonator stabilisiert: ein Teilstrahl des Masterlasers wird durch einen elektro-optischen Modulator frequenzmoduliert und in einen Fabry-Perot-Resonator eingekoppelt. Aus dem rückreflektierten Licht und dem Modulationssignal wird ein Fehlersignal erzeugt, mit dem der Masterlaser auf den Resonator stabilisiert wird. Die Auswertung dieses Signals lässt auf eine Linienbreite von 150 kHz relativ zum Resonator schließen.

Für die Phasenkopplung des Slavelasers ergab die Analyse der spektralen Leistungsdichte des stabilisierten Schwebungssignals eine relative Linienbreite von unter 1 Hz, wobei 96,3% der Leistung im Träger konzentriert ist. Daraus lässt sich der Erwartungswert des verbleibenden Phasenfehlers zu $\Delta\varphi_{RMS} = 0,2 \text{ rad}$ ableiten. Die Regelung kann dies über die Dauer von Stunden aufrecht erhalten.

Ein Beweis für die hohe Kohärenz der Laserfelder konnte durch die Messung einer Dunkelresonanz an ^{87}Rb mit einer Linienbreite von ca. 1 kHz erbracht werden. Die ausreichende Kohärenz ist Voraussetzung zur Beobachtung solcher Effekte, denn sowohl Linienbreite als auch die Höhe der Dunkelresonanz sind von der relativen Stabilität der Laserfelder abhängig. Damit ist das Ziel dieser Diplomarbeit erreicht und ein phasenstabilisiertes Lasersystem realisiert.

In der Zukunft können noch einige Verbesserungen angebracht werden:

Zunächst könnte der Regelverstärker besser an das Modulationsverhalten der Laserdiode angepasst werden, damit im mittleren Frequenzbereich (300 kHz bis 1 MHz) effektiver geregelt und eventuell auch die Regelbandbreite erhöht werden kann. Zur Zeit steht für diesen Bereich zu wenig Verstärkung zur Verfügung, verursacht durch das Hochpassverhalten der Kompensationschaltung. Weiters könnte Wasserkühlung, wie sie für den Masterlaser verwendet wird, auch für den Slavelaser nützlich sein, um die Reproduzierbarkeit von Tag zu Tag zu verbessern. Der Betrieb der Laser im richtigen Wellenlängenbereich würde dadurch erheblich erleichtert und man könnte sich einiges an Zeit und Nerven sparen, anstatt die Laser öfters neu zu justieren.

Zur Verwendung des Lasersystems an der Dipolfalle müssen getrennte Strahlen zur Verfügung stehen, damit beide Laser separat über Fasern zum Experiment gebracht werden können. Dazu müssten Teilstrahlen mit geringer Leistung ausgekoppelt, überlagert und optimal auf die Größe der Photodiode zur Schwebungsmessung angepasst werden, damit für die Einkopplung in die Fasern genügend Leistung zur Verfügung steht.

Für weitere Messungen von Dunkelresonanzen wäre die Stabilisation des Masterlasers auf eine atomare Linie günstig, zum Beispiel durch Sättigungsspektroskopie, um zu gewährleisten, dass die Laser optimal auf den $F=2 \rightarrow 2$ Übergang verstimmt sind. Das würde besseres Signal-zu-Rauschen bei der Dunkelresonanzmessung bedeuten. Ebenfalls könnten Spulen zur Magnetfeldkompensation bzw. zur gezielten Manipulation von Magnetfeldern sowie eine bessere Temperaturstabilisierung an der Puffergaszelle helfen.

Zusammenfassend kann man jedoch sagen, dass die aufgezeigten Eigenschaften dieses Lasersystem zu einem nützlichen und leistungsfähigen Werkzeug zur hochaufgelösten Spektroskopie atomarer Resonanzerscheinungen an ^{87}Rb machen.

Anhang A

Schaltpläne

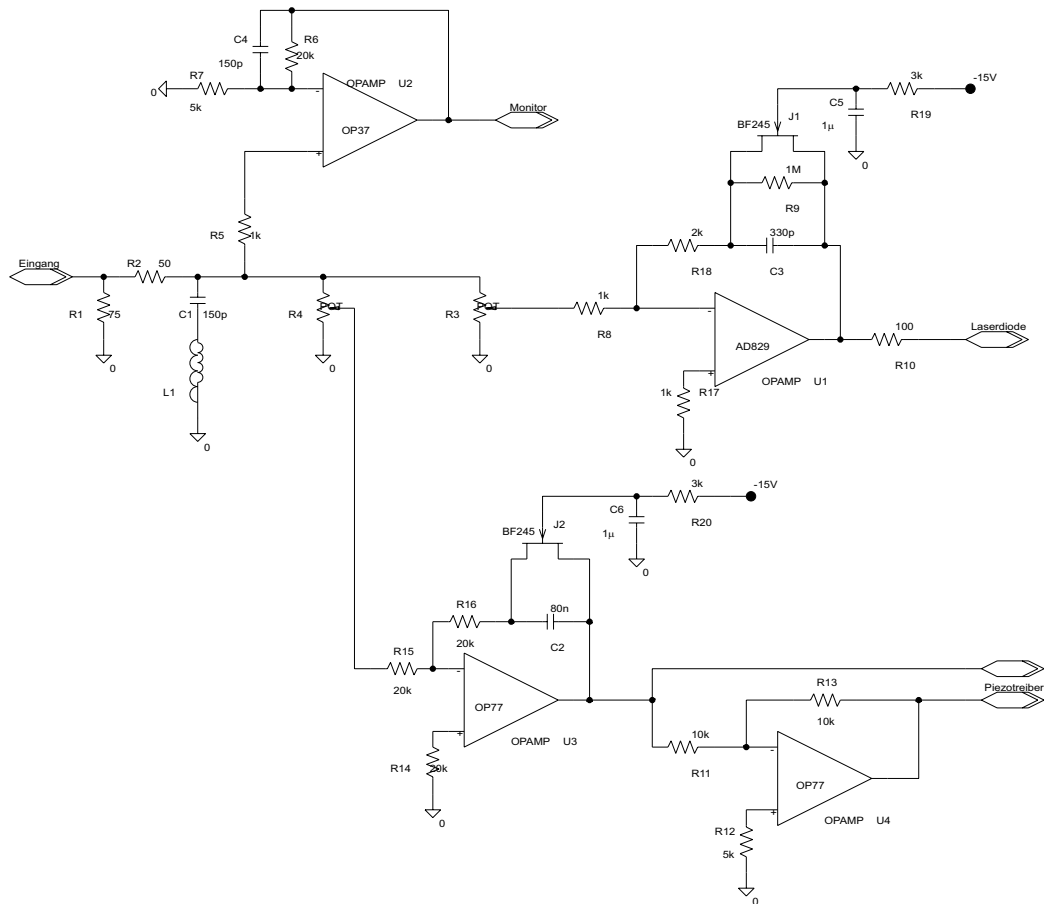


Abbildung A.1: Schaltplan des PDH-Regelverstärkers

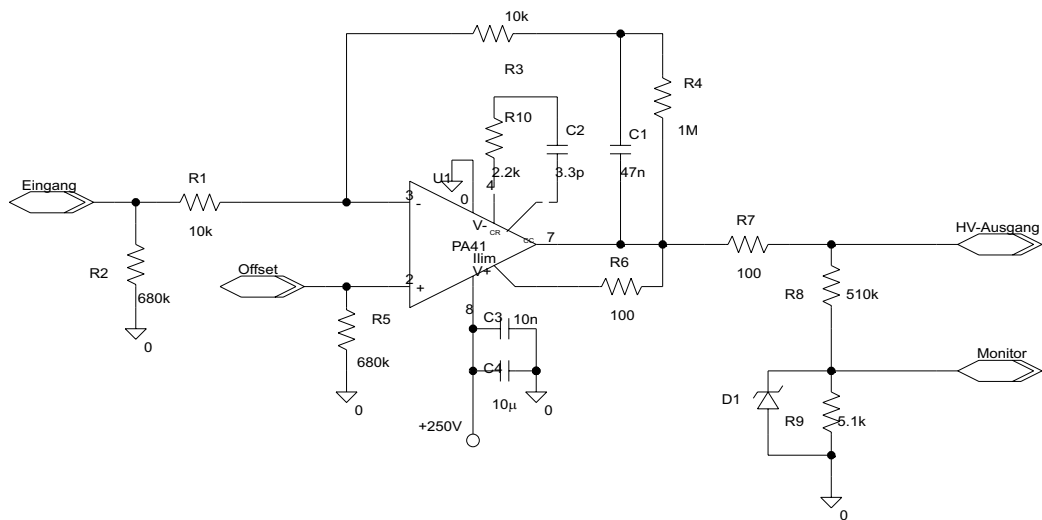


Abbildung A.2: Schaltplan des Piezo-Hochspannungsverstärkers

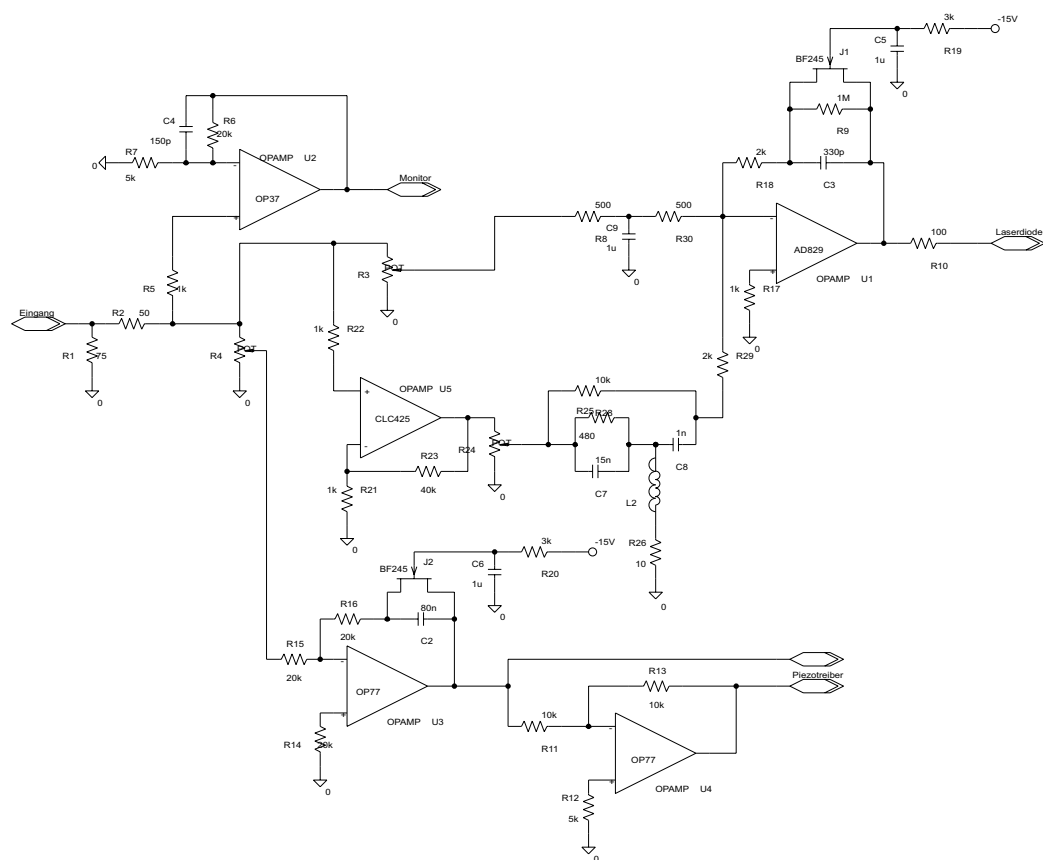


Abbildung A.3: Schaltplan des PLL-Regelverstärkers

Literaturverzeichnis

- [1] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, D. Pritchard; *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987)
- [2] S. Stenholm; *Rev. Mod. Phys.* **58**, 699 (1986)
- [3] R. Grimm, M. Weidemüller, Y. Ovchinnikov; *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **42**, 95 (2000)
- [4] D. Lide; *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 78th edition, CRC Press New York 1997
- [5] H. J. Metcalf, P. van der Straten; *Laser cooling and trapping*, Springer 1999
- [6] S. Bize, Y. Sortais, M. S. Santos, C. Mandache, A. Clairon, C. Salomon; *Europhys. Lett.* **45**, 558 (1999)
- [7] T. Mayer-Kuckuk; *Atomphysik*, Teubner Stuttgart 1980
- [8] D. Meschede; *Optik, Licht und Laser*, Teubner Stuttgart 1999
- [9] S. Knappe; *Dark Resonance Magnetometers and Atomic Clocks*, Dissertation, Bonn 2001
- [10] W. Vogel, R. Blatt; *Phys. Rev. A* **45**, 3319 (1992)
- [11] E. Arimondo, G. Orriols; *Lett. al Nuovo Cimento* **17**, 333 (1976)
- [12] G. Orriols; *Il Nuovo Cimento* **53 B**, 1 (1979)
- [13] W. Phillips, P. Gould, D. Lett; *Science* **239**, 877 (1988)
- [14] W. Phillips; *Proc. of the International School of Physics Enrico Fermi*; Varenna, North Holland 1992
- [15] Vorlesung von J. Eschner, März 2002

- [16] M. Kasevich, S. Chu; Phys. Rev. Lett. **69**, 1741 (1992)
- [17] J. Reichel, F. Bardou, M. Ben Dahan, E. Peik, S. Rand, C. Salomon, C. Cohen-Tannoudji; Phys. Rev. Lett. **75**, 4575 (1995)
- [18] S. Hamann, D. Haycock, G. Klose, P. Pax, I. Deutsch, P. Jessen; Phys. Rev. Lett. **80**, 4149 (1998)
- [19] D. Han, S. Wolf, S. Oliver, C. McCormick, M. DePue, D. Weiss; Phys. Rev. Lett. **85**, 724 (2000)
- [20] C. Monroe, D. Meekhof, B. King, S. Jefferts, W. Itano, D. Wineland, P. Gould; Phys. Rev. Lett. **75**, 4011 (1995)
- [21] G. Morigi, J. Eschner, C. Keitel; Phys. Rev. Lett. **85**, 4458 (2000)
- [22] C. Roos; Controlling the Quantum State of Trapped Ions, Dissertation, Innsbruck 2000
- [23] K. Petermann; Laser Diode Modulation and Noise, Kluwer Academic Publishers 1988
- [24] B. E. A. Saleh, M. C. Teich; Fundamentals of Photonics, Wiley 1991
- [25] A. Schawlow, C. Townes; Phys. Rev. **112**, 1940 (1958)
- [26] C. Henry; IEEE Journal of Quantum Electronics **18**, 259 (1982)
- [27] M. Osinski, J. Buus; IEEE Journal of Quantum Electronics **23**, 9 (1987)
- [28] H. Telle; Spectrochimica Acta Rev. **15**, 301 (1993)
- [29] L. Goldberg, H. Taylor, A. Danbridge, J. Weller, R. Miles; IEEE Journal of Quantum Electronics **18**, 555 (1982)
- [30] P. Laurent, A. Clairon, C. Bréant; IEEE Journal of Quantum Electronics **25**, 1131 (1989)
- [31] M. Littmann, H. Metcalf; Appl. Opt. **17**, 2224 (1978)
- [32] K. Harvey, C. Myatt; Optics Lett. **16**, 910 (1991)
- [33] R. Kazarinov, C. Henry; IEEE Journal of Quantum Electronics **23**, 1401 (1987)
- [34] U. Tietze, C. Schenk; Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer 1993

- [35] F. Gardner; Phaselock Techniques, Wiley 1979
- [36] R. Kovacich; Dissertation, Crawley 2000
- [37] R. W. P. Drever, J. L. Hall; Appl. Phys. B **31**, 97 (1983)
- [38] J. Hall, M. Zhu; Proc. of the International School of Physics Enrico Fermi; Varenna, North Holland 1992
- [39] D. Elliot, R. Roy, S. Smith; Phys. Rev. A **26**, 12 (1982)
- [40] <http://www.optima-optics.com/DL7140.htm>
- [41] <http://www.slicorp.com/main/products.html>
- [42] H. Crepaz; Diplomarbeit, Innsbruck 1998
- [43] H. Langfischer; Diplomarbeit, Innsbruck 1998
- [44] M. Prevedelli, T. Freegarde, T. W. Hänsch; Appl. Phys. B **60**, 241 (1995)
- [45] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König, T. Hänsch; Opt. Comm. **117**, 541 (1994)
- [46] G. Santarelli, A. Clairon, S. Lea, G. Tino; Opt. Comm. **104**, 339 (1993)
- [47] D. C. Champeney; Fourier Transforms and their Physical Applications, Academic Press 1973
- [48] S. Knappe, J. Kitching, L. Hollberg, R. Wynands; Appl. Phys. B **74**, 217 (2002)
- [49] P. Bender, E. Beaty, A. Chi; Phys. Rev. Lett. **1**, 311 (1958)
- [50] S. Brandt, A. Nagel, R. Wynands, D. Meschede; Phys. Rev. A **56**, 1063 (1997)

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all jenen bedanken, die zum Gelingen dieser Diplomarbeit beigetragen haben. Allen voran bedanke ich mich bei Prof. Blatt für die Aufnahme in seiner Arbeitsgruppe, die Betreuung und vor allem die Geduld mit meinen Reisen über die sieben Weltmeere.

Den Mitgliedern der Arbeitsgruppe danke ich für die Hilfe, wertvolle Tips und das gute Arbeitsklima. Besonders gilt mein Dank dem "Rubidium-Dreamteam", mit Jürgen Eschner, für die Unterstützung und Betreuung beim theoretischen Hintergrund dieser Arbeit, Matthias Schulz, ohne dessen Führung ich wohl hoffnungslos verloren gewesen wäre, und Herbert Crepaz für seinen grenzenlosen Fatalismus ("*Ein guter Tag ist, wenn man nach Hause geht und es ist zumindest nicht schlechter geworden...*"). Nicht zu vergessen sei an dieser Stelle auch die legendäre Nacht im Plateau...

Weiters danke ich Christoph Raab für den Schaltplan zur Laserstabilisierung, Madeleine Lederbauer für zahllose, hitzige Diskussionen beim Mittagskaffee und den Mitgliedern der Arbeitsgruppe von Prof. Grimm als dankbare Opfer bei der täglichen Schneeballschlacht im Winter.

Zu guter Letzt dürfen meine Eltern nicht vergessen werden, die mir durch ihre Unterstützung und Verständnis eine sehr schöne Studienzeit ermöglicht haben.